به نام خدا

گروه مهندسیME2CH

رمز گذاشته شده

برای فایلهای رمزدار

WWW.ME2CH.COM

منبع این کتاب:

WWW.ME2CH.ROZBLOG.COM

& @ME2CH

تحلیل سازه ها (ویژه کنکور کارشناسی ارشد عمران)

۱- استاتیک خرپا ۳
۲- پایداری ۱۲
۲-۱- درجه نامعینی ۲۲
۲-۲- درجه نامعین سازه های سه بعدی ۳۵
۳- استاتیک تیرها ۳۷
۴- خط تاثیر ۴۸
۵- تغییرشکل سازه های معین ۷۰
۵-۱- نشست تکیه گاهی ۸۴
۶- روش نیروها ۸۶
۶-۱- فنرهای معین و نامعین ۸۷
۷- تقارن ۹۰
۸- لنگر سطح ۹۶
۹- کار مجازی ۱۰۳
۹-۱- خرپا ۱۰۴
۹-۲- خطای ساخت ۱۰۸
۹-۳- تیر ۱۱۳
۹-۴- حرارت ۱۲۵
۹-۵- نشست تکیه گاهی ۱۳۱
۹-۶- کار داخلی در فنرهای معین ۱۳۶
۹-۷- تغییر شکل سازه های دایروی ۱۳۷
۱۰- تیر مزدوج ۱۴۵
۱۰-۱- محاسبه تغییرشکل سازه ها با استفاده از روش تیر مزدوج ۱۵۱
۱۱- بتی- ماکسول ۱۵۷
۱۲- شیب افت ۱۶۵
۱۲-۱- روش اصلاح شده ۱۷۰
۱۲-۲- تقارن در شیب افت ۱۷۲
۱۲-۳- میله صلب در شیب افت ۱۷۷
۱۲-۴- فنر پیچشی در شیب افت ۱۷۹
۱۳- پخش لنگر ۱۸۶
۱۴- مدل سازی با فنر ۱۹۳
۱۵- انرژی ۲۰۲
۱۵-۱- قضیه کاستلیانو ۲۱۲

مقدمه

داوطلب گرامی ضمن آرزوی پیروزی برای شما قبل از استفاده از جزوه مطالب زیر را مطالعه بفرمایید:

- ✓ این جزوه جهت تدریس سرکلاسی و افزایش سرعت تدریس تهیه شده و بنابراین کامل نیست. برخی از مطالب توضیح داده نشده و پاسخ برخی تستها ناقص است. داوطلبان کنکور بهتر است از منابع مختلفی که موجود است نیز استفاده کنند کتاب مرجع مناسب: کتاب تحلیل سازه طاحونی.
  کتاب تست مناسب: ۱-تحلیل سازه سری عمران، مهندس صباغیان (دو جلد) ۲- تحلیل سازه دکتر فنایی انتشارات سیمای دانش.
- ✓ این جزوه در فرصت های مناسب ویرایش و کامل تر خواهد شد (تاریخ ویرایش جزوه در قسمت فوقانی صفحات درج شده است).
- ✓ استفاده از جزوه با ذکر منبع آن (www.hoseinzadeh.net) بلامانع است.
- ✓ مسلما جزوه خالی از اشتباه نیست. در صورتی که به اشتباهی برخوردید، ممنون می شوم که از طریق hoseinzadeh.m@gmail.com اطلاع دهید تا در ویراش بعدی اصلاح شود.

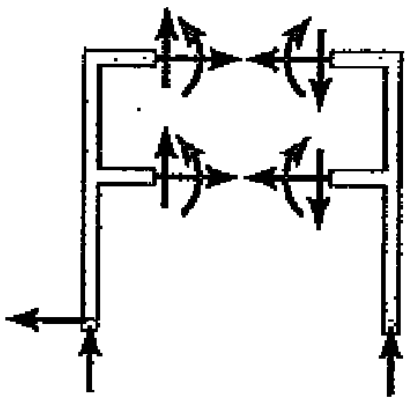
حسین زاده اصل
hoseinzadeh.m@gmail.com
www.hoseinzadeh.net
۱۳۹۳/۳/۱۷

۱-استاتیک خرپا

انواع تکیه گاهها:

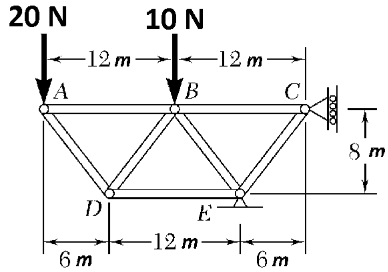
منظور از نیروی داخلی؟

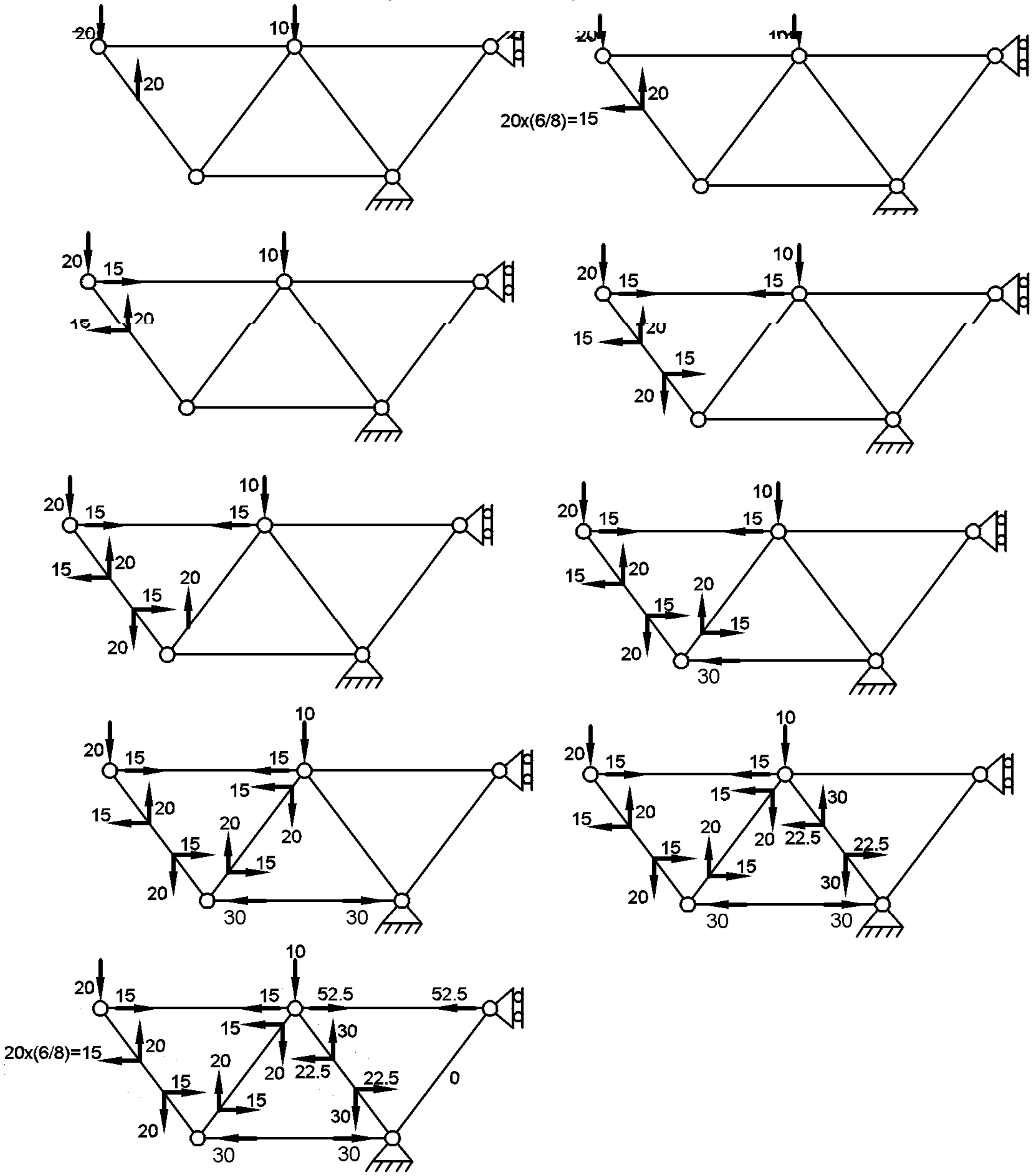
منظور از نیروی خارجی؟



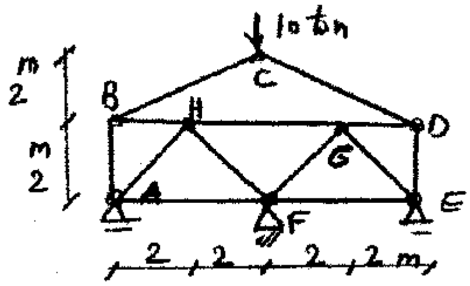
تعریف عضو خرپایی؟

روش مفاصل:

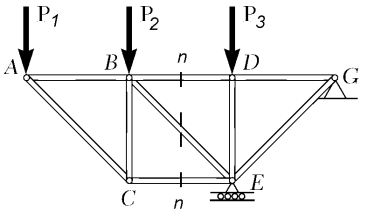


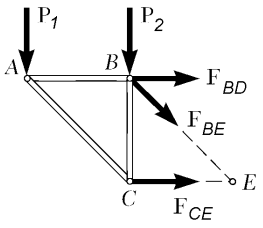


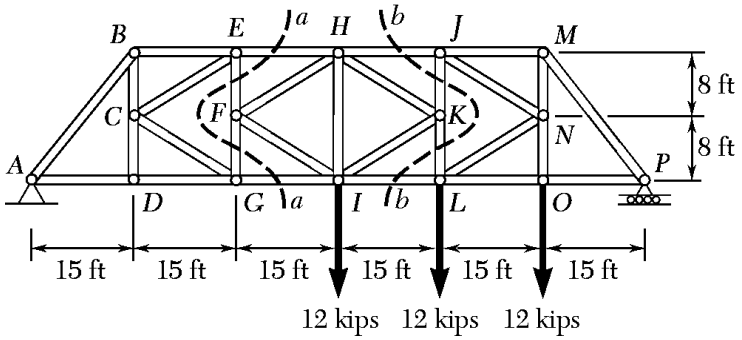
نیروی DE?

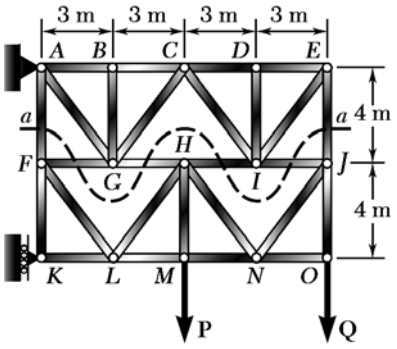


روش مقاطع:









سراسری ۸۸

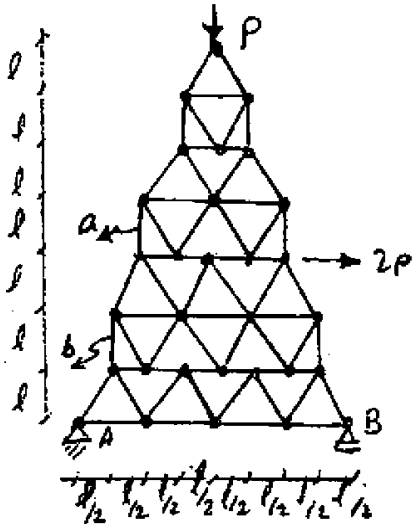
- در سازهٔ مفصلی (خرپای) متقارن شکل مقابل، دو نیروی P و 2P به آن اعمال شده است، نیروی داخلی عضو b چند برابر عضو a است؟ (ارتفاع برج 7l و قاعده آن $8\frac{l}{2}$ می‌باشد و سازه بدون اعمال نیرو متقارن است.)

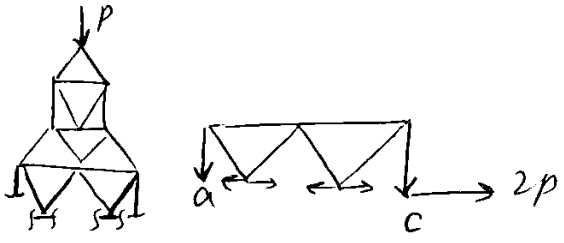
۱) $-\frac{2}{3}$

۲) $-\frac{5}{3}$

۳) $-\frac{4}{3}$

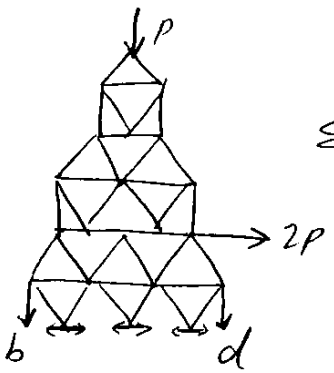
۴) $-\frac{7}{3}$





$$\sum M_c = 0 \rightarrow P \times l + a \times 2l = 0$$

$$\rightarrow a = \frac{-P}{2}$$



$$\sum M_d = 0 \rightarrow -b \times 3l - P \times 1.5l + 2P \times 2l = 0$$

$$\rightarrow b = \frac{5P}{6}$$

$$\rightarrow \frac{b}{a} = \frac{-5}{3}$$

سراسری ۹۱

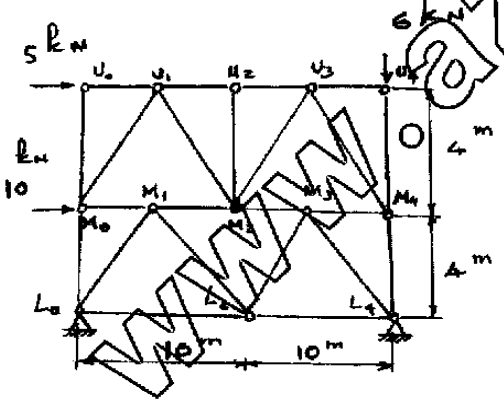
۶۵- نیروی داخلی در عضو M_0L_0 خرپای شکل مقابل، برحسب kN چقدر است؟

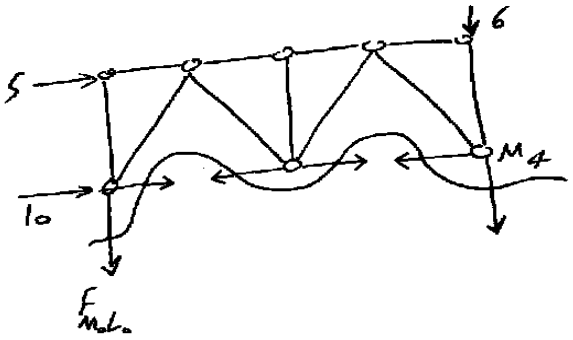
۱) ۱۰ فشاری

۲) ۱ کششی

۳) ۵ فشاری

۴) صفر



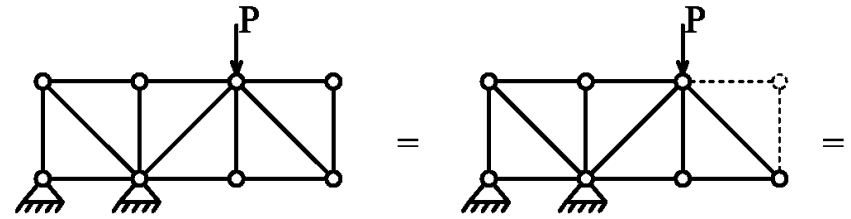


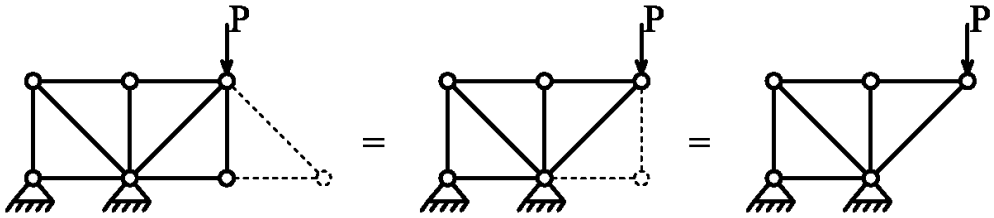
$\sum M^{+}_{(M_2)} = 0 \rightarrow -F_{M_0L_0} \times 20 + 5 \times 4 = 0$

$\rightarrow F_{M_0L_0} = +1$

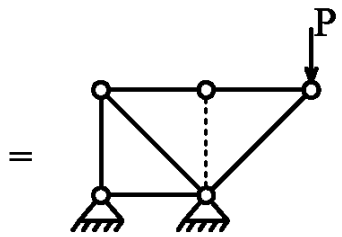
اعضای صفرنیرویی در خرپاها:

اتصال دو میله دوسر مفصل بدون بار (به شرطی که دو میله همراستا نباشند):



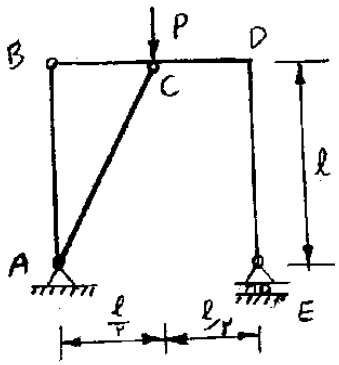


میله سوم متصل به دو میله هم راستا:



سراسری ۸۷

۸۲-در قاب شکل مقابل نیروی محوری عضو AC چقدر است؟



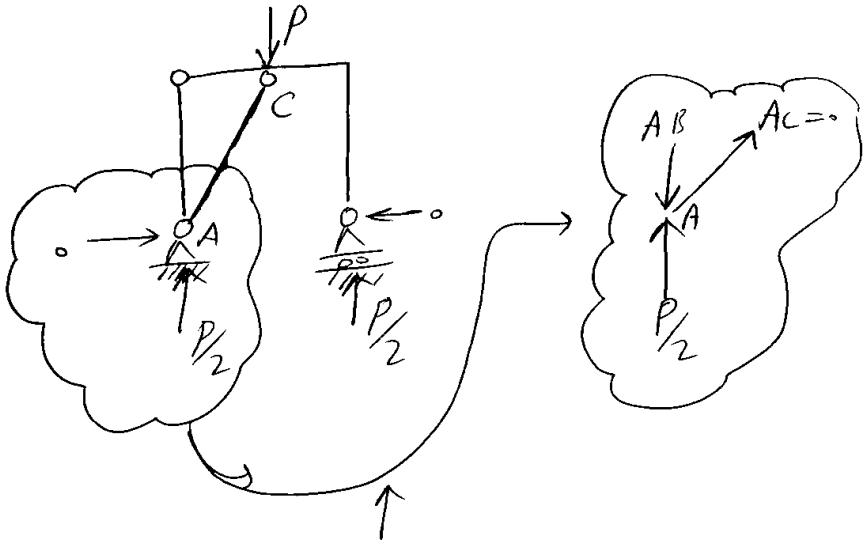
۱) صفر

۲) $\frac{P\sqrt{5}}{2}$

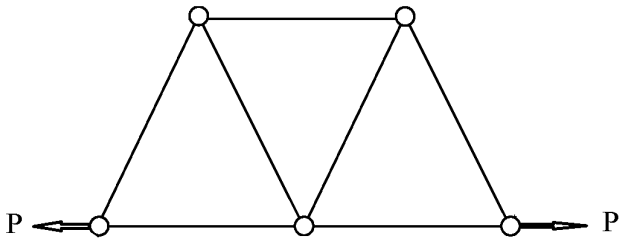
۳) $\frac{P\sqrt{2}}{2}$

۴) $\frac{P\sqrt{3}}{2}$

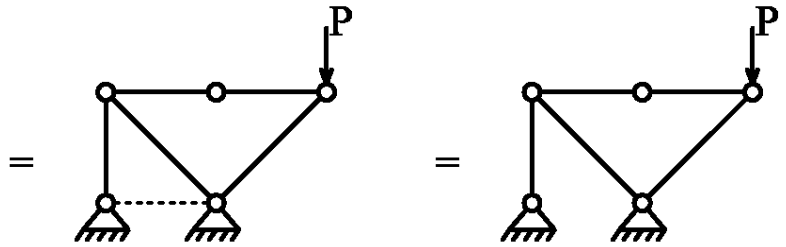
نکته: گره A یک گره خرپایی است.



مثال: نیروی اعضای خرپا را مشخص کنید



میله ای که تغییر طول ندارد نیرویش صفر است:



سراسری ۹۳

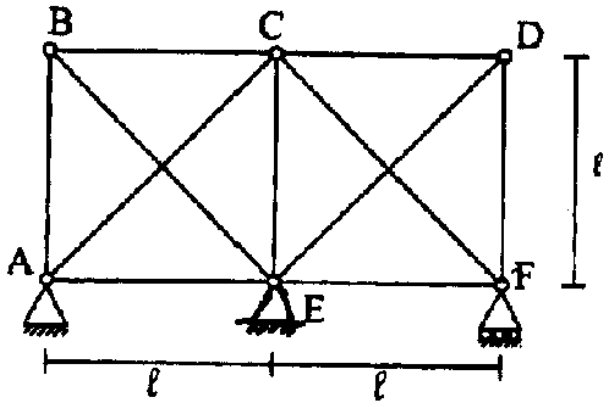
۶۱- **خرپای شکل زیر، تحت اثر نوعی بارگذاری خارجی قرار گرفته است (بارگذاری در شکل نشان داده نشده است). صلبیت محوری همه اعضا برابر EA است. اگر بر اثر آن بارگذاری، تغییر مکان افقی نقطهٔ D برابر صفر باشد، نسبت نیروی محوری عضو DF به نیروی محوری عضو DE کدام است؟**

۱) ۲

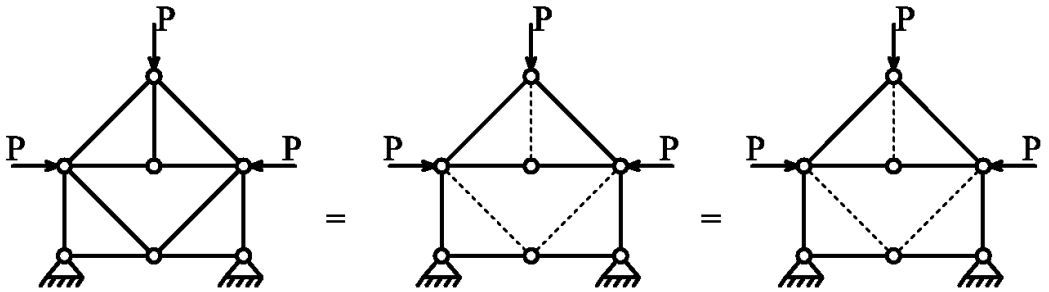
۲) ۱

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $\frac{۱}{۲}$



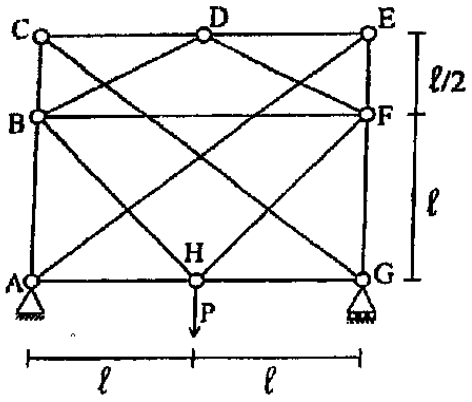
اعضای صفر نیرویی در سازه های متقارن:



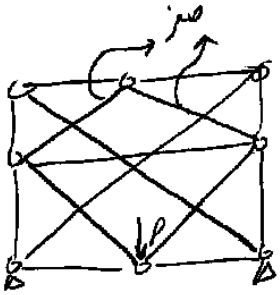
سراسری ۹۰

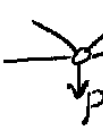
۴۴- در خرپای شکل مقابل اگر EA تمام اعضا یکسان باشد نیروی عضو BF چقدر است؟

۱) صفر
۲) $\frac{P}{2}$
۳) $\frac{P}{3}$
۴) P

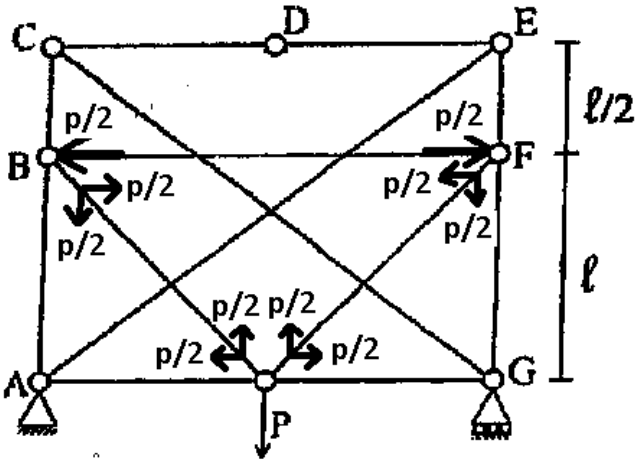


(63) نکته ۵ در سازه‌ای که هم بارگذاری و هم خود سازه متقارنند (مانند همین تست) اگر در محل تقارن را داشته باشیم و باری به گره وارد نشود، نیروی عضو مایل متقارن صفر است.





اگر نیروی وارد شده P باشد عضو مایل به صورت نصف نصف باید آن را تحمل کنند.



دکتری ۹۲

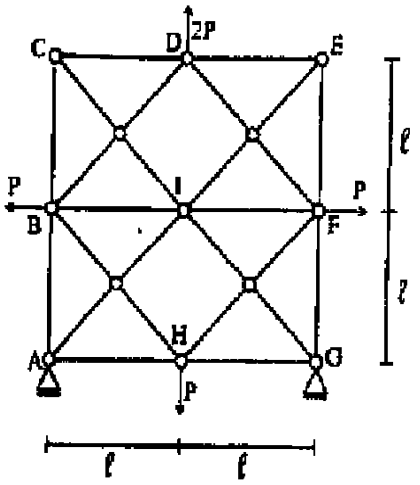
۱۲- در خرپای شکل روبه‌رو، اگر صلبیت محوری تمام اعضا EA باشد، نیروی میلهٔ BI کدام است؟

۱) صفر

۲) P

۳) $\frac{P}{۲}$

۴) ۲P



استفاده از اعضای میله ای به جای سازه های دو سر مفصل غیر مستقیم:

سراسری ۸۷

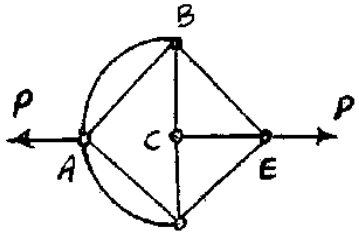
۸۰- سازهٔ شکل مقابل تحت تأثیر نیروی P قرار گرفته است. نیروی محوری عضو BC چقدر است؟ چهار ضلعی ABED مربع است.

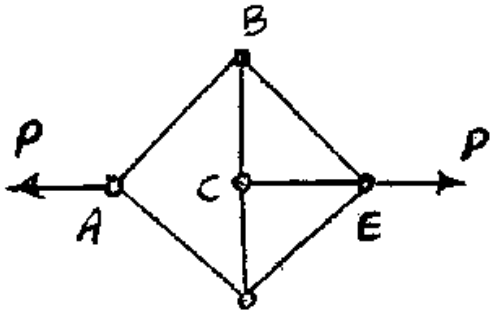
۱) P

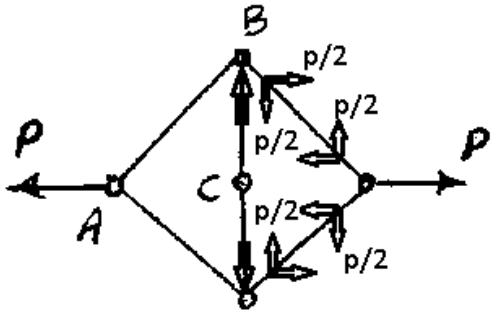
۲) ۲P

۳) $P\sqrt{۲}$

۴) صفر







با توجه به گره B و تقارن، نیروی BC برابر P می باشد.

سراسری ۸۶

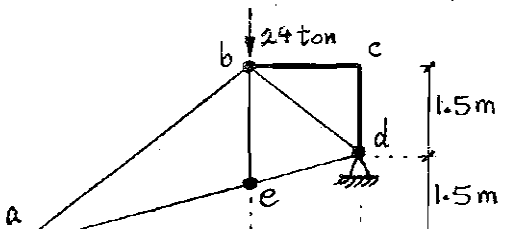
۶۷- در سازه‌ی شکل مقابل قطعهٔ پیوستهٔ bcd صلب می‌باشد و مفصل‌های خمشی نیز با گرهٔ توپر مشخص شده‌اند. نیرو در میلهٔ ab بر حسب ton چقدر است؟

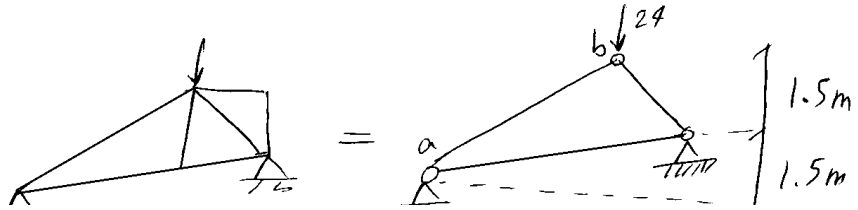
۱) ۰

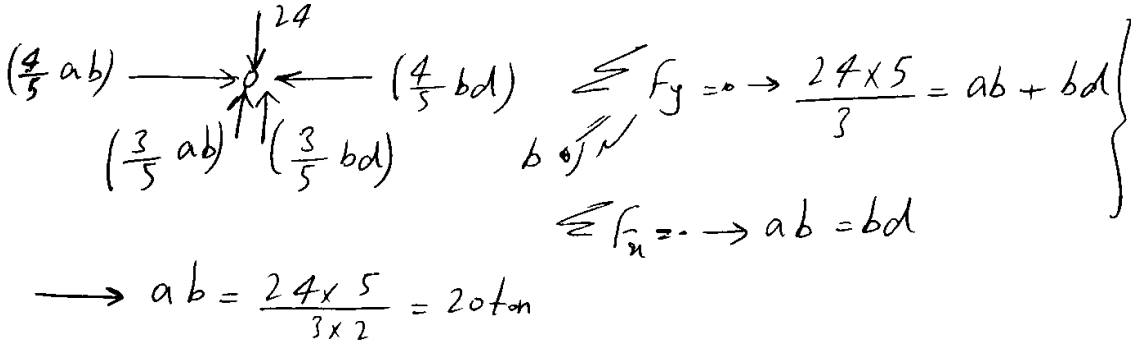
۲) ۱۵

۳) ۱۷٫۵

۴) ۲۰

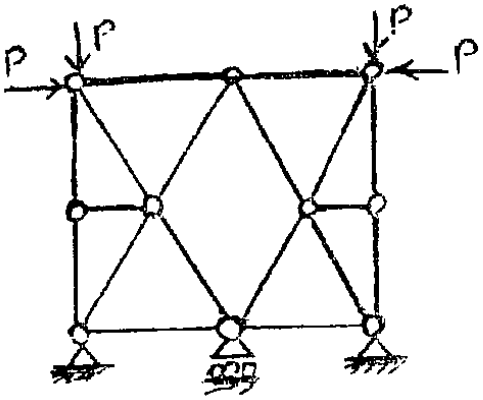






آزاد ۹۰

۶۱- در خرپای مقابل تحت بارگذاری نشان داده شده تعداد اعضاء صفر نیرویی کدام است؟



۱) ۴

۲) ۶

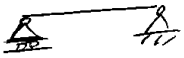
۳) ۸

۴) ۱۰

۲-پایداری

اگر سازه ای تحت اثر بارگذاری دلخواه نتواند پایداری خود را حفظ کند، به آن سازه ناپایدار گویند.

برای مثال سازه **ناپایدار است و تیر در اثر بار** **شروع به دوران می کند.**

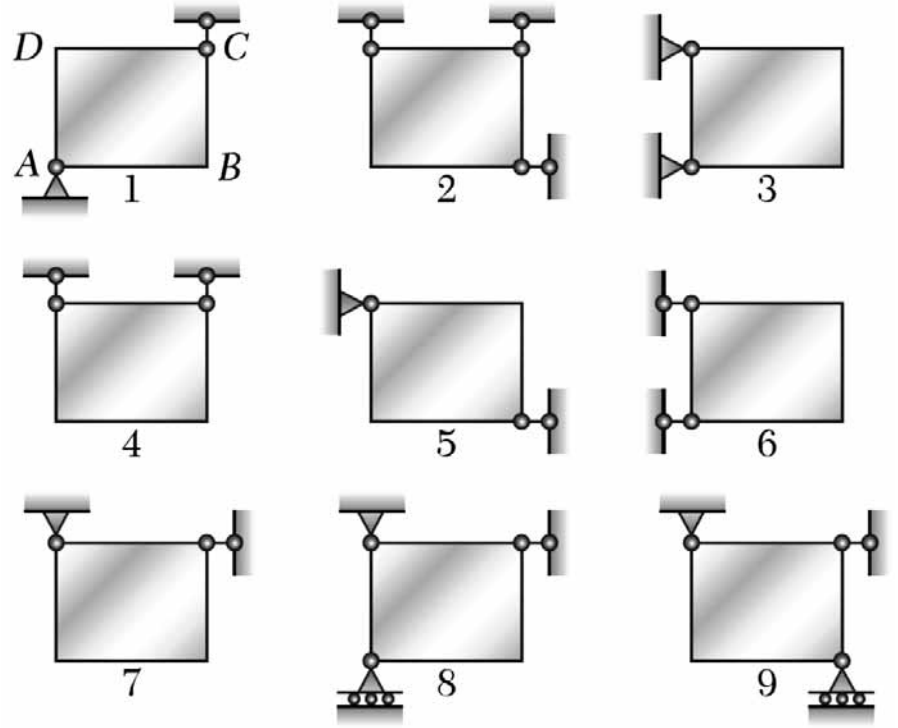
ولی سازه  **پایدار است و تحت هر نوع بارگذاری موقعیت خود را حفظ می کند.**

انواع ناپایداری:

۱- خارجی

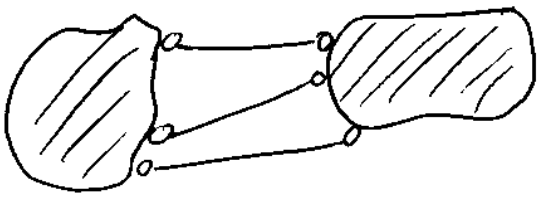
۲- داخلی

در کدام شکل تکیه گاهها هم رسند؟

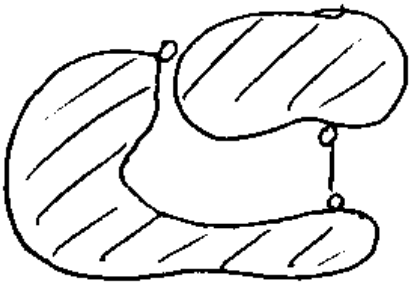


اتصال دو جسم به هم:

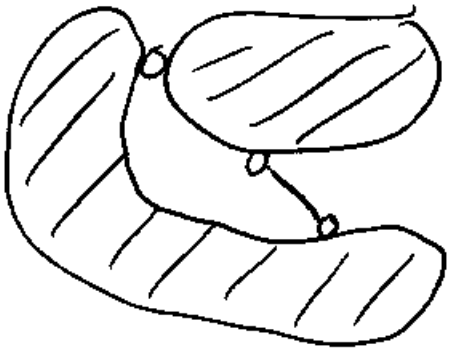
۱- توسط سه میله غیر همرس و غیر موازی:



۲- توسط یک میله و یک مفصل:

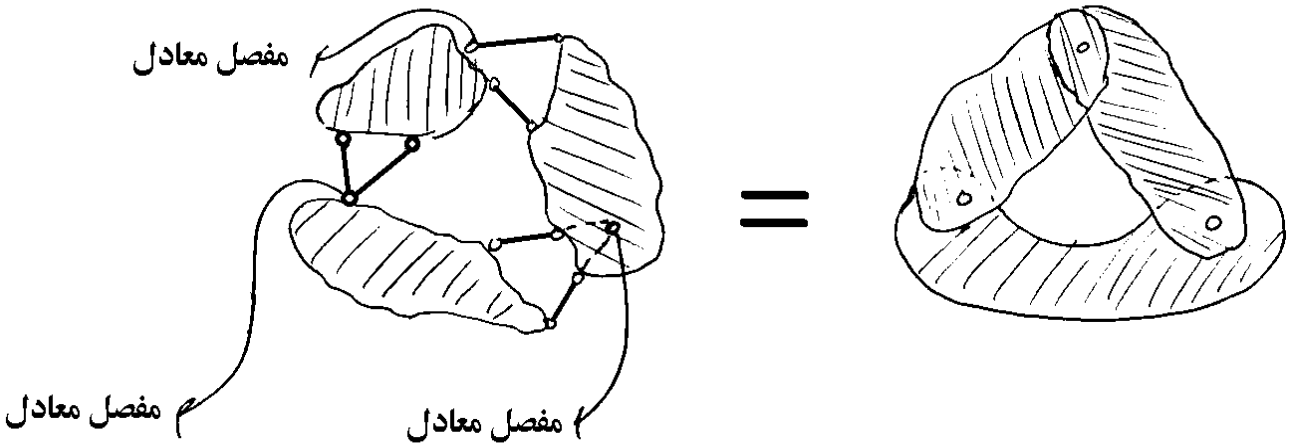


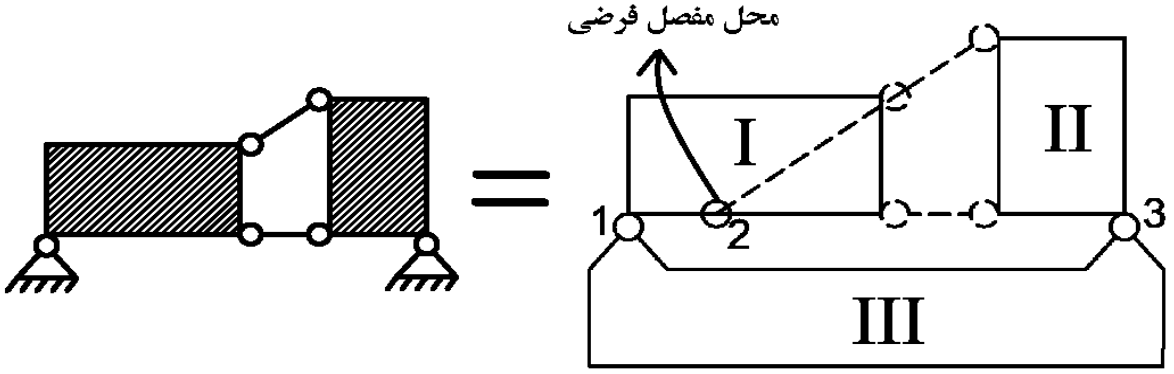
پایدار

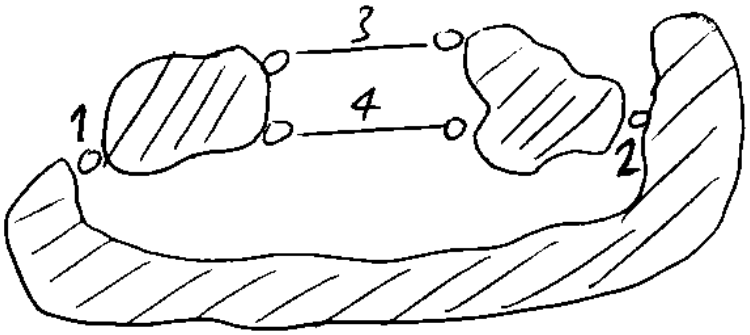


ناپایدار

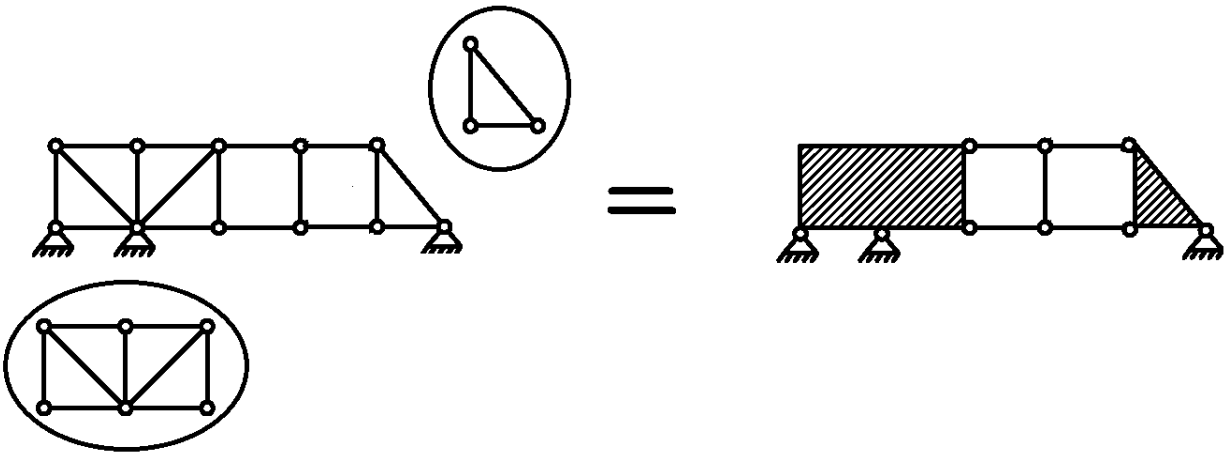
اتصال سه جسم به هم



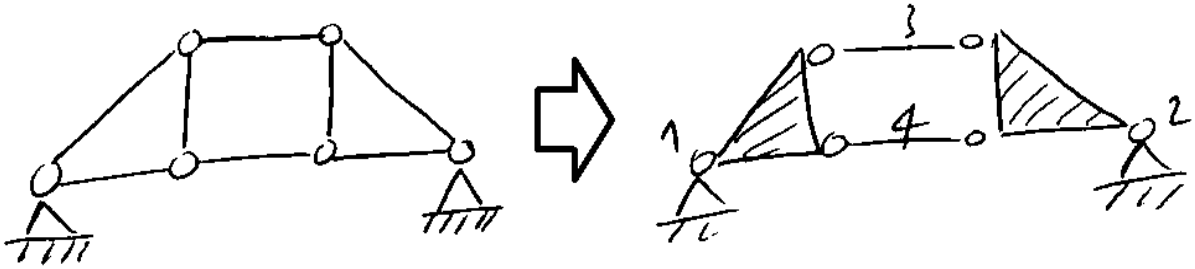


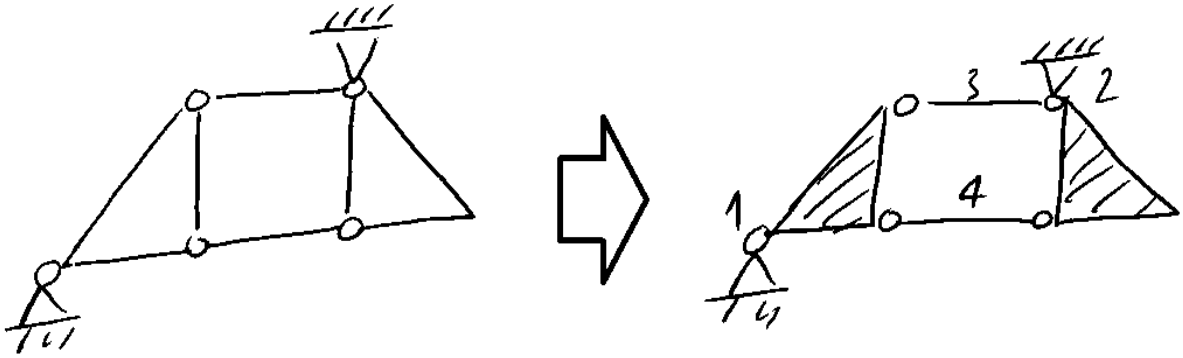


نکته: قسمت هایی از خرپاها که از مثلث ساده تشکیل شده اند، به تنهایی پایدار هستند:

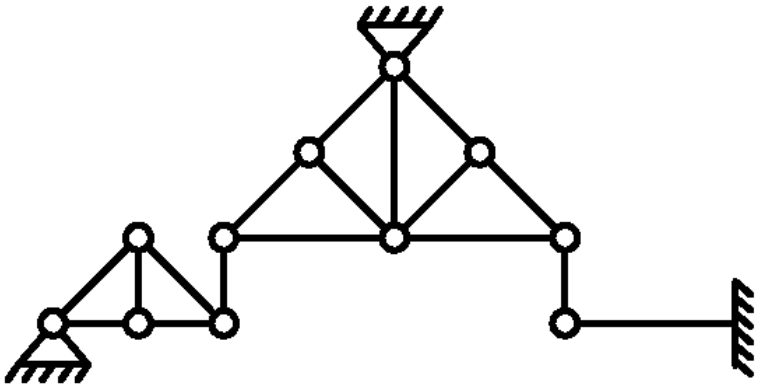


مثال: پایداری سازه زیر را بررسی کنید:

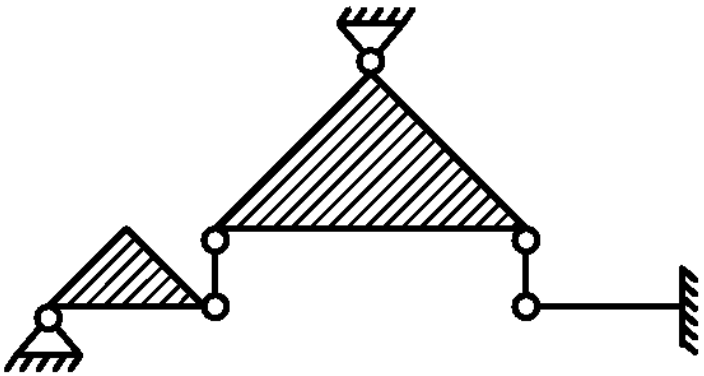




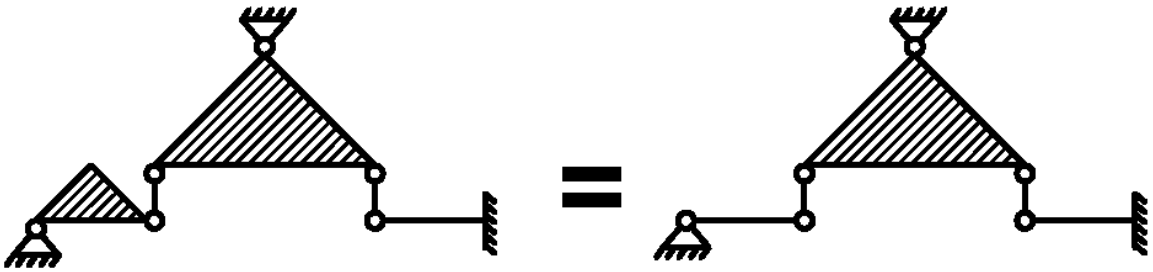
روش گام به گام تعیین پایداری:



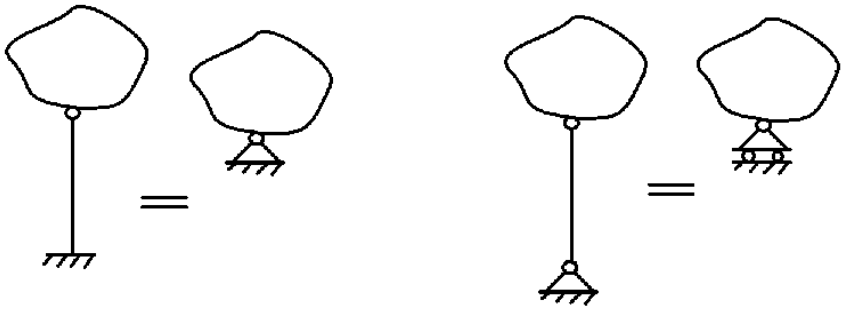
۱- قسمت هایی از سازه را که به تنهایی پایدار است هاشور می زنیم:

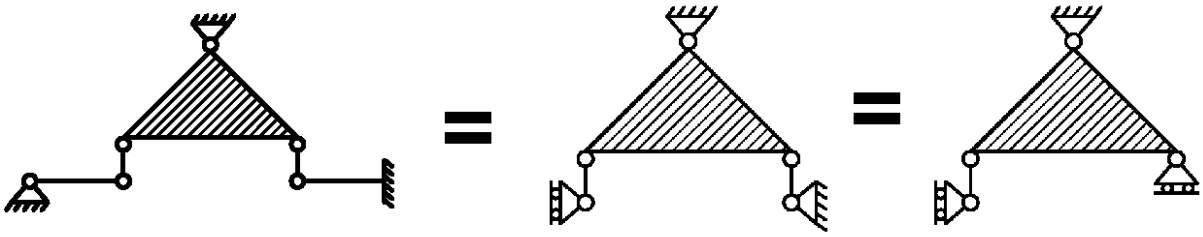


۲- هاشورهایی که تنها دو نقطه اتصال دارند را با یک میله مستقیم معادل سازی می کنیم:

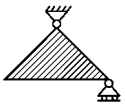


۳- تبدیل تکیه گاهها:

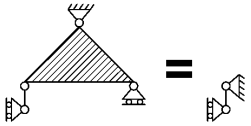




۴- قسمت هایی که به تنهایی پایدار هستند جزئی از زمین فرض کرده و حذف می کنیم. در سازه فوق قسمت

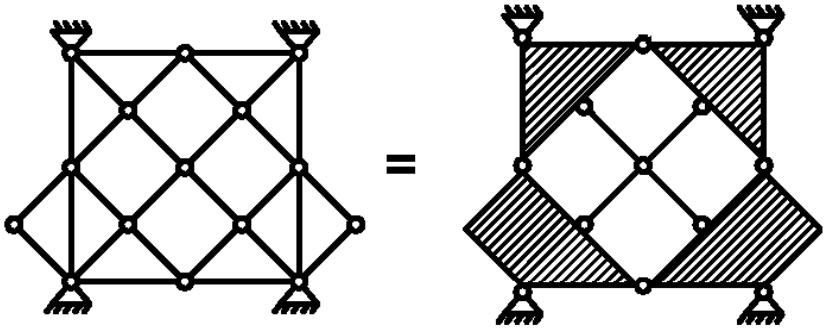


به تنهایی پایدار می باشد و بنابراین:



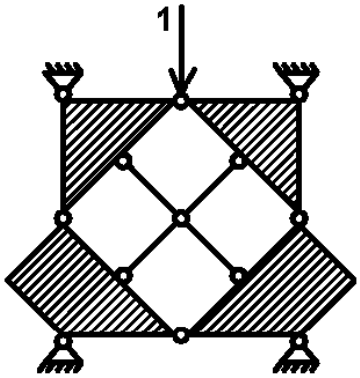
۵- در برخی از سازه ها با روش های فوق به نتیجه نمی رسیم. در این صورت باید از روش بار واحد استفاده کنیم:

مثال: سازه زیر را در نظر بگیرید. اگر گامهای فوق را انجام دهیم به نتیجه مطمئنی نمی رسیم:

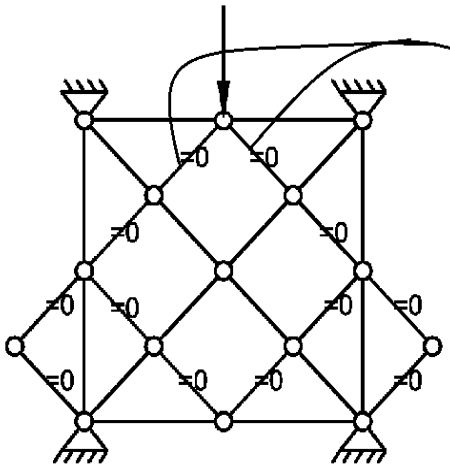


در جهتی که احتمال ناپایداری داریم، یک بار واحد اعمال می کنیم:

(سوال: محل اعمال بار واحد را چگونه تشخیص دهیم؟)



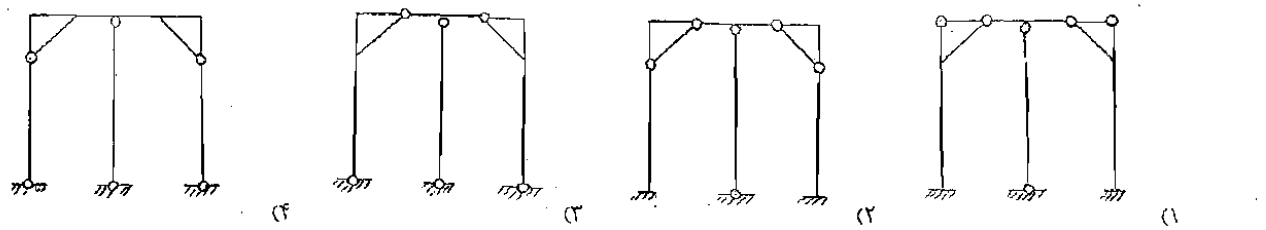
سازه را تحت بار واحد تحلیل می کنیم. اگر سازه ناپایدار باشد، به تناقض می رسیم:



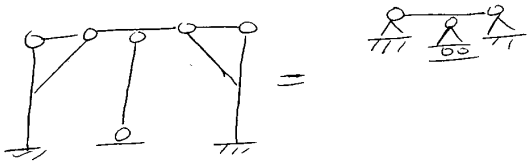
اگر اعضا صفر نیروی را مشخص کنیم، این
دو عضو صفر خواهند شد در حالیکه باید صفر باشند
بنابراین سازه نمی تواند بار واحد را تحمل کند و ناپایدار است

سراسری ۸۶

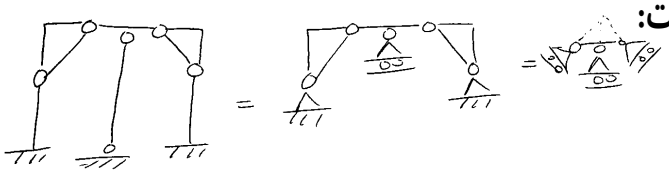
۶۵- کدام یک از سازه‌های زیر پایدار است؟ (کلیه سازه‌ها متقارن هستند.)



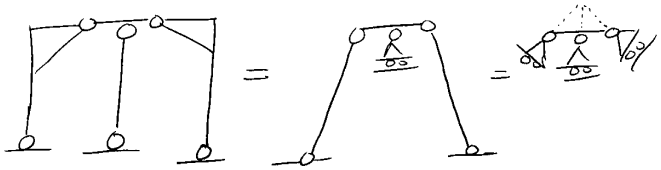
گزینه ۱ پایدار است:



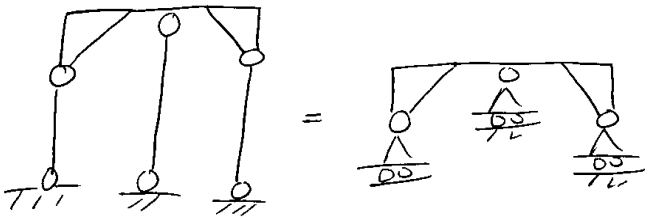
گزینه ۲ به دلیل هم رس بودن مولفه ها ناپایدار است:



گزینه ۳ به دلیل هم رس بودن مولفه ها ناپایدار است:

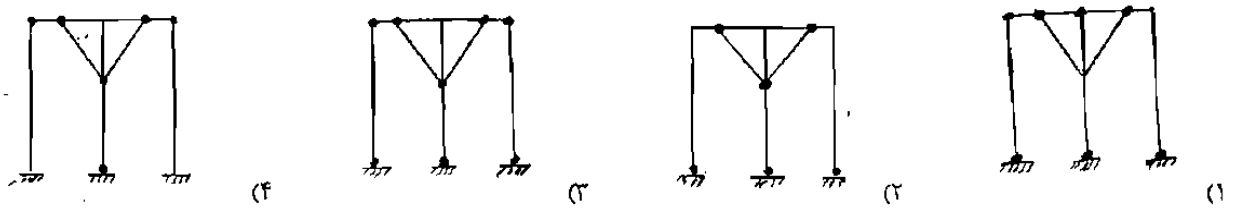


گزینه ۴ بدلیل موازی بودن مولفه ها ناپایدار است:



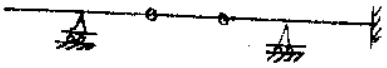
تمرین: سراسری ۸۲

۴۹- کدام یک از قابهای متقارن روبرو پایدار است؟



آزاد ۸۹

۶۱ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

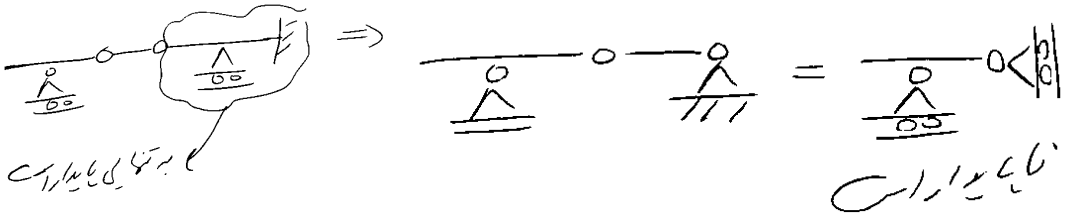


۱) تیر ناپایدار هندسی است. ۳) تیر پایدار و معین است.

۲) تیر ناپایدار استاتیکی است. ۴) تیر پایدار و نامعین است.

پاسخ: گزینه ۱

درجه نامعینی سازه برابر $n=0$ است بنابراین تعداد تکیه گاههای آن کافی می‌باشد و ناپایداری سازه از نوع استاتیکی نیست بلکه به علت چیدمان نامناسب اعضا می با شد (نا پایداری هندسی)



آزاد ۸۹

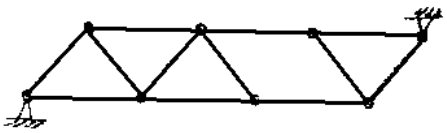
۶۸ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

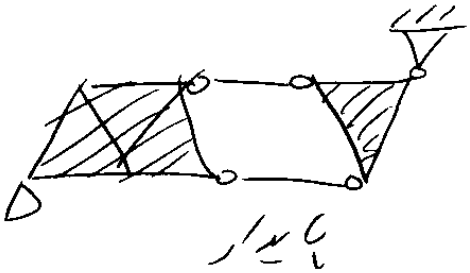
۱) خرپا پایدار و معین است.

۲) خرپا پایدار و نامعین است.

۳) خرپا ناپایدار است.

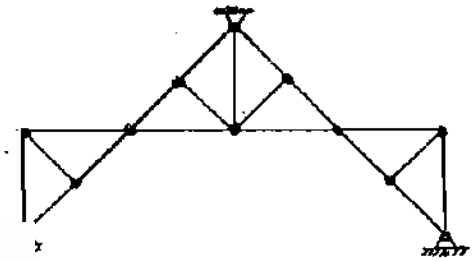
۴) هیچکدام





تمرین سراسری ۸۳

۶۹ خرپای مقابل:



۱) ناپایدار است .

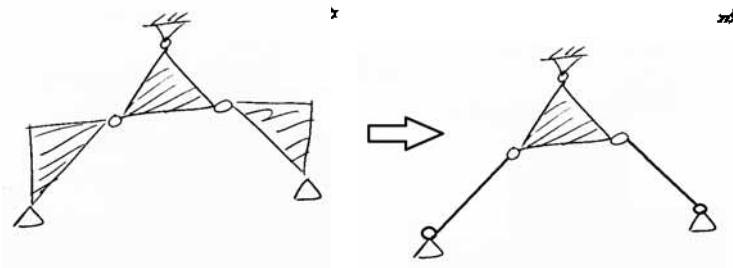
۲) پایدار و معین است .

۳) پایدار و ۲ درجه نامعین است .

۴) پایدار و ۳ درجه نامعین است .

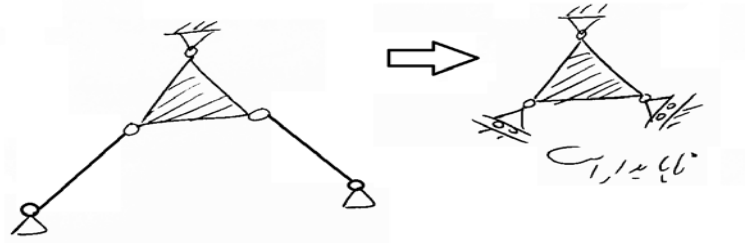
پاسخ: گزینه ۱ است.

ابتدا قسمت های پایدار را هاشور میزنیم.



دو مثلث پایینی تنها دو نقطه اتصال دارند

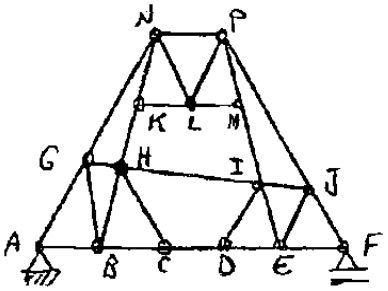
بنابراین آنها را با میله جایگزین می کنیم:



از طرفی میله های مایل را می توان به

تکیه گاه غلتکی در راستای میله تبدیل کد:

سراسری ۸۶



۶۲- خرپای شکل زیر یک سازهٔ:

۱) معین و پایدار است.

۲) نامعین و پایدار است.

۳) به علت داشتن شبکه‌های چهار ضلعی ناپایدار است.

۴) یک خرپای مرکب است که به صورت ناپایدار از ترکیب چند خرپای ساده تشکیل شده است.

پاسخ: گزینه ۱

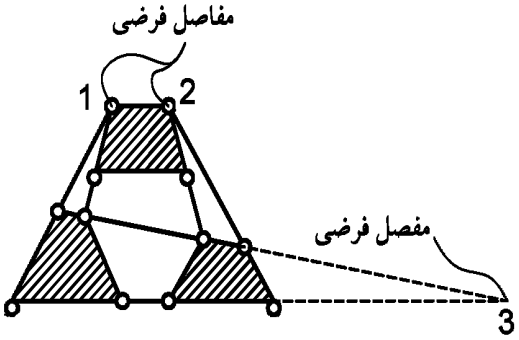
ابتدا قسمت های پایدار را هاشور میزنیم.

در واقع سه جسم توسط ۶ میله به هم متصل شده اند.

به جای میله ها مفاصل فرضی آنها در نظر می‌گیریم.

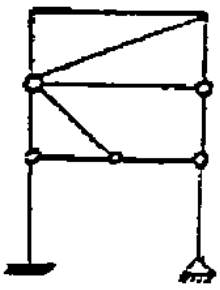
اگر ۳ مفصل فرضی در یک امتداد نباشند، سازه پایدار است.

مفاصل ۱، ۲ و ۳ در یک امتداد نیستند و جسم پایدار است.



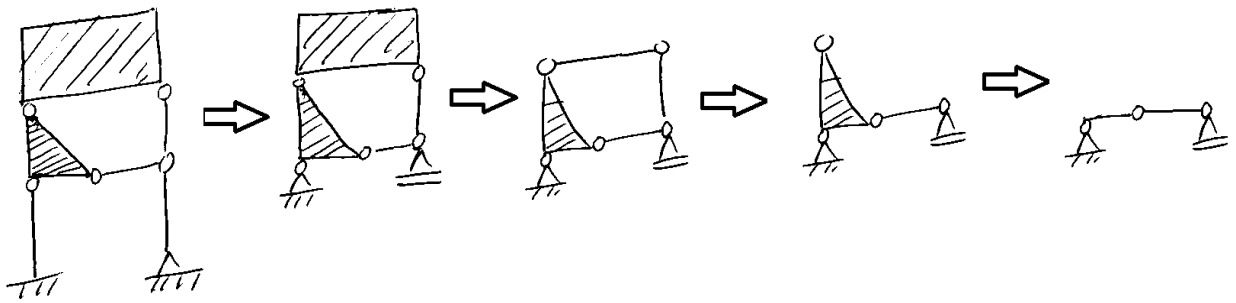
تمرین آزاد ۸۷

۶۰- کدام گزینه در ورد قاب شکل زیر صحیح است؟



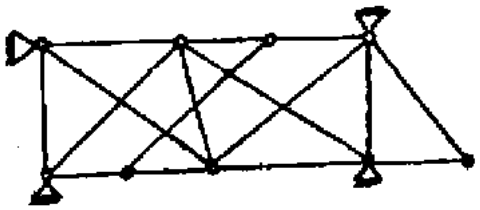
۱) ناپایدار و دو درجه نامعین ۲) پایدار و دو درجه نامعین ۳) ناپایدار و سه درجه نامعین ۴) پایدار ومعین

پاسخ: گزینه ۱

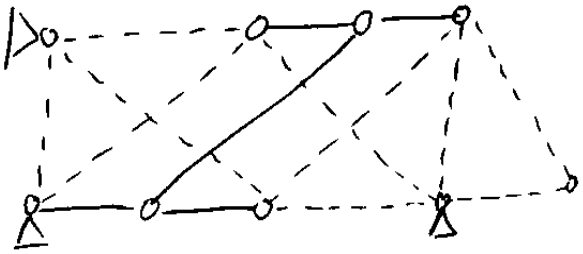


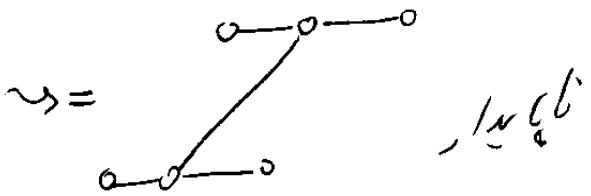
آزاد ۸۸

۶۷- کدام گزینه در مورد خرپای نشان داده شده صحیح می باشد.



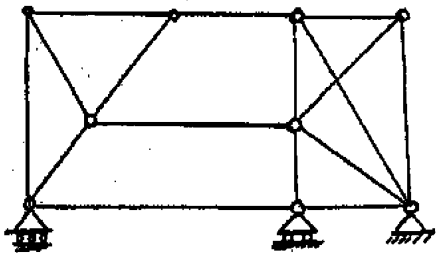
۱) پایدار و معین
۲) ناپایدار داخلی
۳) پایدار و نامعین
۴) ناپایدار خارجی





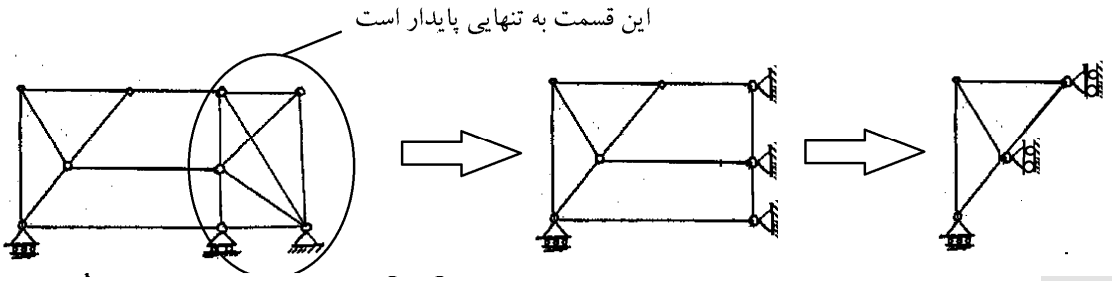
آزاد ۹۱

۶۲- خرپای نشان داده شده ....



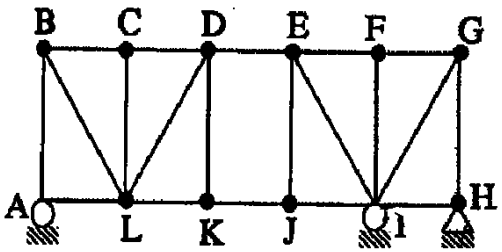
۱) پایدار است.
۲) ناپایدار است.
۳) معین است.
۴) بستگی به ابعاد سازه می‌تواند پایدار و یا ناپایدار باشد.

پاسخ: گزینه ۱:



تمرین: آزاد ۹۳

۷۷- در مورد خرپای مقابل:



۱) معین - پایدار
۲) نامعین - پایدار
۳) معین - ناپایدار
۴) نامعین - ناپایدار

۲-۱-درجه نامعینی

تعیین درجه نامعینی:

سازه ای را می توان به دو بخش معین و نامعین تقسیم کرد.
درصورتی که بتوان با استفاده از روابط استاتیک نیروی داخلی اعضا و عکس العمل های تکیه گاهی سازه را بدست آورد، سازه معین نامیده می شود و در غیر این صورت نامعین خواهد بود.
درجه نامعینی درواقع تعداد مجهولاتی را که نمی توان با استاتیک بدست آورد، نشان می دهد.
در تعیین درجه نامعینی سازه ای را به ۴ بخش تقسیم می کنیم:

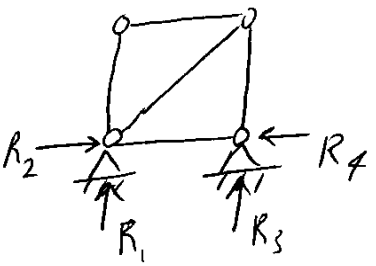
1. خرپای دوبعدی (که در آن تمامی اتصالات مفصلی است)
2. قاب دوبعدی
3. خرپای سه بعدی
4. قاب سه بعدی

1 درجه نامعینی خرپای دوبعدی از رابطه زیر بدست می آید:

$$n = M + R - 2N$$

M: تعداد اعضای خرپا
R: تعداد عکس العمل های تکیه گاهی
N: تعداد مفاصل

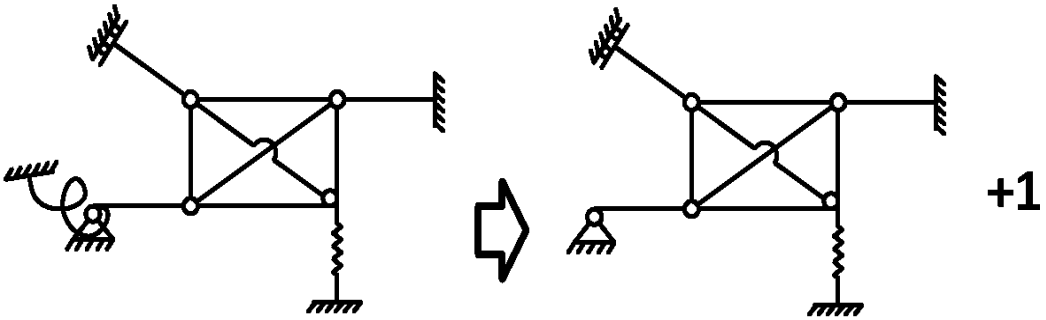
مثال:



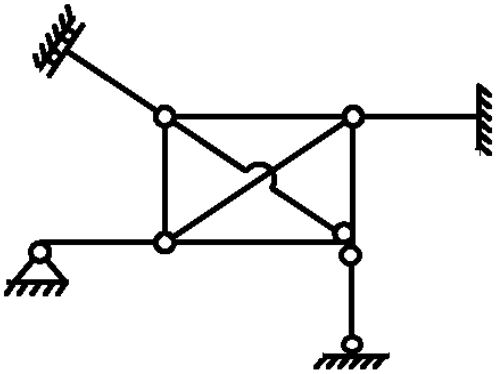
$$\left.\begin{matrix} M = 5 \\ R = 4 \\ N = 4 \end{matrix}\right\} \rightarrow n = 5 + 4 - 2\times 4 = 1$$

درجه نامعینی قابها:

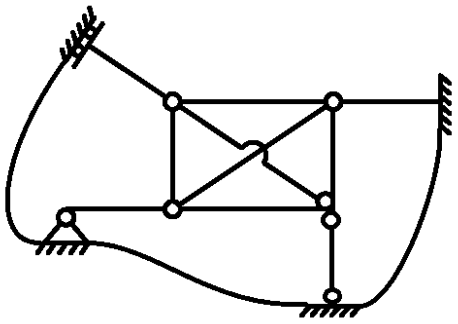
گام ۱: تمامی فنرهای پیچشی را حذف می کنیم و در عوض به تعداد فنر های پیچشی حذف شده به درجه نامعینی می افزاییم



گام ۲: فنرهای محوری (و کابلها) را با میله های دو سرمفصل جایگزین می کنیم:

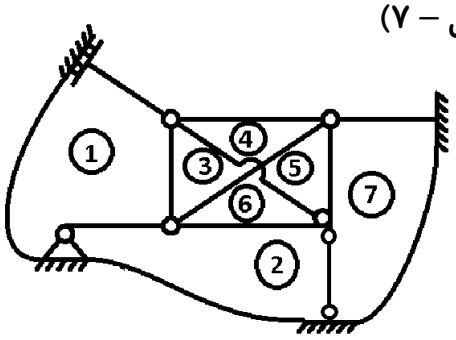


گام ۳: از آنجا که زمین یک جسم پیوسته می باشد، تکیه گاهها را به هم متصل می کنیم. دقت شود که آخرین تکیه گاه را به اولین تکیه گاه متصل نکنید:



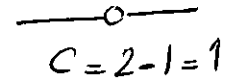
گام ۴: تعداد نواحی بسته را می شماریم:

۶= (تعداد تقاطع غیرواقعی – ۷)



گام ۵: تعداد درجات آزادی مفاصل را کنار آنهار می نویسیم:

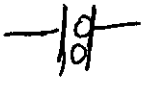
C = (1 – تعداد اعضایی که مفصل شده اند)


C = 2 - 1 = 1

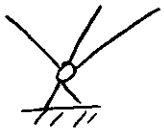
C = 4 - 1 = 3

C = 2

این مفصل فقط برش منتقل می‌کند و چون M و P را آن صفر است C = 2


C = 1

این اتصال برش نمی‌تواند منتقل کند بنابراین تنها M = 0 است


C = 4 - 1 = 3

C = تعداد اعضا متصل شونده - 1

وقتی شود که زمین به تنهایی یک عضو محسوب می‌شود و تعداد کل اعضا 4 است

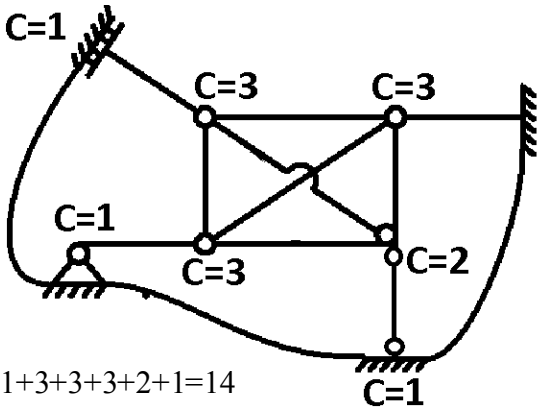
C = 5 - 1 = 4

C = تعداد اعضا متصل شونده - 1

وقتی شود که زمین ۲ عضو محسوب می‌شود

C = 1

این اتصال لنگر و برش منتقل می کند
ولی نیروی محوری در آن صفر است



C=1+1+3+3+3+2+1=14

گام ۶: درجه نامعینی برابر خواهد بود با:

$$n = 3 \times R - \sum C + \text{تعداد فنرهای پیچشی حذف شده} = 3 \times 6 - 14 + 1 = 5$$

سراسری ۹۰

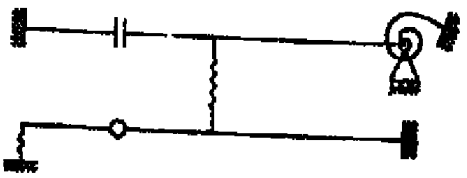
۶۳- درجهٔ نامعینی سازه شکل مقابل چند است؟

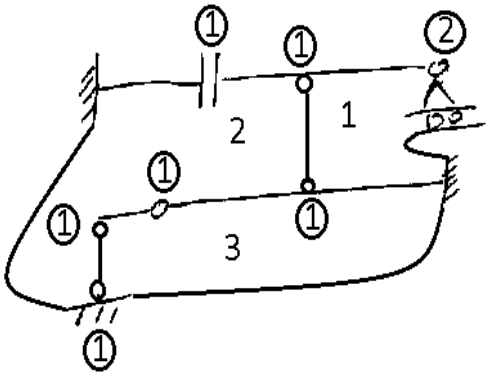
۱) ۵

۲) ۴

۳) ۲

۴) ۶

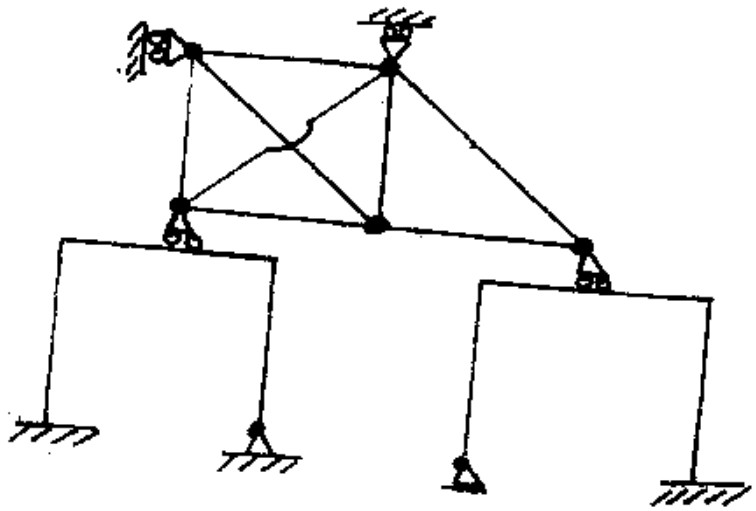




$$n = 3 \times 3 - (6 \times 1 + 2) + 1 = 2$$

آزاد ۸۹

۷۷ـ درجه‌ی **نامعین** سازه‌ی شکل زیر کدام است؟

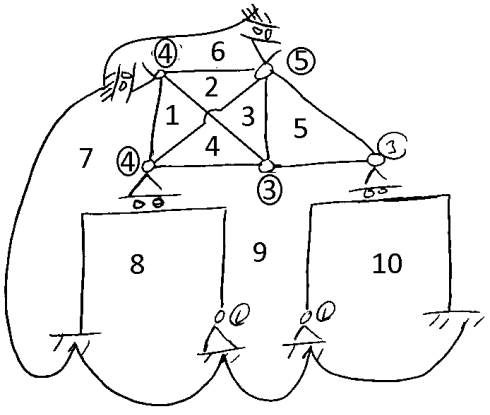


۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۷

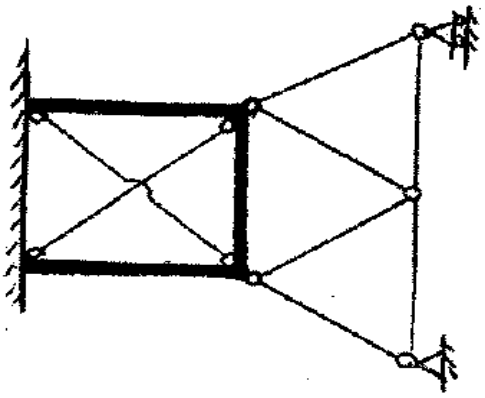


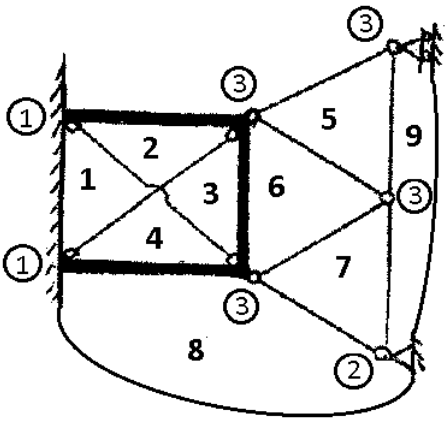
$$n = (10 - 1) \times 3 - (4 + 5 + 4 + 3 + 3 + 1 + 1) = 6$$

سراسری ۸۹

۵۶ تعداد درجات نامعین سازه مقابل کدام است؟

۱) ۹
۲) ۸
۳) ۱۳
۴) ۱۵



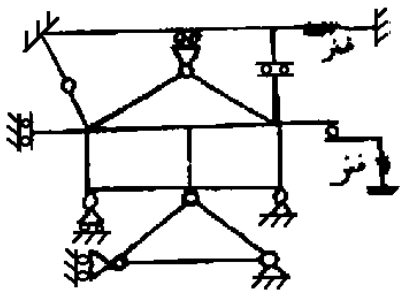


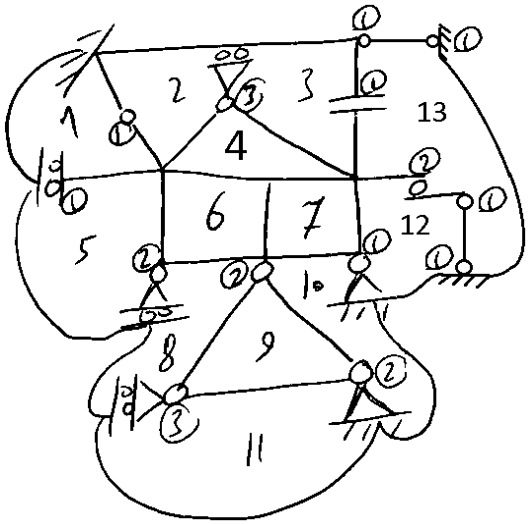
$$n = (9-1)\times 3 - (1+1+4\times 3+2) = 24-16 = 8$$

آزاد ۸۸

۶۱- درجه نامعین سازه نشان داده شده کدام است؟

۱) ۱۸ درجه
۲) ۱۶ درجه
۳) ۱۹ درجه
٤) ۱۷ درجه



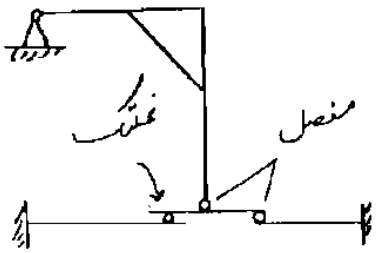


$$n = 3\times R - \sum C$$
$$= 3\times 13 - (8\times 1+3+3+2+2+2+2) = 17$$

نکته: در محاسبه درجه آزادی تکیه گاه داخلی غلتکی بین نواحی ۲ و ۳، همانطور که زمین را ۲ عضو فرض می‌کنیم، میله افقی را نیز به دلیل غلتکی بودن تکیه گاه دو عضو فرض می‌کنیم.

سراسری ۸۳

۷۳. درجه نامعینی سازه مقابل را تعیین کنید؟



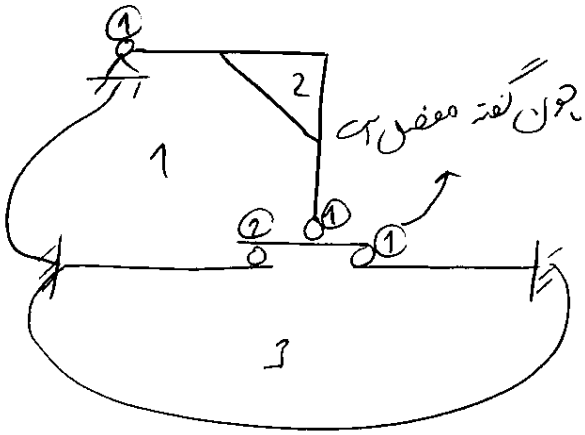
۱) ۳

۲) ۴

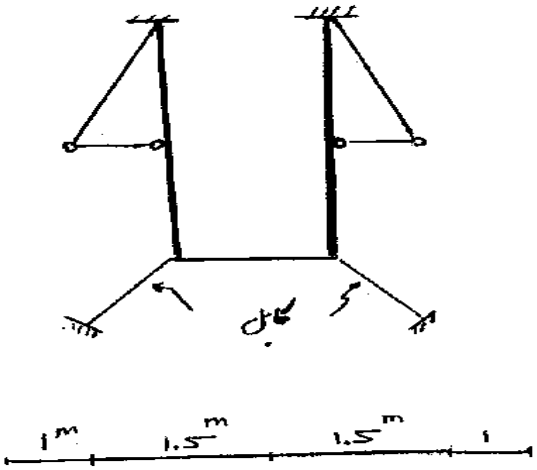
۳) ۵

۴) ۶

دقت شود که مفصل سمت راست که در شکل نیز به آن اشاره شده، به صورت مفصل غلتکی رسم شده و باید درجه آزادی آنرا برابر c=2 در نظر میگرفتیم و لی چون در صورت مسئله تاکید شده که این مفصل است (نه غلتک!) مقدار درجه آزادی آنرا c=1 درنظرمیگیریم:



سراسری ۸۷



۷۴- درجات نامعینی سازه شکل مقابل را حساب کنید؟

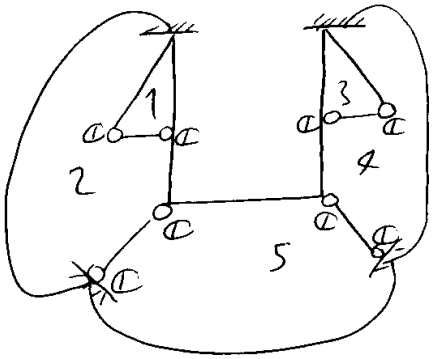
۱) سه درجه

۲) شش درجه

۳) هفت درجه

۴) یازده درجه

دقت شود که اعضای کابلی باید به اعضای دوسر مفصل تبدیل شوند ولی افزودن مفصل به انتهای اعضای کابلی تنها شامل خود کابل خواهد بود و بقیه سازه در نقطه اتصال به کابل مفصلی نمی‌شود:



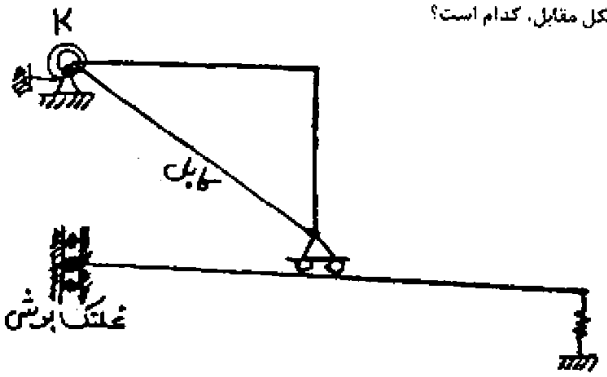
h = 5x3 − (1+1+1+1+1+1+1+1)

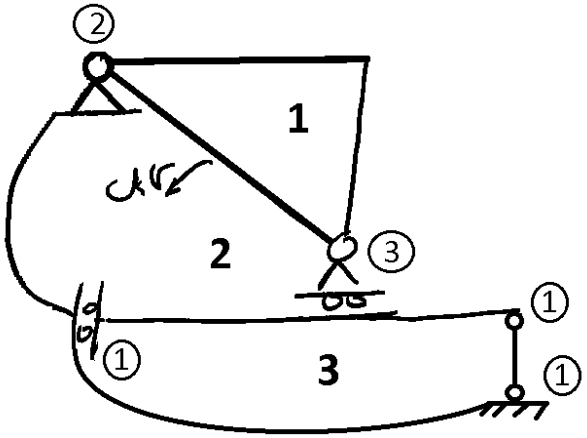
= 7

سراسری ۸۸

۷۱- درجات نامعینی سازه شکل مقابل، کدام است؟

۱) ۴
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۱



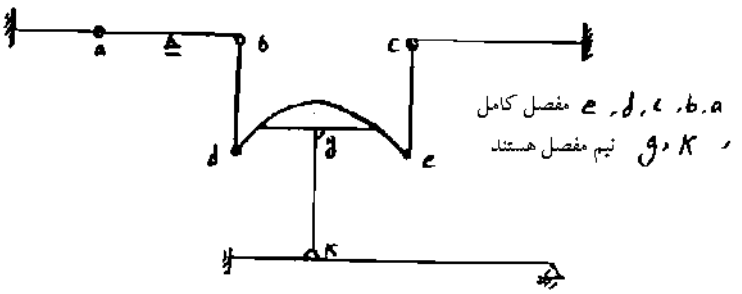


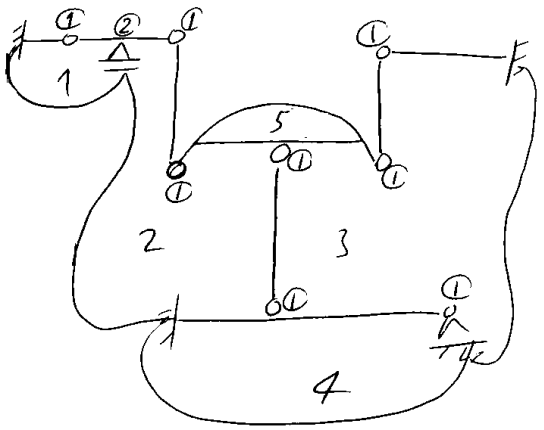
$$n = 3 \times 3 - (2 + 3 + 1 + 1 + 1) + 1 = 9 - 8 + 1 = 2$$

سراسری ۸۳

۷۸. در مورد پایداری و معین بودن سازه شکل زیر می توان گفت :

۱) سازه ناپایدار است .
۲) سازه معین است .
۳) سازه ۲ درجه نامعین است .
۴) سازه پایدار و ۵ درجه نامعین است .

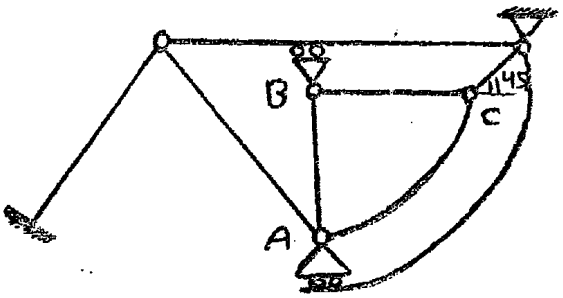




$$n = 5 \times 3 - (1+2+1+1+1+1+1+1+1) = 5$$

آزاد ۸۹

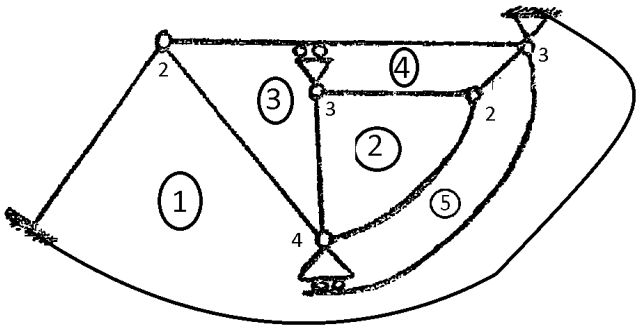
۶۱- کدام گزینه در مورد معینی و پایداری سازه نشان داده شده صحیح است؟ (ABC ربع دایره می‌باشد)



۱) ناپایدار
۲) معین و پایدار
۳) نامعین و پایدار
۴) سه درجه نامعین است

گزینه ۱ (قسمت داخلی ناپایدار هندسی است)

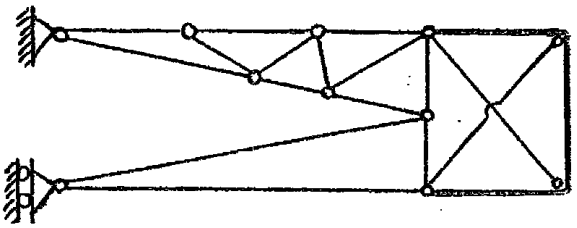
البته درجه نامعینی سازه فوق به صورت زیر محاسبه می شود:



$$n = 3 \times 5 - 4 - 2 - 3 - 2 - 3 = 1$$

آزاد ۸۹

۶۲- کدام گزینه در مورد سازه روبرو صحیح است؟

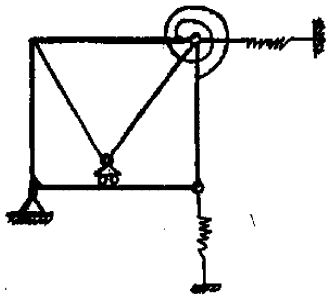


۱) پایدار و شش درجه نامعین
۲) معین
۳) پایدار و یک درجه نامعین
۴) ناپایدار

گزینه ۴

آزاد ۹۱

۶۱- درجه نامعینی سازه نشان داده شده کدام است؟

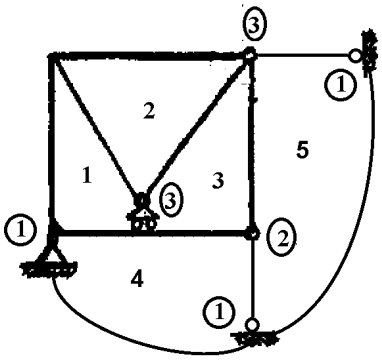


۱) 4　　۲) 5

۳) 6　　۴) 7

گزینه ۲

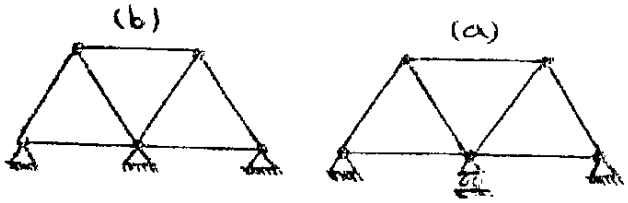
مطابق شکل فنر پیچشی را حذف کرده و بر اساس نواحی و درجات آزادی درجه نامعینی را محاسبه می کنیم:



$$n = 3R - (1+1+1+3+3+2) + springs$$
$$= 15 - 11 + 1 = 5$$

آزاد ۹۰

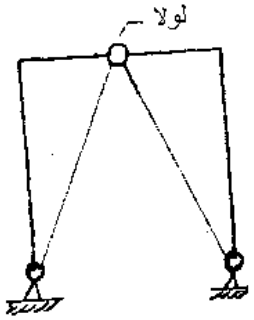
۶۹- کدام گزینه در مورد خرپاهای a و b صحیح می‌باشند. (بارهای وارد شده فقط به صورت گره‌ای می‌باشد)



۱) خرپای a یک درجه نامعین و خرپای b دو درجه نامعین است.
۲) خرپای a دو درجه نامعین و خرپای b سه درجه نامعین است.
۳) خرپای a یک درجه نامعین و سازه b معین است.
۴) خرپای a دو درجه نامعین و خرپای b یک درجه نامعین است.

تمرین آزاد ۸۹

۷۶- قاب روبرو چند درجه **نامعین** است؟

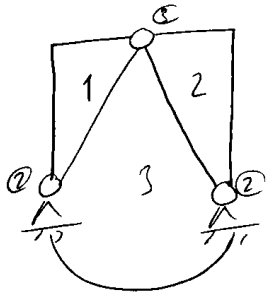


۱) یک درجه　　۳) ۲ درجه

۲) ۳ درجه　　۴) ۴ درجه

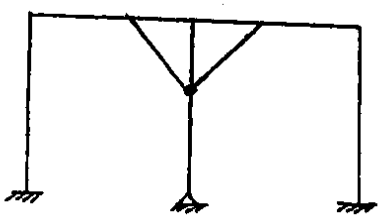
پاسخ: گزینه ۳

منظور از لولا در شکل همان مفصل است.



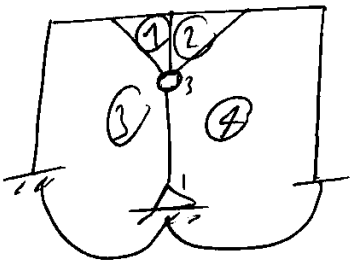
$$h = 3\times 3 - (3+2+2) = 2$$

تمرین آزاد ۸۵



۸۱- درجه نامعینی قاب زیر چند است؟

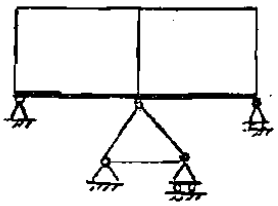
۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۶ ۴) ۸



$n = 4\times 3 - 3 - 1 = 8$

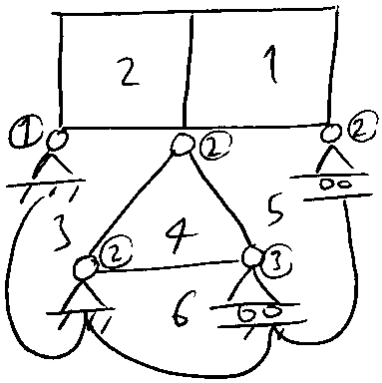
تمرین سراسری ۸۵

درجات نامعینی سازه را حساب کنید.

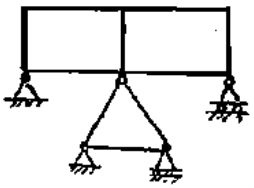


۱) ۶
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

تمرین سراسری ۸۲



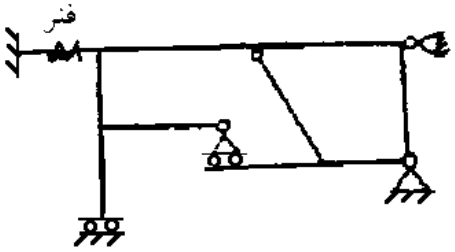
۵۷- سازه شکل مقابل چند درجه نامعین است؟



۱) ۶ درجه
۲) ۷ درجه
۳) ۸ درجه
۴) ۱۰ درجه

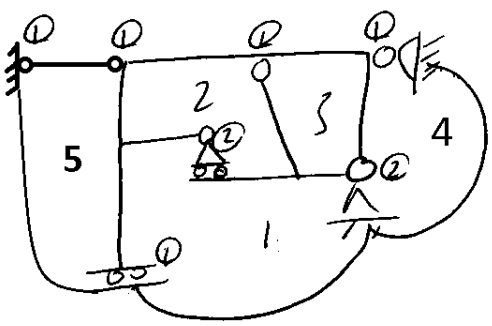
$n = 6\times 3 - (1+2+2+2+3) = 8$

تمرین آزاد ۸۷



۸۷- سازه مقابل چند درجه نامعین است؟

۱) ۴ درجه ۲) ۵ درجه ۳) ۶ درجه ۴) ۷ درجه



$n = 5\times 3 - (5\times 1 + 2 + 2)$

$= 6$

تمرین سراسری ۸۱

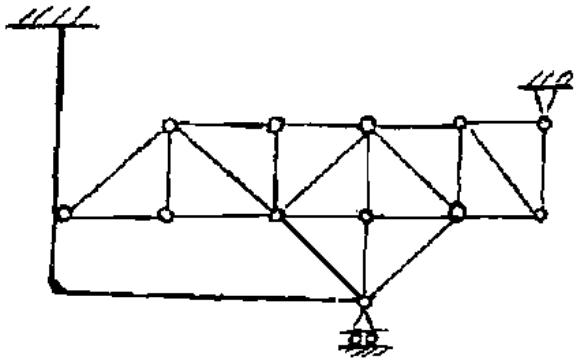
۵۶- درجهٔ نامعینی سازه زیر کدام گزینه است ؟

۱) (۳) ـ سه

۲) (۴) ـ چهار

۳) (۵) ـ پنج

۴) (۶) ـ شش



گزینه ۳

تمرین سراسری ۸۱

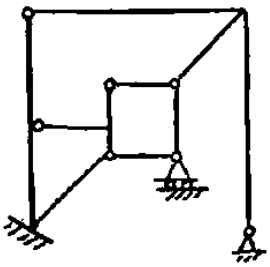
۴۹- درجه نامعینی شکل روبرو کدام است ؟

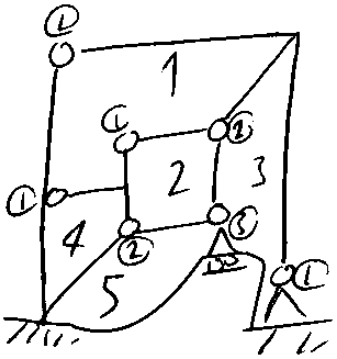
۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵





$$n = 5 \times 3 - (1+4+1+2+2+3+1) = 4$$

تمرین سراسری ۸۷

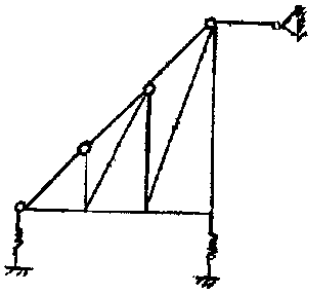
۷۸- درجات نامعینی سازه شکل مقابل را تعیین کنید؟

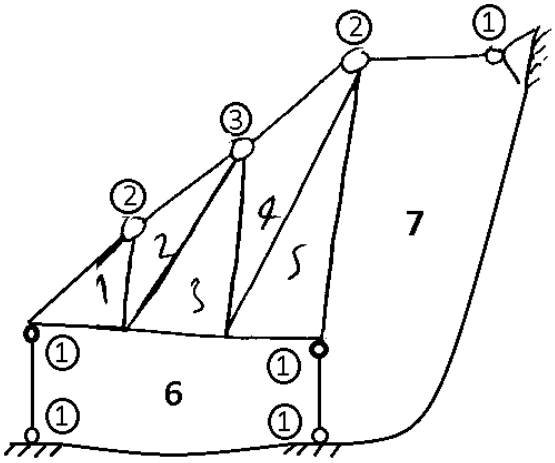
۱) ۳ درجه

۲) ۱۵ درجه

۳) ۹ درجه

۴) ۷ درجه





$$n = 7 \times 3 - (5 \times 1 + 2 + 2 + 3) = 21 - 12 = 9$$

تمرین سراسری ۸۶

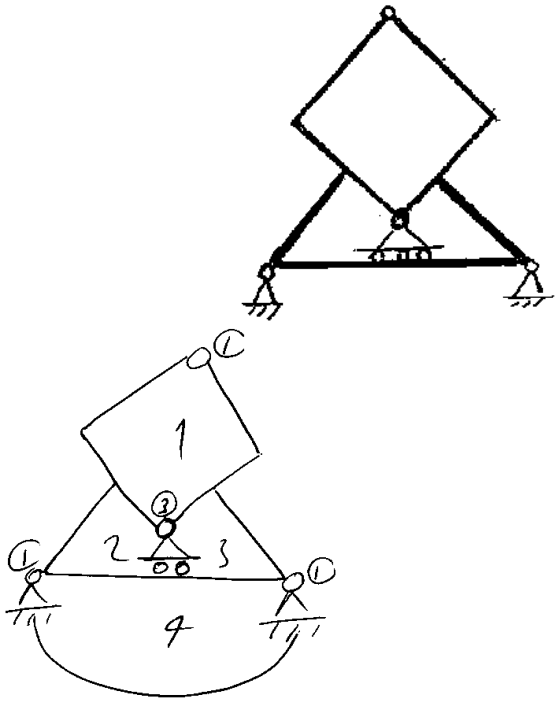
۷۵- تعداد درجات نامعینی سازه مقابل را حساب کنید.

۱) ۴ درجه

۲) ۵ درجه

۳) ۶ درجه

۴) ۷ درجه



$$n = 4 \times 3 - (1+3+1+1) = 6$$

تمرین سراسری ۸۴

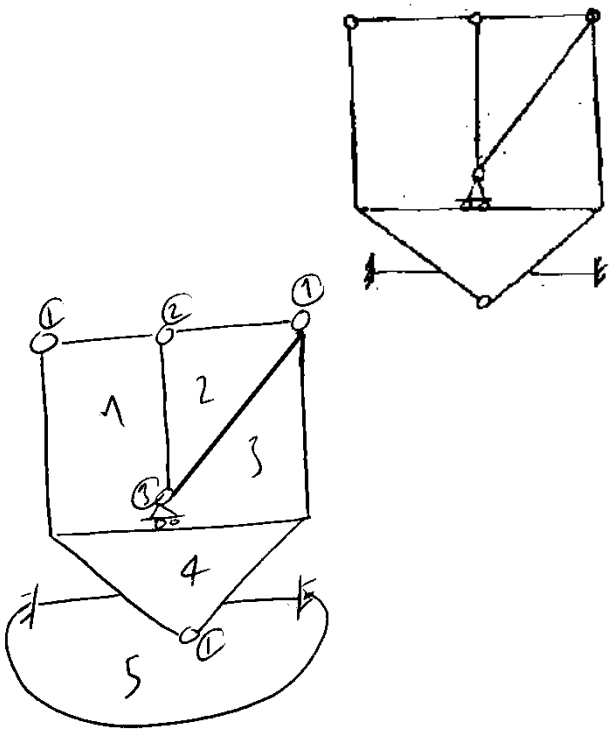
۷۸- درجه نامعینی سازه مقابل چقدر است؟

۱) ۶

۲) ۷

۳) ۸

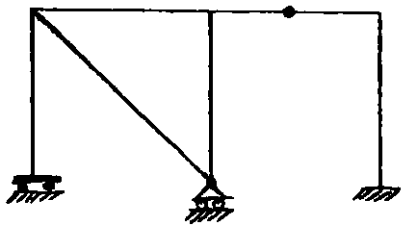
۴) ۹



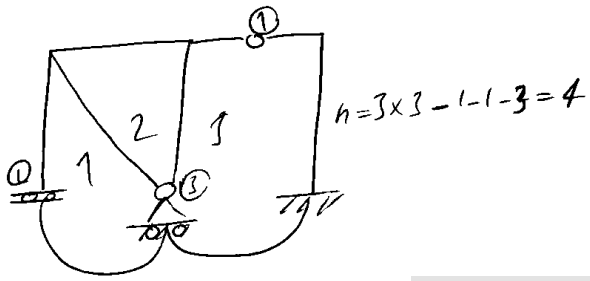
$$n = 5 \times 3 - (1+2+1+3+1) = 7$$

تمرین آزاد ۸۳

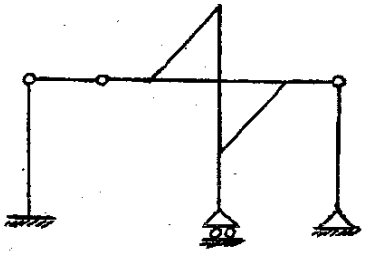
۳۹- سازه نشان داده شده در شکل چند درجه نامعین است؟



۱) ۲ درجه
۲) ۳ درجه
۳) ٤ درجه
٤) هیچکدام



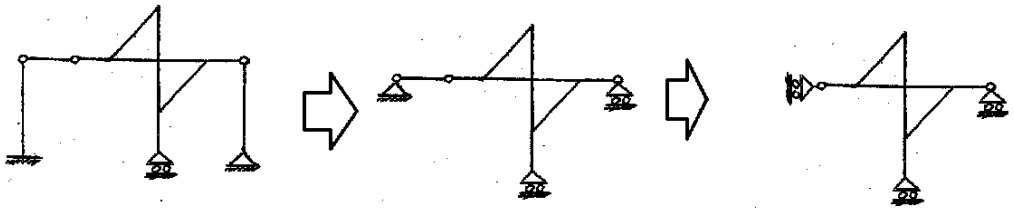
تمرین آزاد ۹۲



۶۷- کدام گزینه در ارتباط با قاب نشان داده شده صحیح است؟

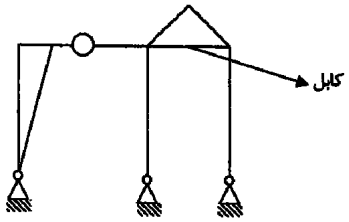
۱) معین و پایدار
۲) نامعین و پایدار
۳) معین و ناپایدار
۴) نامعین و ناپایدار

گزینه ۲:



تمرین: آزاد ۹۳

۷۴ـ درجه نامعینی سازه زیر کدام است؟



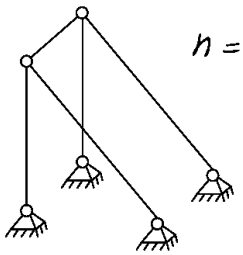
۱) 6
۲) 4
۳) 9
۴) 7

۲-۲-درجه نامعین سازه های سه بعدی

خرپای سه بعدی: درجه نامعینی خرپای سه بعدی مشابه خرپای دوبعدی است با این تفاوت که تعداد گره ها را در برابر ۳ ضرب می کنیم:

$$h = M + R - 3N$$

(تعداد اعضا، عکس العمل ها، تعداد مفاصل)

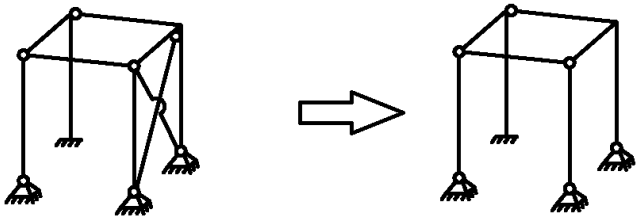


$$h = (5) + (4\times 3) - 3(6) = -1$$

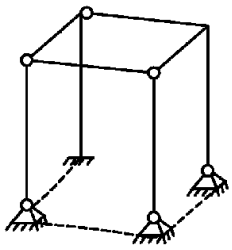
بنابراین خرپا نامعین است.

قاب سه بعدی: برای محاسبه درجه نامعینی قاب های سه بعدی به شرح زیر عمل می کنیم:

گام ۱: بار بند ها و خرپا را حذف می کنیم:

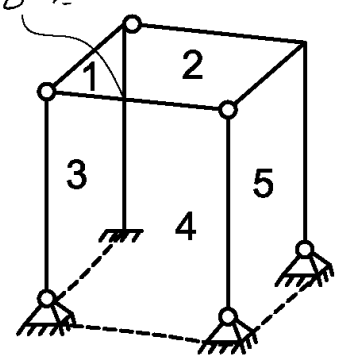


گام 2: مشابه قاب های دوبعدی تکیه گاه ها را به هم وصل می کنیم ولی تکیه گاه آخر را به تکیه گاه اول وصل نمی کنیم



گام ۳: فرض می کنیم سازه یک سازه دوبعدی است و تعداد نواحی بسته را می شماریم ولی به تعداد تقاطع های غیر واقعی از تعداد نواحی کم می کنیم

این تقاطع غیر واقعی است



$$R = 5 - 1 = 4$$

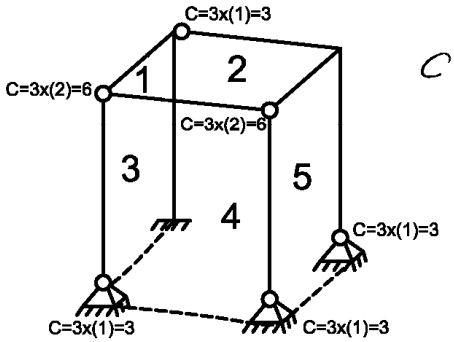
در شکل مقابل تنها یک تقاطع غیر واقعی داریم

گام ۴: مقادیر درجات آزادی C را محاسبه می کنیم:

تفاوت ضرایب c در قاب سه بعدی با قاب دو بعدی در این است که

۱- ضرایب محاسبه شده را سه برابر می کنیم

۲- پس از سه برابر کردن مقدار c، به تعداد اعضای دوسر مفصل از آن می کاهیم



$C = [6+6+3+3+3+3] - [3] = 21$

تعداد اعضای دوسر مفصل

گام ۵: درجه نامعینی برابر خواهد بود با:

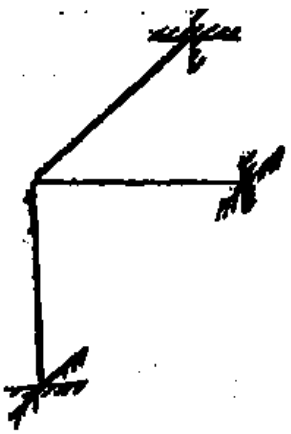
$h = 6 \times R - C +$ تعداد قید $+$ تعداد بار بند

$= 6 \times 4 - 21 + 0 + 2 = 5$

نحوه محاسبه درجه آزادی حرکتی تکیه گاه غلتکی در سه بعدی: تفاوت غلتکی با مفصلی ثابت در این است که تنها دو حرکت افقی در آن آزاد است. بنابراین تکیه گاه را مفصلی ثابت فرض کرده و پس از محاسبه، دو واحد به آن می افزاییم. برای مثال اگر تکیه گاههای فوق غلتکی باشند مقدار C آنها برابر ۵ خواهد بود.

آزاد ۸۵

۹۱- درجه نامعینی قاب فضایی زیر چند است؟

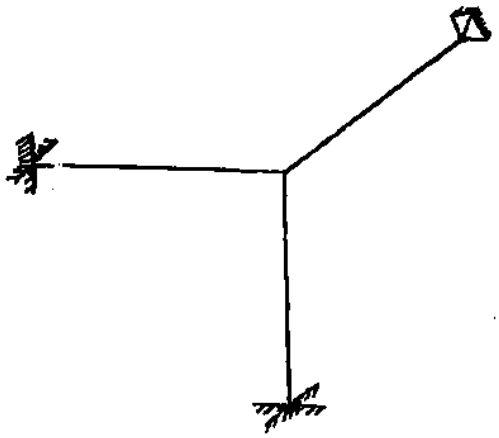


۱) ۶
۲) ۳
۳) ۹
۴) صفر

۱۲ درجه نامعین است (پاسخ در گزینه ها نیست)

آزاد ۸۴

۳۴- درجه نامعینی قاب فضایی زیر چقدر است؟

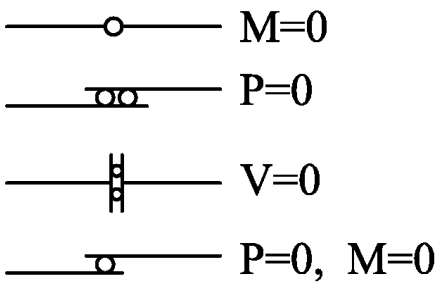


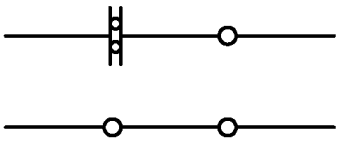
۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۹
۴) ۷

گزینه ۳

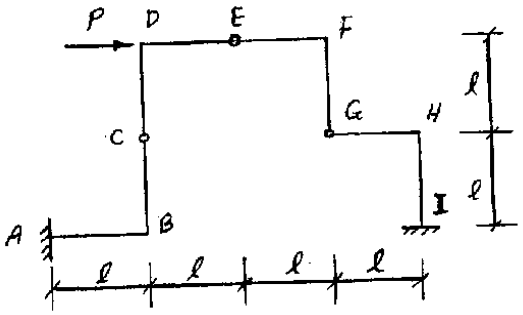
۳-استاتیک تیرها

انواع مفصل و ترکیب آنها





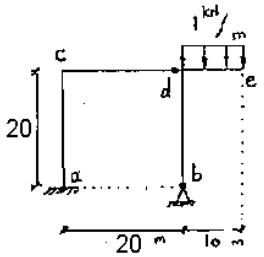
در چه مواردی می توان تیرهای غیرمستقیم را با یک میله خرپایی جایگزین نمود؟



نحوه استفاده از مفاصلی که سازه را دو قسمت می کنند (مفصل جدا کننده)

سراسری ۸۴

در سازهٔ شکل مقابل، عکس‌العمل افقی تکیه‌گاه a کدام است؟

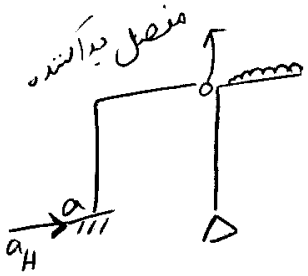


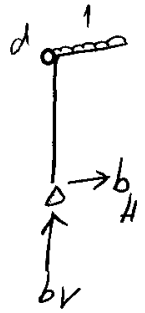
۱) ۷٫۵ kN

۲) ۵ kN

۳) ۲٫۵ kN

۴) ۰



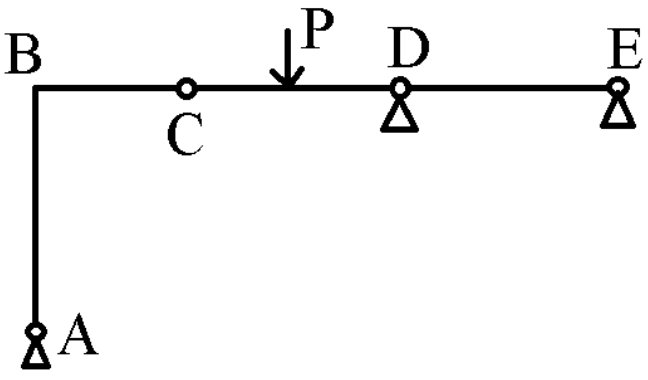


$$\sum M_d = 0 \rightarrow b_H = \frac{1 \times 10^2/2}{20}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow a_H + b_H = 0 \rightarrow a_H = -2.5$$

۱- قسمتی از تیر که دوسر مفصل است می توان به راحتی جدا گانه تحلیل کرد:

لنگر در B چقدر است؟

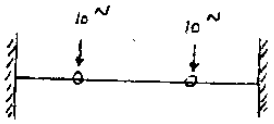


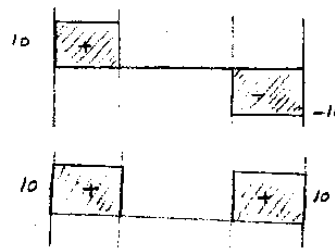
۲- نحوه رسم سریع دیاگرام برش

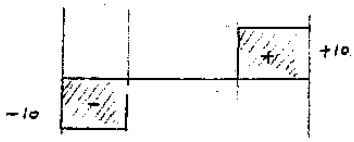
۳- نحوه رسم سریع دیاگرام خمش

آزاد ۸۹

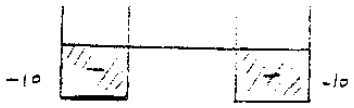
۷۴ـ کدامیک از گزینه‌های زیر، نمودار نیروی برشی را در طول تیر روبرو تحت بار رسم شده نشان می‌دهد؟



۱)


۲)


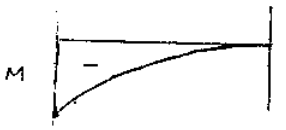
۳)

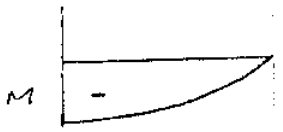
۴)


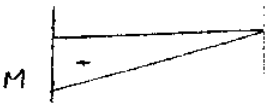
گزینه ۱

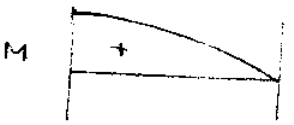
آزاد ۸۹

۷۵ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر نمودار نیروی خمشی را در طول تیر روبرو با بار مثلثی نشان می‌دهد؟

۱)


۲)


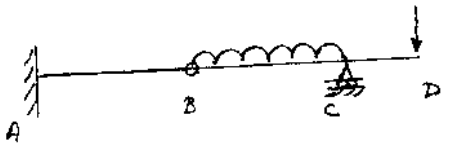
۳)


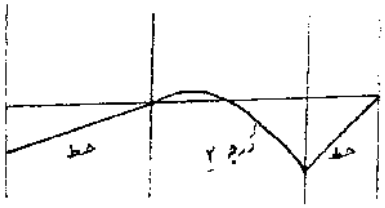
۴)


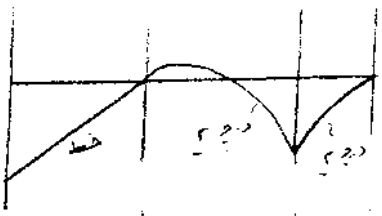
گزینه ۱

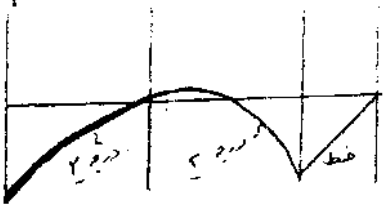
آزاد ۸۹

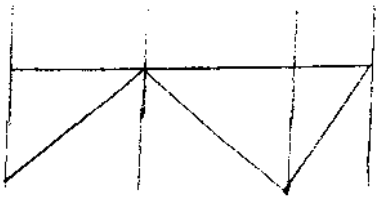
۶۹ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نمودار لنگرخمشی تحت بارهای نشان داده شده باشد.



۱)


۲)


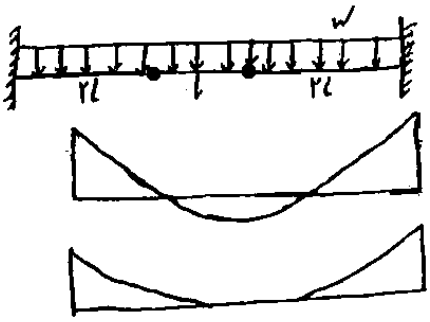
۳)


۴)


گزینه ۱

آزاد ۸۵

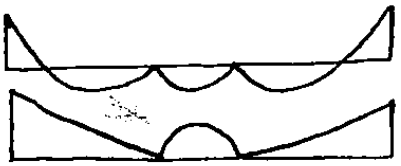
منحنی لنگر خمشی تیر زیر کدام است؟



۱)

۲)

۳)



۴)

گزینه ۲

سراسری ۹۱

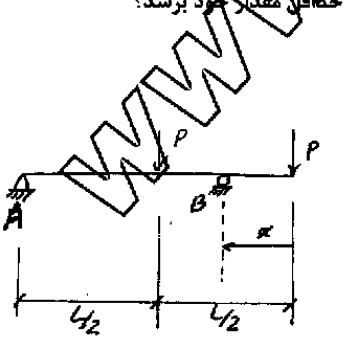
۵۸- تیر نشان داده شده در شکل تحت بارهای متمرکز P قرار دارد. در این تیر، می‌توان تکیه‌گاه B را در هر نقطهٔ دیگری از تیر قرار داد. فاصله x تکیه‌گاه B را طوری تعیین کنید که لنگر حداکثر خمشی تیر به حداقل مقدار خود برسد؟

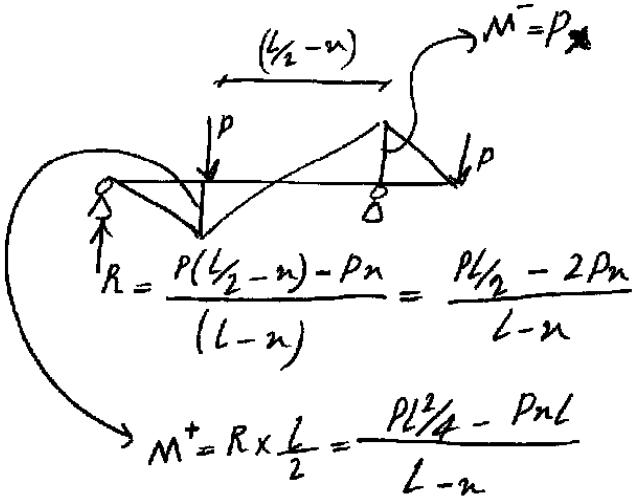
۱) $\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)L$

۲) $\frac{L}{2}$

۳) $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)L$

۴) صفر





$$M^- = M^+ \Rightarrow Px = \frac{PL^2/4 - PxL}{L-x} \rightarrow Px^2 - 2PxL + \frac{PL^2}{4} = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{2L \pm \sqrt{4L^2 - L^2}}{2} \Rightarrow x = \begin{cases} (1-\frac{\sqrt{3}}{2})L \checkmark \\ (1+\frac{\sqrt{3}}{2})L \times \end{cases}$$

سراسری ۸۸

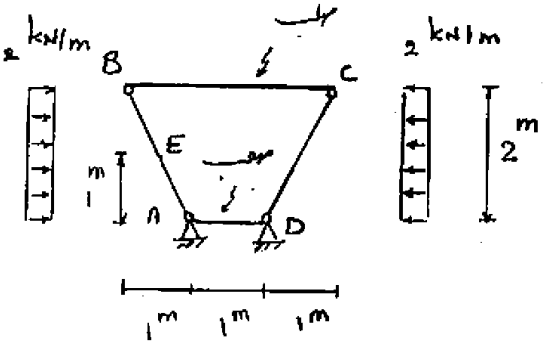
۸۴- M_E بر حسب KN.m چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$

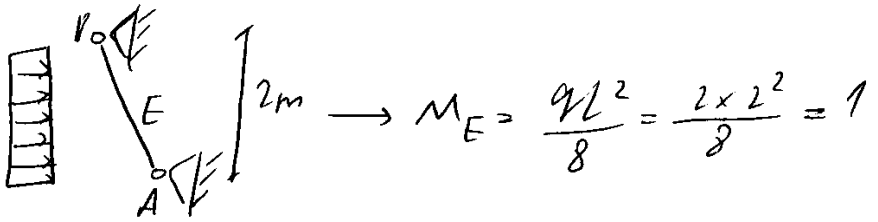
۲) ۲

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) ۱



EI = ثابت



آزاد ۸۹

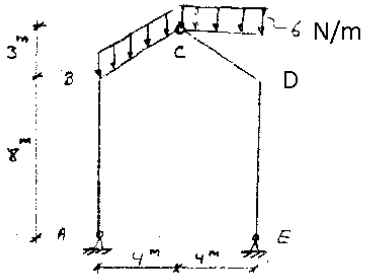
۶۶- مولفه قائم عکس‌العمل تکیه‌گاهی E (E_y) چقدر است؟

۱) ۲۴N

۲) ۳۰N

۳) ۲۲/۵N

۴) هیچکدام



سراسری ۸۷

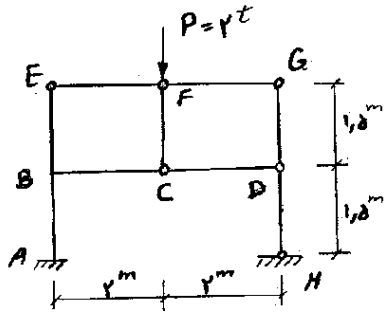
۸۱- بار ۲ تن در سازهٔ شکل مقابل اثر می‌کند. لنگر خمشی در نقطهٔ B مربوط به انتهای عضو BC چقدر است؟

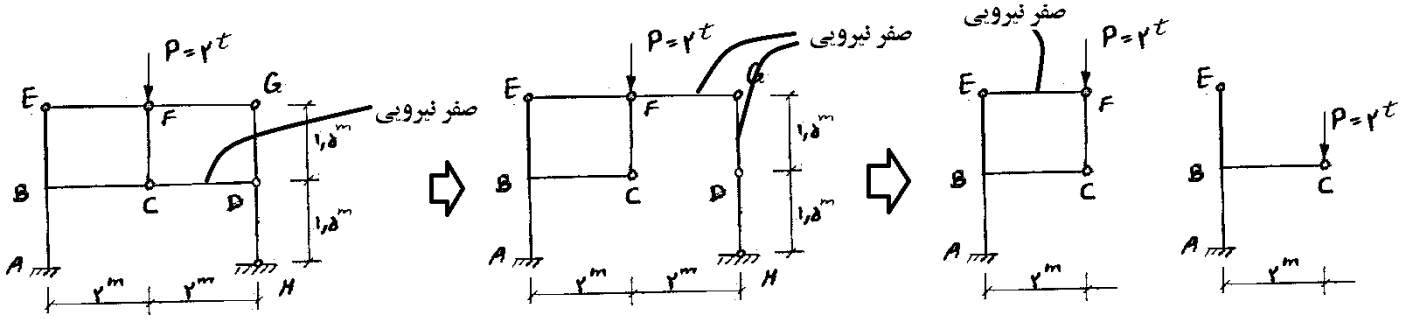
۱) $۲^{t.m.}$

۲) $۴^{t.m.}$

۳) $۱/۵^{t.m}$

۴) صفر



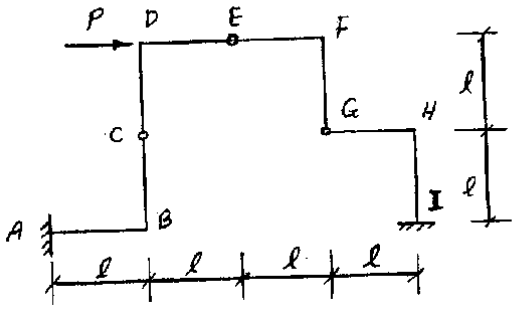


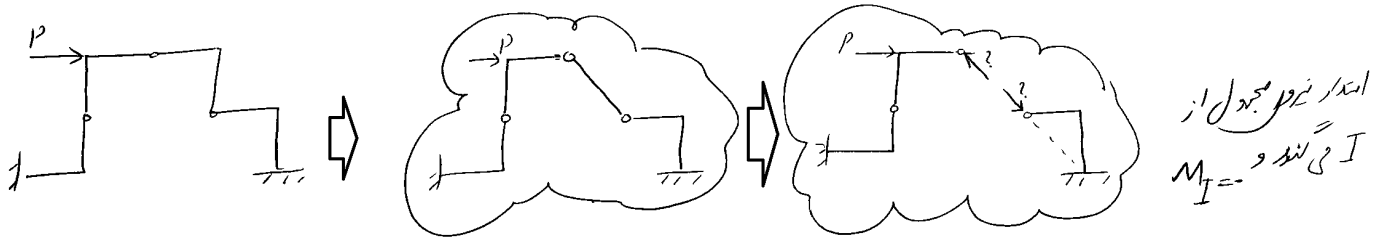
$$M_{BC} = 2 \times 2 = 4\ t.m$$

سراسری ۸۷

۸۴- لنگر خمشی در تکیه‌گاه I سازهٔ شکل مقابل را محاسبه کنید.

۱) $P\ell$
۲) $2P\ell$
۳) $3P\ell$
۴) صفر

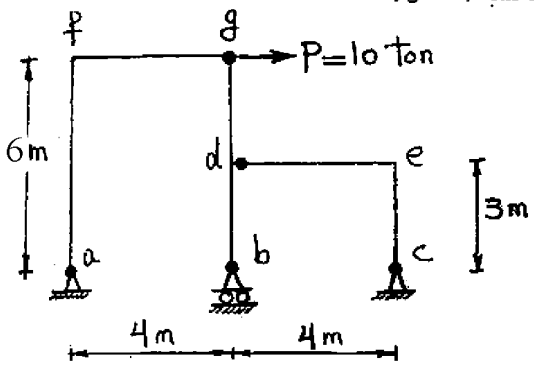




سراسری ۸۸

۷۳- در سازهٔ شکل مقابل که مفصل‌ها با گرهٔ توپر مشخص شده‌اند در اتصالات صلب f و e، ممان چند t.m است؟

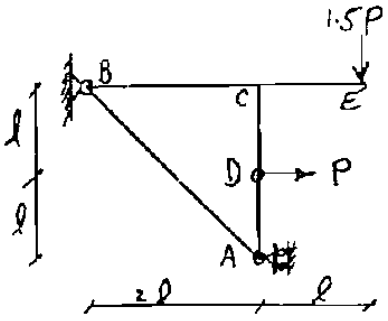
۱) $M_e = 0$ $M_f = 60$
۲) $M_e = 30$ $M_f = 0$
۳) $M_e = 15$ $M_f = 30$
۴) $M_e = 0$ $M_f = 0$

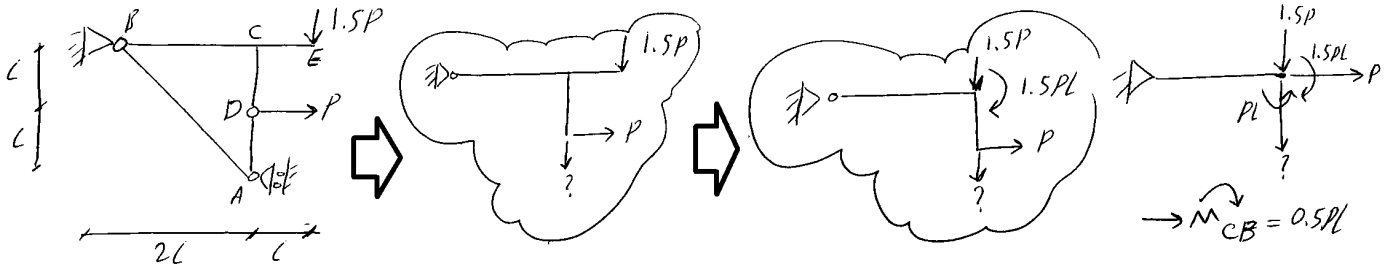


سراسری ۸۲

۵۹- مقدار لنگر M_{CB} چقدر است؟

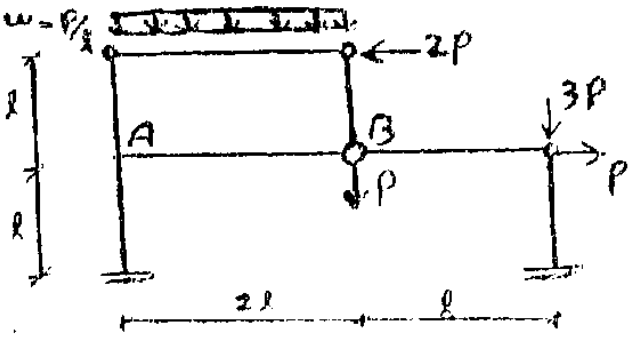
۱) صفر
۲) $\frac{Pl}{2}$ در جهت عقربه های ساعت
۳) $1/5\,Pl$ در جهت عقربه های ساعت
۴) Pl در جهت عکس حرکت عقربه های ساعت





آزاد ۹۰

۶۴- لنگر خمشی در گره A از عضو AB کدام است؟ (M_{AB})



۱) $2P\ell$
۲) $4P\ell$
۳) $P\ell$
۴) صفر

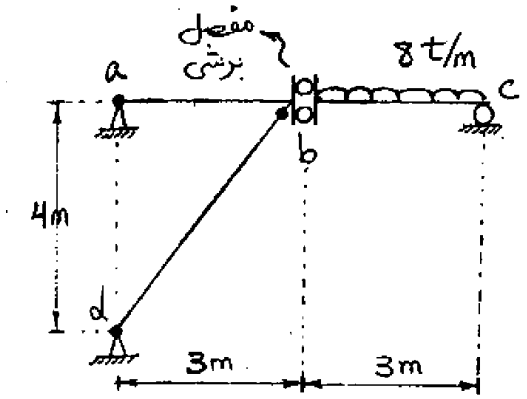
گزینه ۲

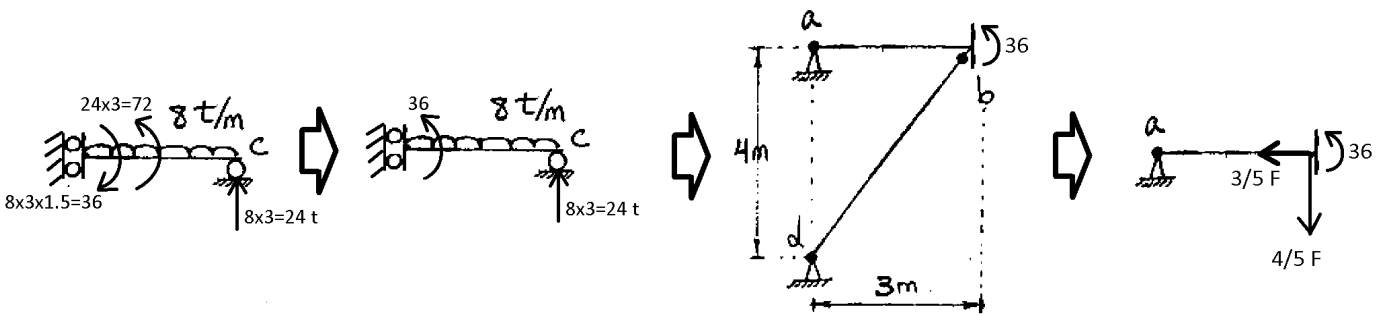
ترکیب مفصل برشی و خمشی:

سراسری ۸۸

۷۴- در سازه شکل مقابل، نیرو در میلهٔ bd چند ton است؟

۱) ۲۰
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۰





$$\frac{4}{5}F \times 3 = 36 \rightarrow F = 15$$

سراسری ۸۵

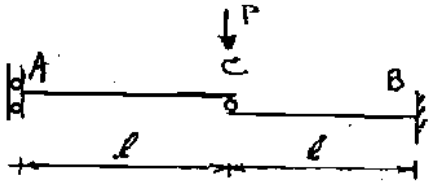
$M_A = ?$:

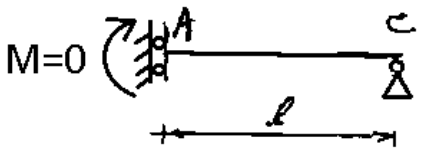
۱) Pl

۲) $\frac{Pl}{4}$

۳) $\frac{Pl}{2}$

۴) صفر





سراسری ۸۲

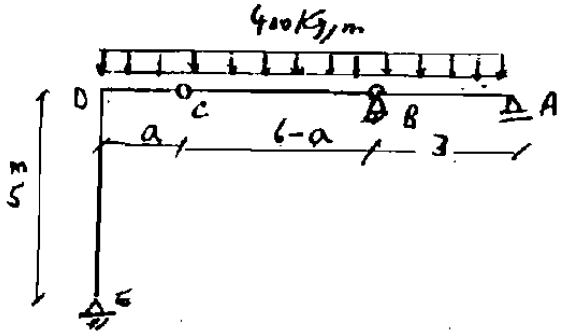
در سازه شکل زیر موقعیت مفصل C را طوری بدست آورید که قدر مطلق لنگر ماکزیمم منفی و مثبت در طول DB یکسان شود؟

۱) $a = ۳m$

۲) $a = ۲m$

۳) مقدار a از معادله $a^۲ - ۳a + ۱ = ۰$ محاسبه می‌شود.

۴) مقدار a از معادله $a^۲ - ۳۶a + ۳۶ = ۰$ محاسبه می‌شود.



سراسری ۸۸

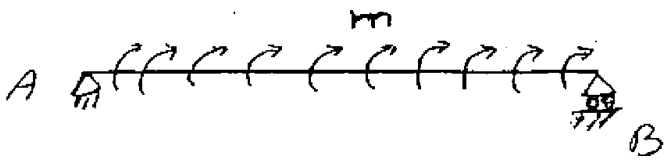
۸۱- تیر AB به طول l تحت اثر لنگر خمشی گسترده یکنواخت به شدت m قرار گرفته است اگر صلبیت خمشی و برشی تیر در طول آن ثابت فرض شود، تغییر **مکان** ناشی از خمش ..... و ناشی از برش ..... است.

۱) غیرصفر ـ صفر

۲) صفر ـ غیرصفر

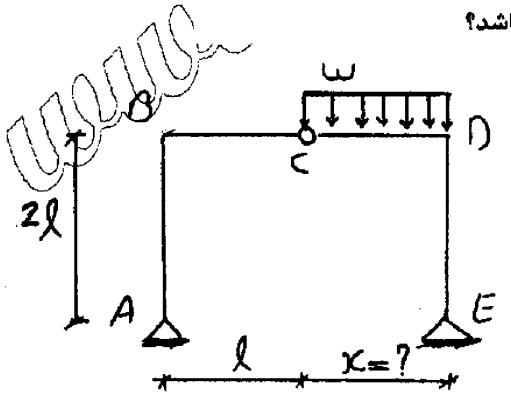
۳) غیرصفر ـ غیرصفر

۴) صفر ـ صفر



آزاد ۹۲

۶۴- مقدار x چقدر باشد تا لنگر خمشی در نقاط B، D با هم برابر باشد؟



۱) $x = \ell$

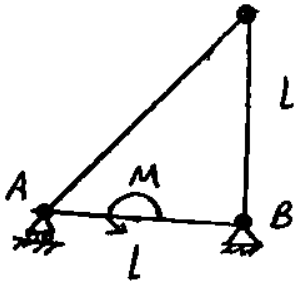
۲) $x = \frac{\ell}{2}$

۳) به ازاء هر مقدار از $x \neq 0$ همواره لنگر این نقاط با هم برابر می‌باشد.

۴) هیچگاه لنگر این دو نقطه با هم برابر نمی‌شود.

آزاد ۸۵

۸۵- نیروی محوری عضو AB چقدر است؟



۱) $\frac{M}{l}$

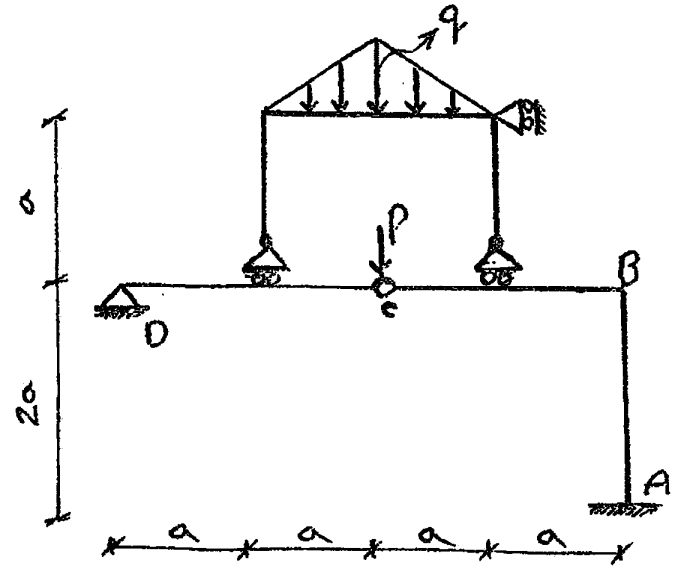
۲) $\frac{M\sqrt{2}}{2l}$

۳) غیر قابل محاسبه است.

۴) 0

آزاد ۸۹

۶۳- لنگر خمشی داخلی در گرهٔ B کدام است؟



۱) $2Pa + \frac{qa^2}{2}$

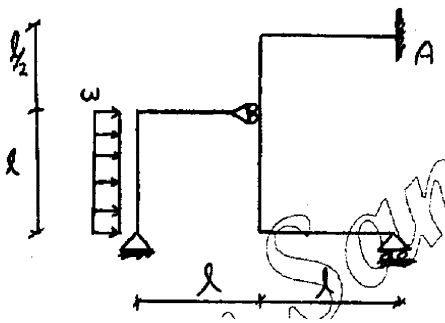
۲) $Pa + \frac{qa^2}{2}$

۳) $2Pa + qa^2$

۴) $Pa + qa^2$

آزاد ۹۱

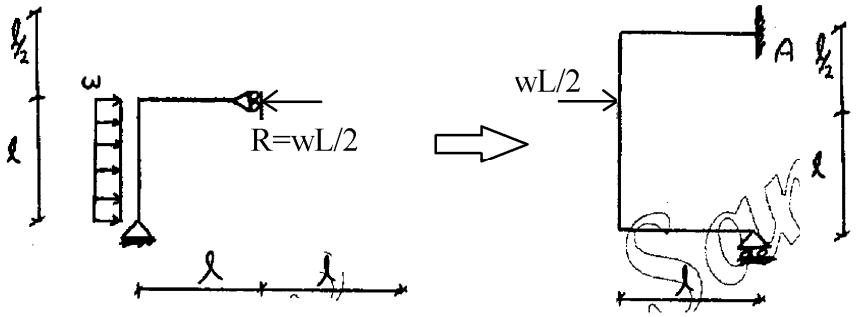
۶۳- لنگر خمشی تکیه‌گاه گیردار A در قاب شکل نشان داده شده کدام است؟



۱) $\frac{w\ell^2}{8}$
۲) $\frac{w\ell^2}{4}$
۳) $\frac{w\ell^2}{2}$
۴) $w\ell^2$

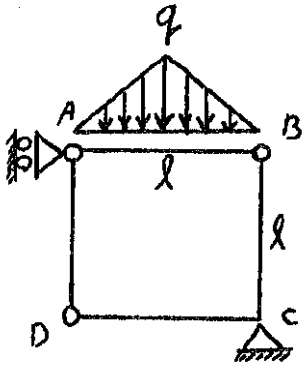
گزینه ۲

با توجه به شکل زیر مقدار لنگر در نقطه A برابر است با: $MA=wL^2/4$



آزاد ۹۲

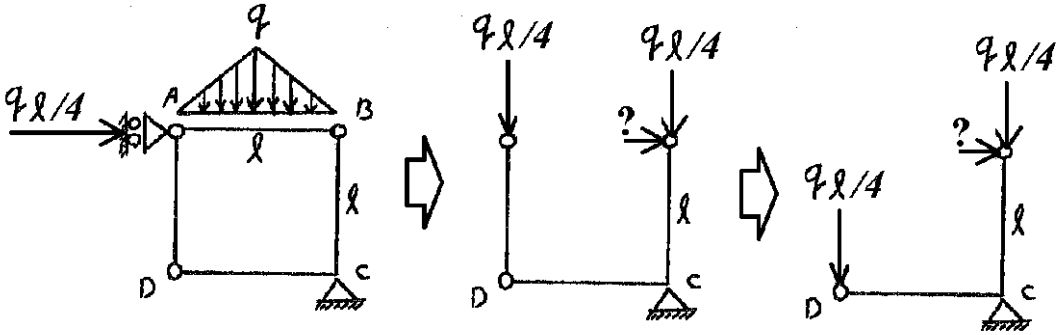
۷۸- در قاب مربعی نشان داده شده لنگر در C (M_c) کدام است؟



۱) $\frac{q\ell^2}{8}$
۲) $\frac{q\ell^2}{4}$
۳) $\frac{q\ell^2}{2}$
۴) صفر

گزینه ۲ – با توجه به شکل، لنگر در نقطه c برابر است با: $ql^2/4$

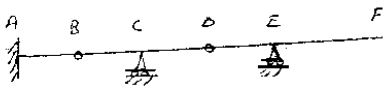
سوال: مقدار علامت سوال در شکل چقدر است؟

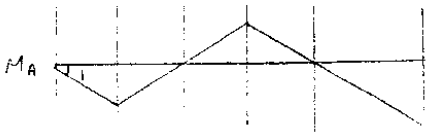


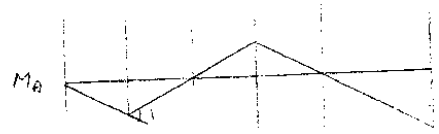
۴-خط تاثیر

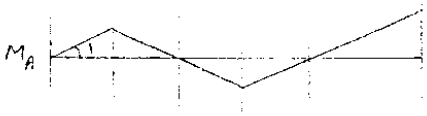
آزاد ۸۹

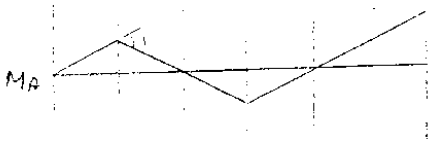
۷۰ـ خط اثر برای لنگر در نقطه A کدام گزینه است؟



۱) 

۲) 

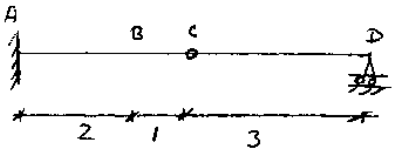
۳) 

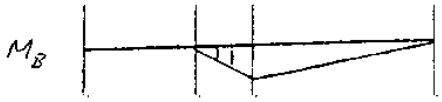
۴) 

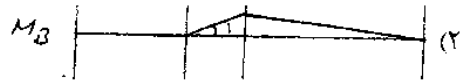
گزینه ۱

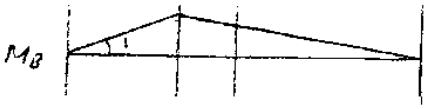
آزاد ۸۹

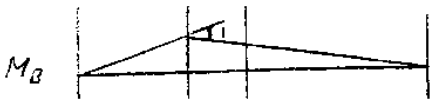
۷۱ـ کدامیک از گزینه‌های زیر خط اثر لنگرخمشی در B را نشان می‌دهد.



۱) 

۲) 

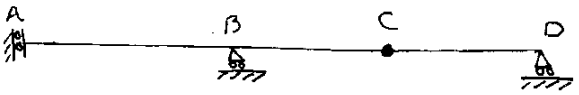
۳) 

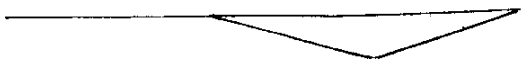
۴) 

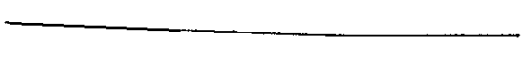
گزینه ۱

آزاد ۸۹

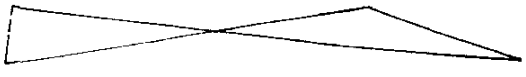
۷۸ـ خط تاثیر لنگر تکیه‌گاه، B از تیر سرتاسری زیر کدام است؟



۱) 

۲) 

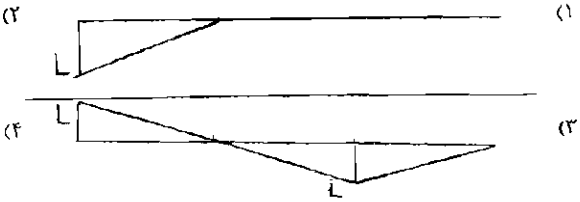
۳)

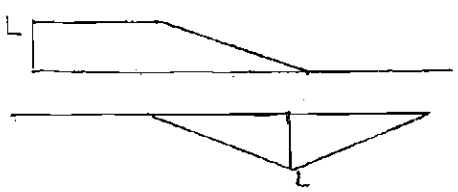
۴) 

اگر منظور لنگر تیر در نقطه B باشد گزینه ۱ پاسخ خواهد بود ولی لنگر تیکه گاه همیشه صفر بوده و گزینه ۲ صحیح است.

سراسری ۸۶

۷۹- خط تأثیر ممان در نقطه B کدام است؟

۱) 

۲) 

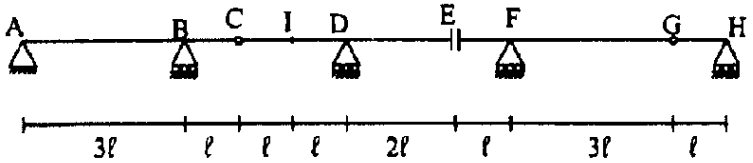
۳)

۴)

گزینه ۴

سراسری ۹۳

۶۵- اگر خط تأثیر لنگر خمشی در نقطه I (وسط دهانه CD) رسم شود، ارتفاع خط تأثیر در نقطهٔ G چقدر است؟



۱) $-\frac{3\ell}{2}$

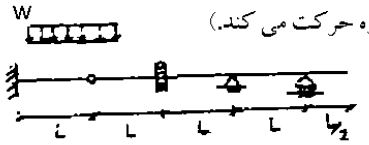
۲) $-\ell$

۳) $-\frac{\ell}{2}$

۴) -2ℓ

آزاد ۸۷

حداکثر لنگر در مفصل برشی چقدر است؟ (بار گسترده یکنواخت به طول 2L و شدت w از ابتدا تا انتهای سازه حرکت می کند.)



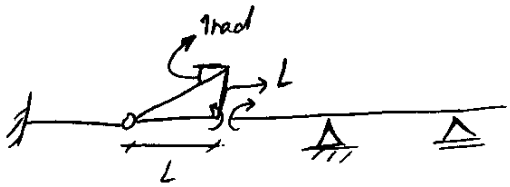
۱) $\frac{wL^2}{2}$

۲) 0

۳) wL^2

۴) $2\,wL^2$

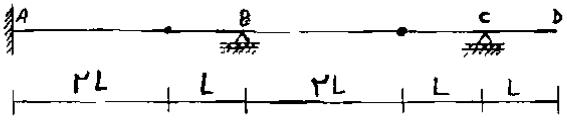
ابتدا خط تاثیر لنگر را رسم می کنیم



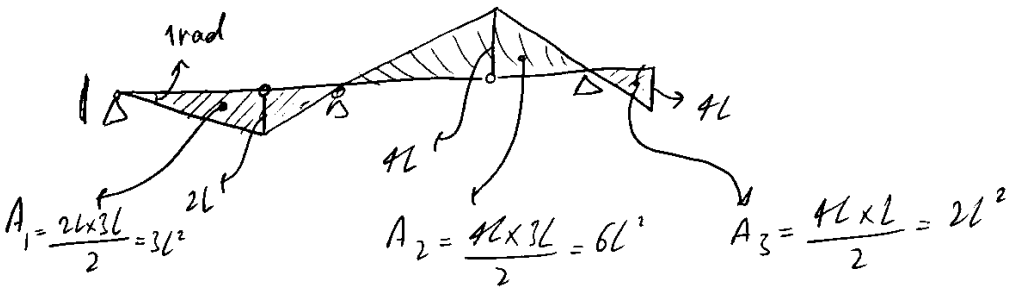
$M = (\text{مساحت زیر نمودار}) \times (\text{مقدار بار گسترده}) = \frac{L \times L}{2} \times w = \frac{wL^2}{2}$

سراسری ۸۳

۷۹. بار گسترده یکنواختی با طول متغیر به شدت W بر تیر AD اثر می‌کند، حداکثر لنگر در نقطه A چقدر است ؟

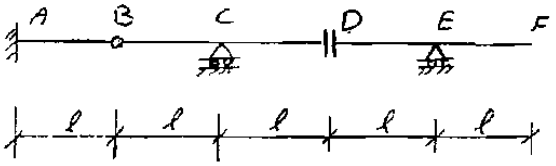


۱) $-۴WL^۲$ ۲) $۴WL^۲$ ۳) $-۵WL^۲$ ۴) $۶WL^۲$



سراسری ۸۳

۶۵. با در نظر گرفتن خط تأثیر نیروی برشی در مفصل B، اختلاف ارتفاع در محل مفصل برشی D در آن خط تأثیر چقدر است ؟

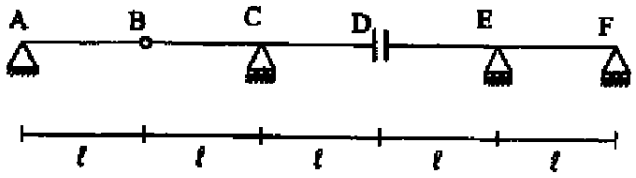


۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۳}{۲}$

گزینه ۳

دکتری ۹۱

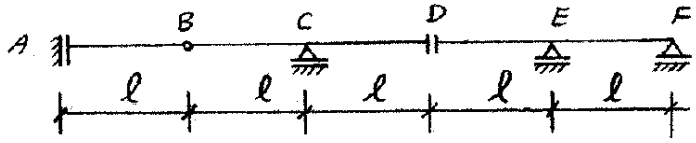
۱۵- اگر بار گسترده یکنواخت به شدت W بتواند در دهانه‌های مختلف تیر شکل مقابل قرار گیرد، حداکثر مقدار عکس‌العمل C کدام است؟



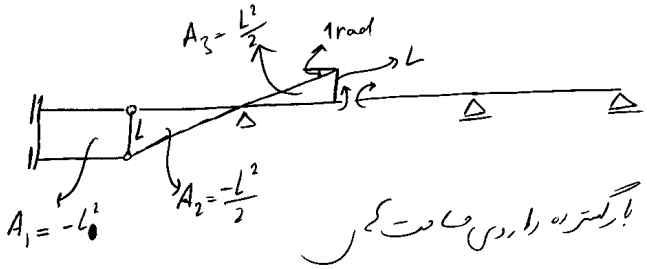
۱) $\frac{۷WI}{۲}$
۲) $\frac{۵WI}{۲}$
۳) $\frac{۳WI}{۲}$
۴) $۳WI$

سراسری ۸۹

۵۷- اگر بار گسترده یکنواخت به شدت w بتواند به طور اختیاری در دهانه‌های مختلف (تیر مطابق شکل) قرار گیرد. حداکثر لنگرخمشی در مفصل برشی D چقدر است؟



۱) $\frac{3wl^2}{2}$ ۲) wl^2 ۳) $\frac{wl^2}{2}$ ۴) $2wl^2$



بار حداکثر شدن M_D بارگسترده را روی حالت کی صفر قرار دهیم چون مقدارش بیشتر است

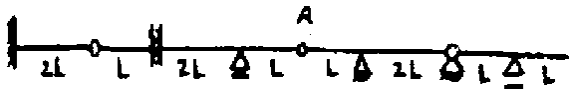
$$M=(A_1+A_2)\times w=\frac{-3wl^2}{2}$$

اگر بارروی کل تیر قرار دهیم

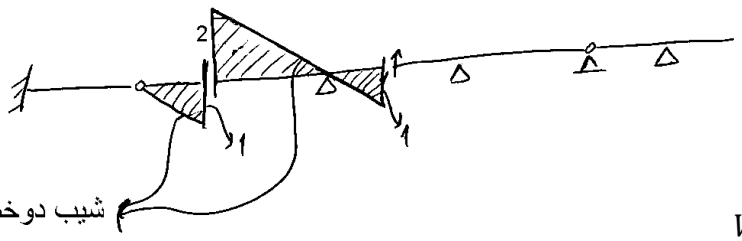
$$M=(A_1+A_2+A_3)w=\left(-\frac{L^2}{2}-\frac{L^2}{2}+\frac{L^2}{2}\right)w=-wl^2$$

آزاد ۸۸

۶۳- اگر بار گسترده یکنواختی به شدت ω و طول متغیر در نیر نشان داده شده حرکت کند حداکثر برش در مفصل خمشی A کدام است؟



۱) $2\omega L$ ۲) ωL ۳) $3\omega L$ ۴) $0.5\omega L$

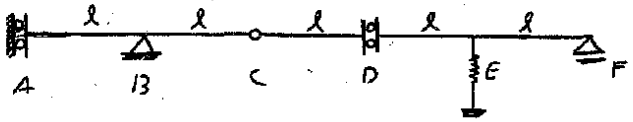


شیب دوخط باید برابر باشد

$$V_A=\frac{2\times 2L}{2}W=2LW$$

آزاد ۹۲

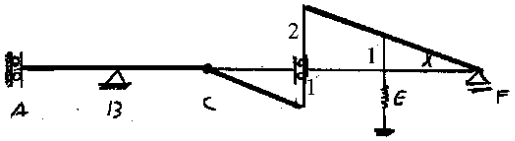
۶۶- حداکثر نیروی فنر E در اثر حرکت بار گسترده یکنواخت به شدت ω و طول ℓ کدام است؟



۱) $\frac{\omega\ell}{2}$ ۲) $\omega\ell$ ۳) $\frac{\omega\ell}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}\omega\ell$

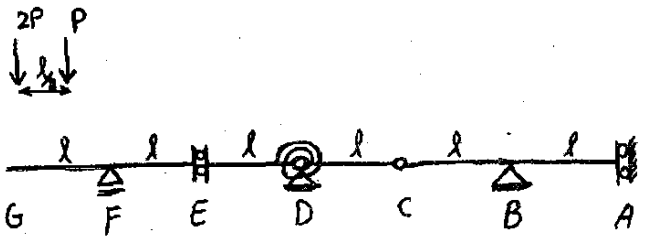
گزینه ۴: خط تاثیر نیروی فنر به صورت زیر خواهد بود. در صورتی که بار گسترده در دهانه DE قرار گیرد:

$$F=\left(\frac{2+1}{2}\times l\right)w=\frac{3}{2}wl$$



آزاد ۹۲

۶۴- دو نیروی متمرکز P و 2P به فاصله ثابت $\frac{\ell}{2}$ مطابق شکل از روی تیر نشان داده شده عبور می‌کند حداکثر برش در محل مفصل خمشی C کدام است؟

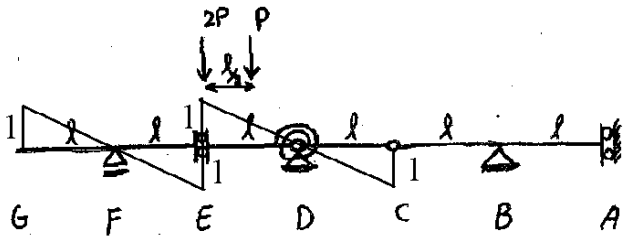


۱) 2P
۲) 3P
۳) $\frac{2}{5}$P
۴) $\frac{5}{2}$P

گزینه ۴:

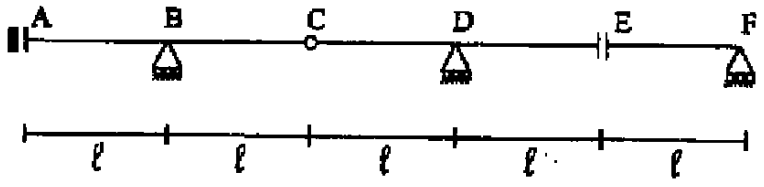
خط تاثیر برش در گره C به صورت زیر می باشد. و در صورتی که بارها مطابق شکل قرار گیرند، برش در نقطه C برابر خواهد بود با:

$$V_C = 2P \times 1 + P \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}P$$



دکتری ۹۲

۱۶- اگر بار گستردهٔ یکنواخت به شدت W بتواند به طور اختیاری در قسمت‌های مختلف تیر ABCDEF قرار گیرد، حداکثر عکس‌العمل تکیه‌گاه B کدام است؟

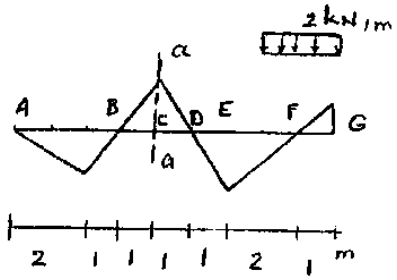


۱) $w\ell$
۲) $2w\ell$
۳) $3w\ell$
۴) $4w\ell$

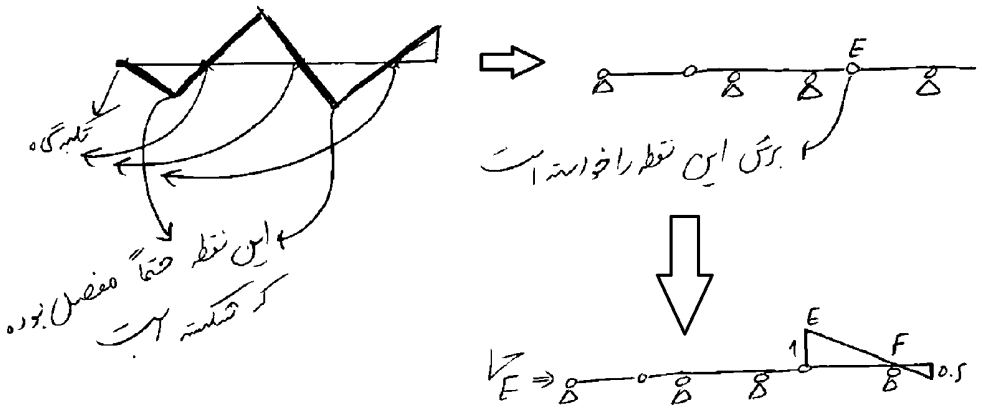
سراسری ۹۰

۵۷- خط تأثیر لنگر خمشی در مقطع a-a از یک تیر معین در شکل نشان داده شده است. در صورتی که به این تیر بار گسترده یکنواختی به شدت $۲\frac{kN}{m}$ و با طول متغیر اثر کند، حداکثر برش در نقطه E چند kN است؟

۱) ۰/۵
۲) ۲
۳) ۱
۴) ۴



(۵۷) از شکل دوم خط تاثیر خمش می توان محل تکیه گاهای ساده را تشخیص داد
و نقاط کرا رتفاع صورت تکیه گاه داریم



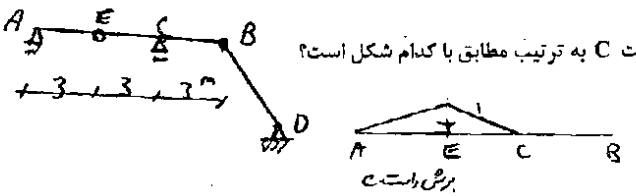
چون بار با طول متغیر است تنها کافیست EF را بارگذاری کنیم

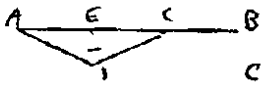
$V_E = A \times 2 = \frac{2 \times 1}{2} \times 2 = 2$

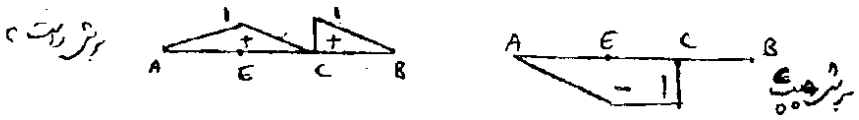
که مساحت شدت بار گسترده زیر خط تاثیر

سراسری ۸۴

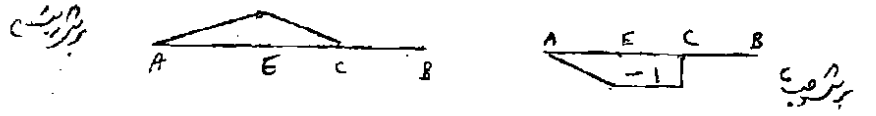
۷۸- در قاب شکل مقابل، خط تأثیر برش در سمت چپ و راست C به ترتیب مطابق با کدام شکل است؟



۱) 

۲) 

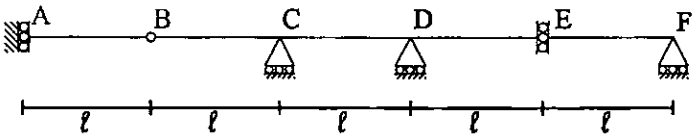
۳)

۴) 

گزینه ۲

سراسری ۹۲

۶۱- بار گسترده یکنواخت به شدت w، به طول دلخواه، بر روی دهانه‌های تیر زیر قرار می‌گیرد. حداکثر نیروی برشی سمت راست تکیه‌گاه C، چقدر است؟



۱) $\frac{۷w\ell}{۲}$

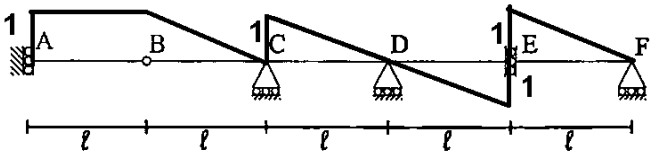
۲) $\frac{۵w\ell}{۲}$

۳) $۳w\ell$

۴) $۲w\ell$

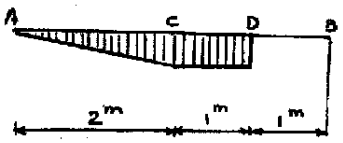
خط تاثیر برش سمت راست تکیه گاه مطابق شکل می باشد. مقدار برش برابر مساحت زیر نمودار خط تاثیر در دهانه هایی می باشد که در آنها بار گسترده قرار خواهد گرفت. مساحت دهانه های مثبت بیشتر می باشد. دهانه های مثبت شامل دهانه های AB، BC، CD، و EF می باشد .

حال اگر بار گسترده یکپارچه باشد تنها باید دهانه های AB، BC، و CD بارگذاری شوند که در این صورت گزینه ۴ صحیح خواهد بود. ولی اگر بار w از نوع زنده و بوده و بتواند در هر دهانه دلخواهی بار گذاری شود، گزینه ۲ صحیح خواهد بود.



سراسری ۹۱

۶۰- خط تأثیر نیروی برشی در یک نقطه از یک تیر معین مطابق شکل رسم شده است. اگر این تیر تحت اثر بار گسترده یکنواخت به شدت $۲\ \frac{kN}{m}$ قرار گیرد، مقدار لنگر خمشی در همان نقطه چند کیلو نیوتن متر است؟

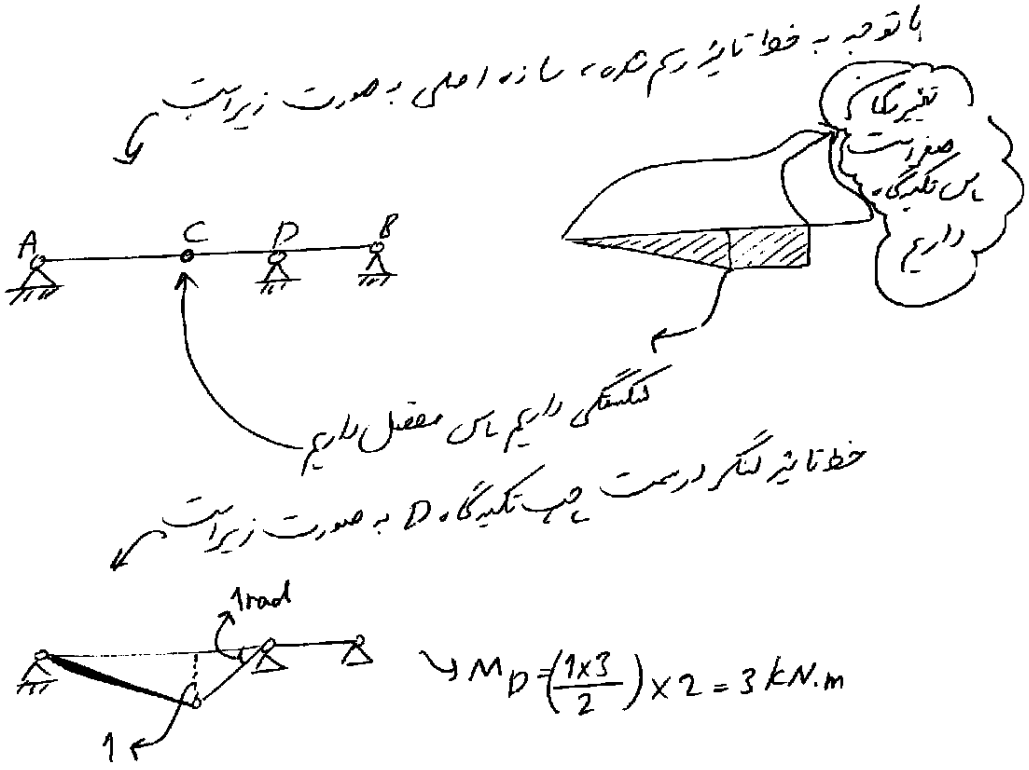


۱) ۴

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۱



سراسری ۸۴

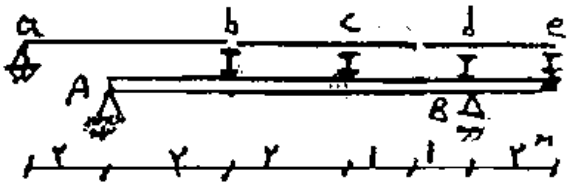
۶۳- اگر بار منفرد ۵ تنی از روی ae عبورکند حداکثر عکس‌العمل فشاری A و B به ترتیب برابر است با:

۱) $\frac{10}{3}$ و ۵

۲) ۵ و $\frac{20}{3}$

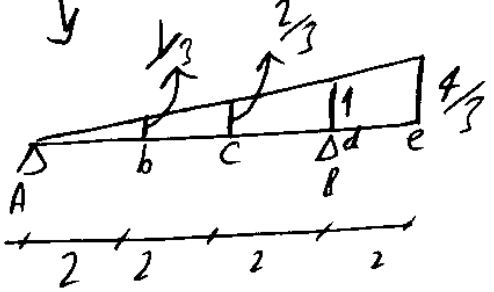
۳) $\frac{5}{3}$ و $\frac{10}{3}$

۴) $\frac{10}{3}$ و $\frac{20}{3}$



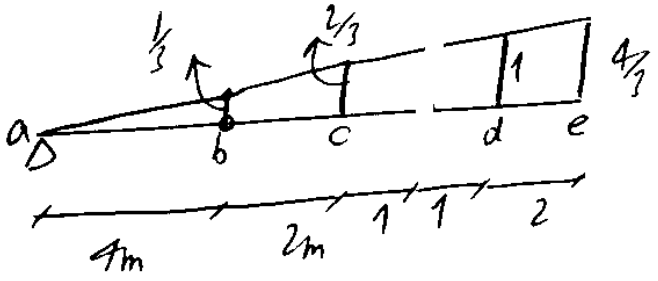
R_B

گام ۱: خط تاثیر تیر را رسم می‌کنیم



گام 2: نقاط اتصال مشخص شود

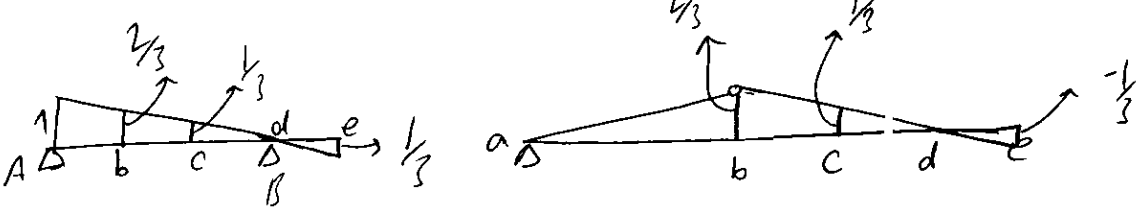
گام ۳: تیر بالایی را



بار حداکثر شامل R_B باید ۵ تن باشد که در e قرار گیرد

$$R_B = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$$

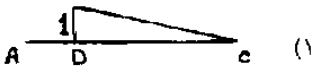
R_A

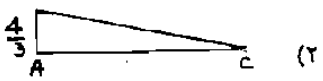


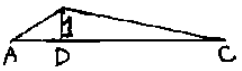
$$R_A = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$$

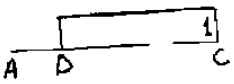
سراسری ۸۱

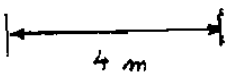
۵۱- خط تأثیر R_B کدام است؟ بار روی DC جابجا می‌شود.

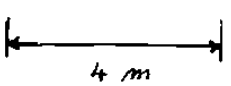
۱) 

۲) 

۳) 

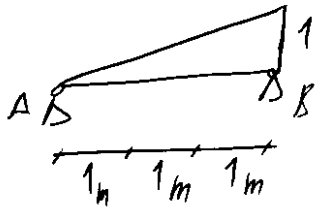
۴) 



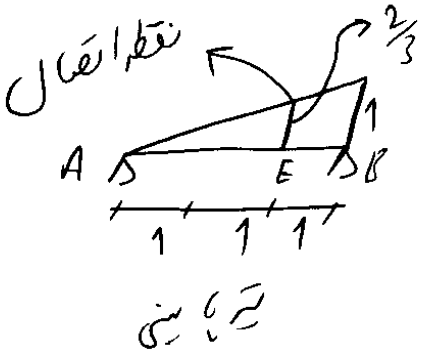


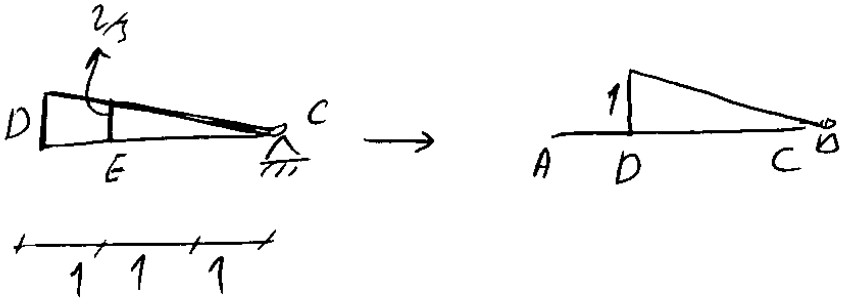
گزینه ۱

گام ۱: خط تاثیر تیر پایینی را بدون توجه به قسمت فوقانی رسم می کنیم:



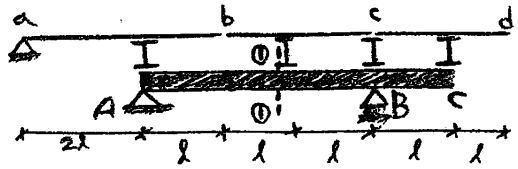
گام ۲: نقاط اتصال خط تاثیر تیر پایینی و تیر بالایی را مشخص می کنیم:

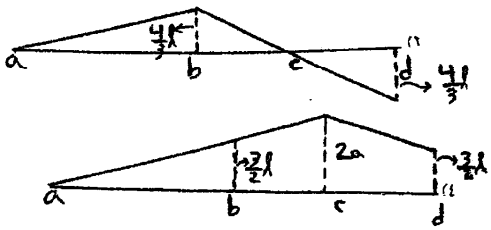


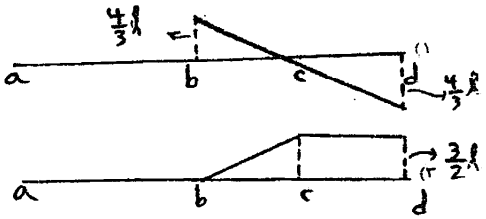


آزاد ۸۹

۶۴- بار واحد روی دهانه‌های a تا d حرکت می‌کند. نیروی ایجاد شده در اثر این حرکت، توسط تیرهای فرعی به تیر اصلی ABC می‌رسد. خط تأثیر لنگر خمشی در مقطع ① – ① از تیر اصلی به کدام صورت است؟



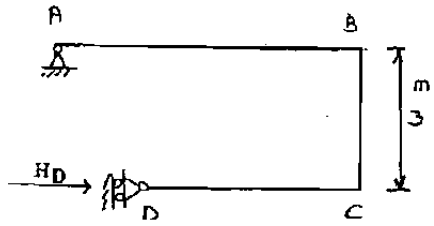


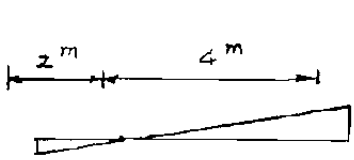


گزینه ۱

سراسری ۸۴

۷۷- با توجه به شکل مقابل، خط تأثیر H_D کدام است؟
(بار روی AB حرکت می‌کند.)



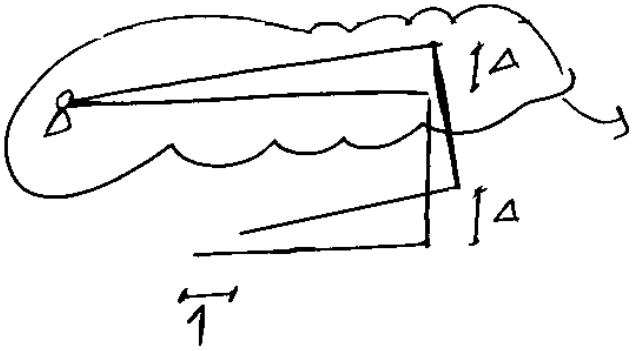


(۱

(۲

(۳

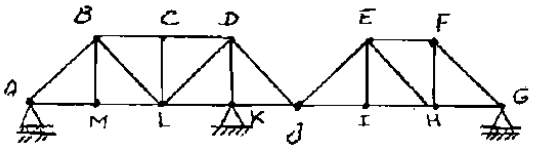
(۴



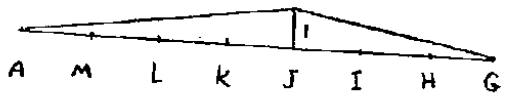
گزینه ۳ صحیح است

سراسری ۸۲

۶۰- خط تأثیر F_{DJ} را رسم کنید:

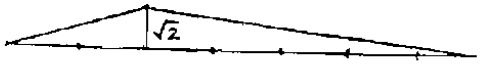


(۱

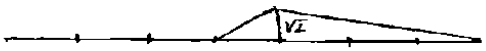


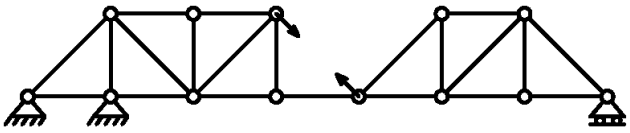
(۲

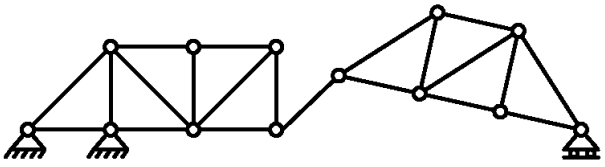
(۳



(۴

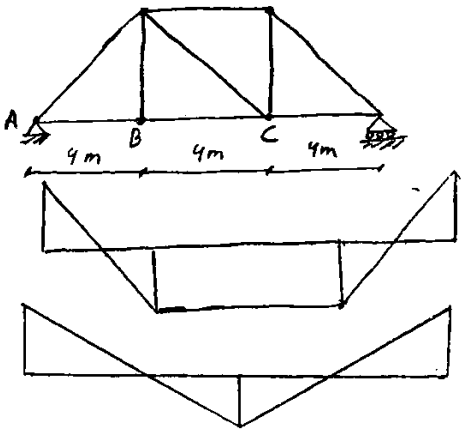


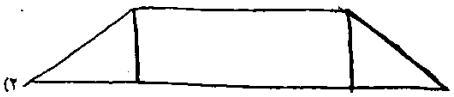


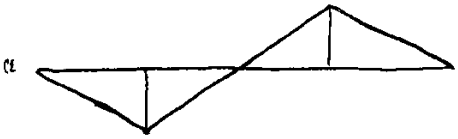


آزاد ۸۵

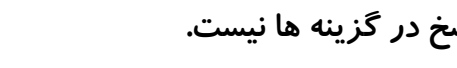
۹۸- خط تأثیر نیروی عضو BC در خرپای روبرو کدام است؟



۱) 

۲) 

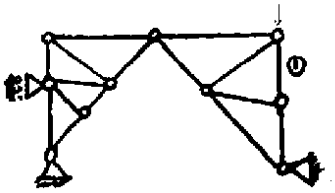
۳)

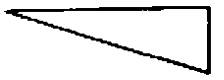
۴) 

پاسخ در گزینه ها نیست.

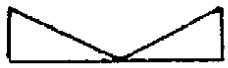
آزاد ۸۸

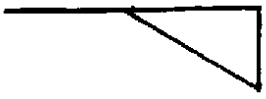
۶۶- خط تأثیر نیروی عضو ① در خرپای نشان داده شده کدام است؟



۱) 

۲)

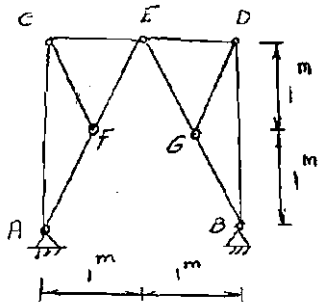
۳) 

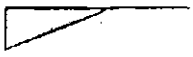
۴) 

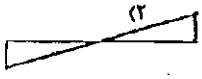
گزینه ۴

سراسری ۸۴

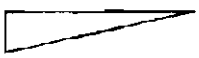
۷۹- خط تأثیر F_{AC} مطابق با کدام یک از اشکال می‌باشد؟
(بار روی CD حرکت می‌کند.)



۱) 

۲) 

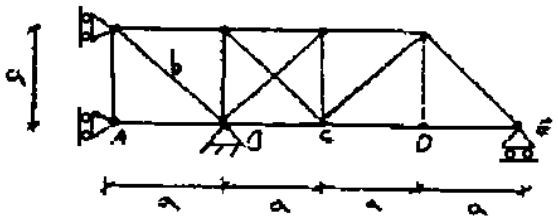
۳)

۴) 

گزینه ۱

آزاد ۸۷

۶۷- خط تأثیر نیروی عضو b را درنظر گرفته ارتفاع آن در A کدام است؟ (بار روی تار تحتانی خرپا حرکت می کند.)

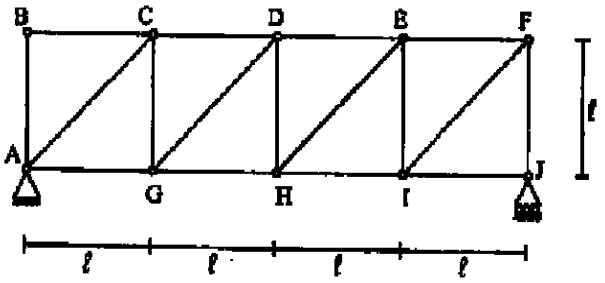


۱) $\sqrt{2}$ کششی ۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ فشاری ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ کششی ۴) $\sqrt{2}$ فشاری

گزینه ۴

دکتری ۹۱

۱۷- اگر بار روی تار پائین خرپای مطابق شکل حرکت کند، ارتفاع خط تأثیر نیروی محوری عضو GD در نقطهٔ I کدام است؟



۱) $-\sqrt{۲}$

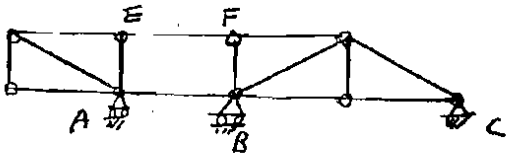
۲) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

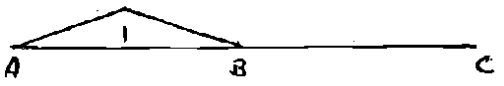
۳) $-\frac{\sqrt{۲}}{۴}$

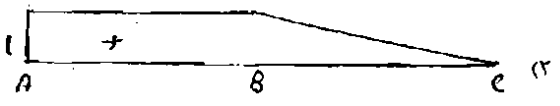
۴) $-\frac{\sqrt{۲}}{۸}$

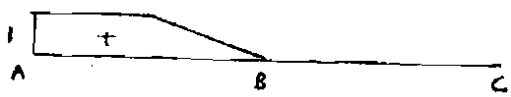
سراسری ۸۵

در خرپای شکل زیر خط تأثیر عکس‌العمل A کدام است؟



۱)


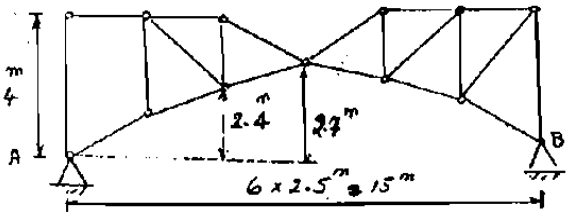
۲)


۳)


۴) چون خرپا در قسمت ABEF ناپایدار است
خط تأثیر آن را نمی‌توان رسم کرد.

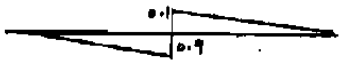
گزینه ۳

سراسری ۸۳



۷۵. خط تأثیر واکنش افقی تکیه‌گاه A را رسم کنید؟

۱)

۲) 

۳)

۴)

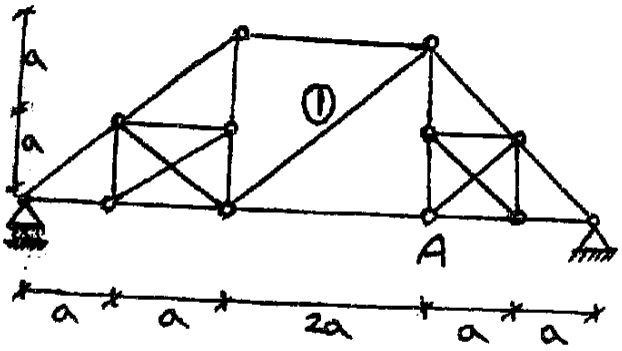
سازه ناپایدار است.

با فرض وجود عضو قطری در پانل انتهایی سمت چپ، گزینه ۱ صحیح است.

آزاد ۸۹

۶۵- در خرپای نشان داده شده بار واحد در تار تحتانی خرپا حرکت می‌کند.

کدام یک از عبارتهای زیر در مورد ارتفاع خط تأثیر نیروی عضو ① در گرهٔ A صحیح است؟



الف) اگر عضو ① کابل باشد ارتفاع خط تأثیر در گره A، صفر است.

ب) اگر عضو ① کابل باشد خرپا ناپایدار است.

ج) اگر عضو ① کابل نباشد ارتفاع خط تأثیر در گره A، $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است.

د) اگر عضو ① کابل نباشد ارتفاع خط تأثیر در گره A، $\frac{\sqrt{2}}{6}$ است.

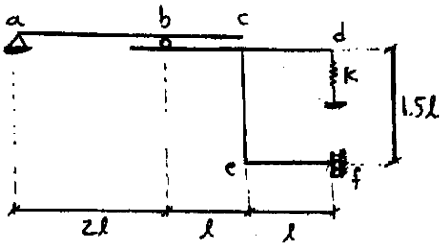
۱) ب و د ۲) ب و ج

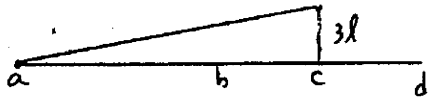
۳) الف و ج ۴) خرپا نامعین است و لذا ارتفاع خط تأثیر نیروی عضو ① قابل محاسبه نمی‌باشد.

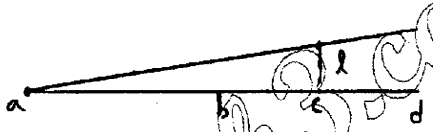
گزینه ۲

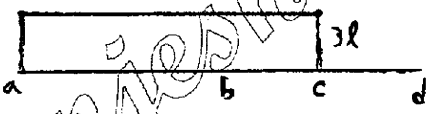
آزاد ۹۱

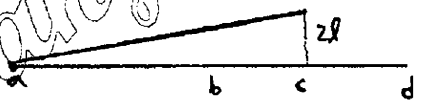
۶۵- نمودار خط تأثیر لنگر تکیه‌گاه غلتکی برشی f کدام گزینه می‌باشد؟ (بار واحد در فاصله a تا c حرکت می‌کند)



۱)


۲)


۳)


۴)


Sanjesh3.com

گزینه ۱:

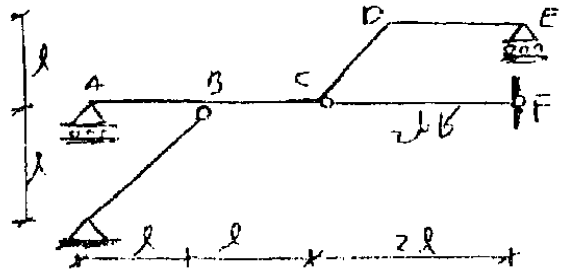
گزینه ۳: در نقطه a تکیه گاه داریم و ارتفاع خط تاثیر باید صفر باشد.

گزینه ۲: بار روی abc حرکت می کند و برای قسمت cd نباید خط تاثیر رسم شود.

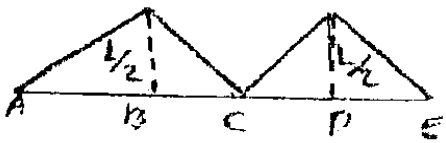
برای تشخیص اینکه کدامیک از گزینه های ۱ یا ۴ صحیح است، یک بار واحد در نقطه b قرار می دهیم و مقدار لنگر تکیه گاه f را می یابیم که در این صورت لنگر تکیه گاه f برابر 2L خواهد بود وگزینه ۱ صحیح است.

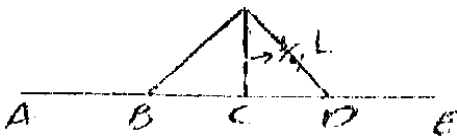
آزاد ۹۰

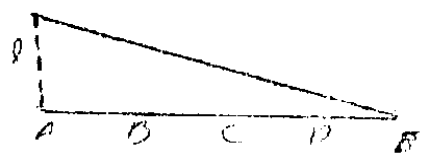
۶۷- بار واحد در قسمت ABCDE حرکت می‌کند خط تأثیر لنگر C کدام است؟ (عضو CF کابل می‌باشد)



۱)

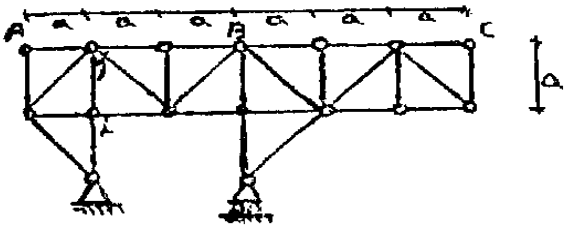
۲)


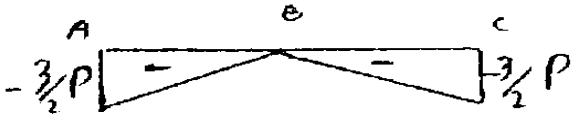
۳)


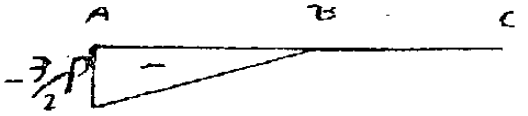
۴)


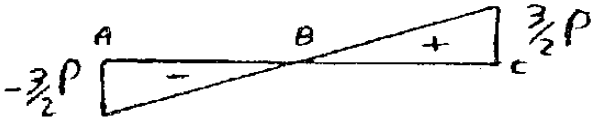
آزاد ۹۰

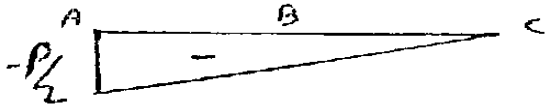
۶- در صورتیکه نیروی قائم P بر یال فوقانی خرپا در راسر طول آن حرکت کند خط تأثیر نیروی محوری عضو آ کدام است؟ (کشش مثبت و فشار منفی فرض می شود)



۱)


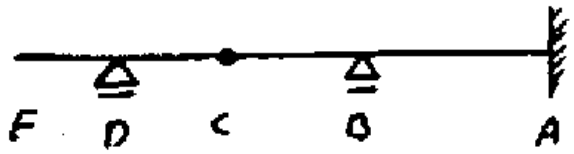
۲)


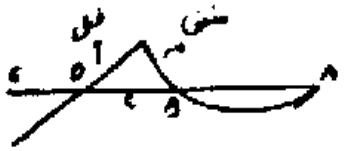
۳)


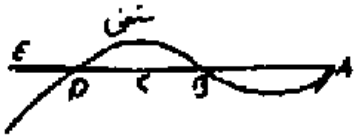
۴)


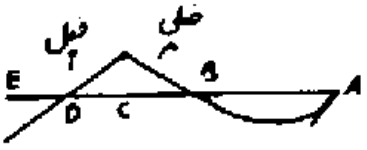
آزاد ۸۸

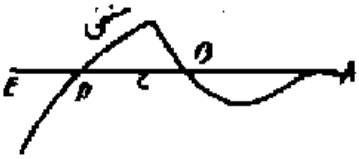
۷۱- خط تأثیر لنگر تکیه گاه گیردار کدام است؟



۱)


۲)


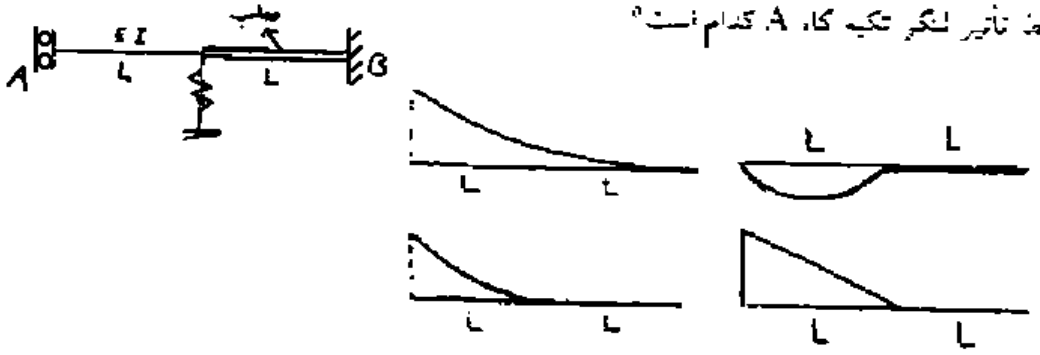
۳)


۴)


گزینه ۳

آزاد ۸۷

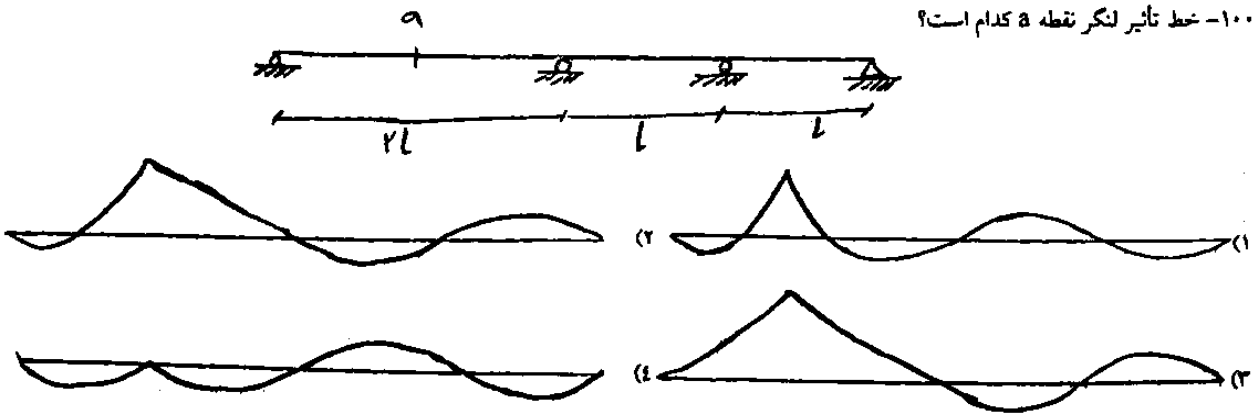
۷۷- خط تاثیر لنگر تکیه گاه A کدام است؟



گزینه ۴

آزاد ۸۵

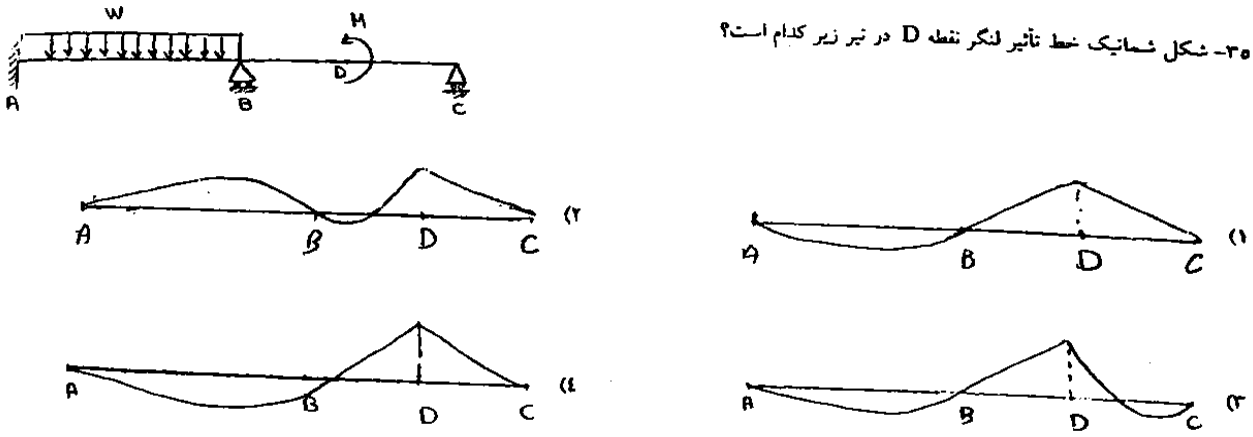
۱۰۰- خط تأثیر لنگر نقطه a کدام است؟



گزینه ۳- گزینه ۲ به این دلیل نادرست است که قسمت انتهایی سمت چپش را منفی کشیده اند

آزاد ۸۴

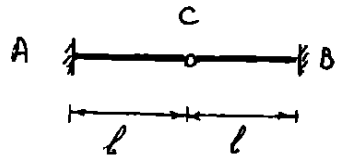
۳۵- شکل شماتیک خط تأثیر لنگر نقطه D در تیر زیر کدام است؟



گزینه ۴- دقت شود که خط تاثیر ربطی به بارگذاری ندارد.

سراسری ۹۲

۵۸- مساحت زیر خط تأثیر M_A، کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}\ell^۲$

۲) $\ell^۲$

۳) $۲\ell^۲$

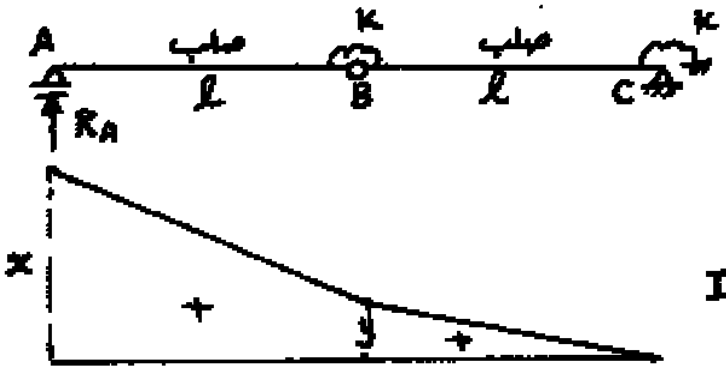
۴) هیچ کدام

گزینه ۱.

می دانیم اگر کل تیر تحت اثر بار گسترده یکنواخت قرار گیرد، لنگر تکیه گاه A برابر است با مقدار بار گسترده ضرب در مساحت زیر نمودار خط تاثیر. پس برای بدست آوردن مساحت زیر نمودار خط تاثیر یک بار گسترده بر تیر اعمال کرده و لنگر تکیه گاه A را محاسبه می کنیم. با توجه به وجود مفصل و تقارن لنگر تکیه گاه A برابر $\frac{WL^2}{2}$ می باشد و مساحت زیر منحنی برابر $\frac{L^2}{2}$ می باشد.

دکتری ۹۳

۱۴- اگر منحنی تأثیر عکس‌العمل R_A از تیر زیر مطابق شکل باشد، آنگاه نسبت $\frac{x}{y}$ چه مقدار می‌باشد؟



۱) $\frac{۳}{۲}$

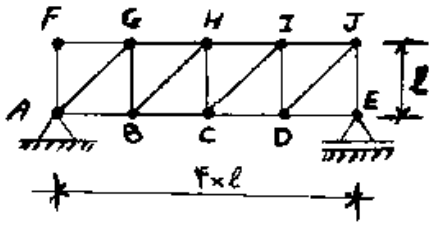
۲) $\frac{۵}{۲}$

۳) ۲

۴) $\frac{۵}{۳}$

سراسری ۹۴

۶۴- بار متمرکز قائم P روی تار پایین خرپای شکل حرکت می‌کند. این بار در چه فاصله‌ای بین C و D قرار گیرد تا نیروی محوری عضو CI صفر شود؟



۱) $\frac{\ell}{۳}$ از D

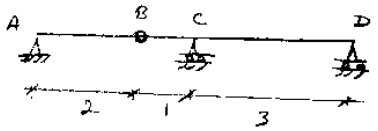
۲) $\frac{\ell}{۳}$ از C

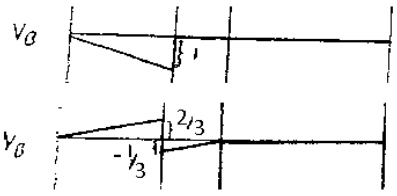
۳) $\frac{\ell}{۴}$ از D

۴) $\frac{\ell}{۴}$ از C

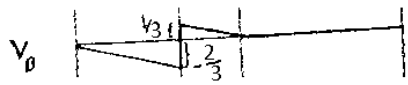
تمرین آزاد ۸۹

۷۲ـ کدامیک از گزینه‌های زیر خط اثر نیروی برشی در نقطه B را نشان می دهد؟



۱) 

۲)

۳) 

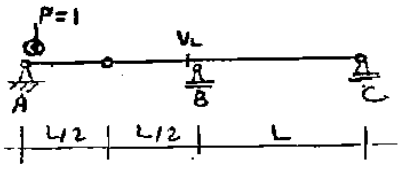
۴)

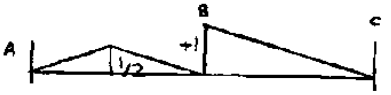
گزینه ۱

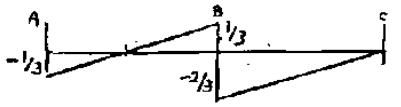
نحوه محاسبه نیروهای داخلی با استفاده از خط تاثیر (بار گسترده و متمرکز)

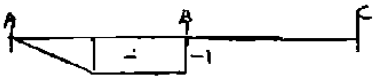
تمرین سراسری ۸۱

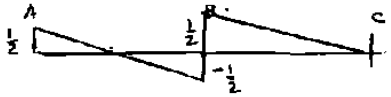
۵۵ـ خط تاثیر نیروی برشی طرف چپ تکیه‌گاه B (V_L) کدامیک است؟



۱) 

۲) 

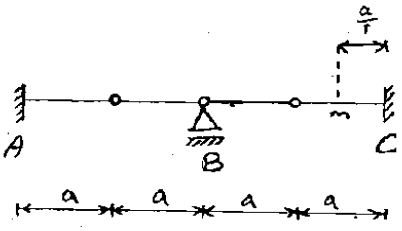
۳) 

۴) 

گزینه ۳

تمرین سراسری ۸۵

بار گسترده به طول a ۲/۵ و به شدت W بر روی سازه شکل مقابل حرکت می‌کند. حداکثر لنگر خمشی در نقطهٔ m به فاصلهٔ $\frac{a}{2}$ از تکیه‌گاه C چقدر است؟

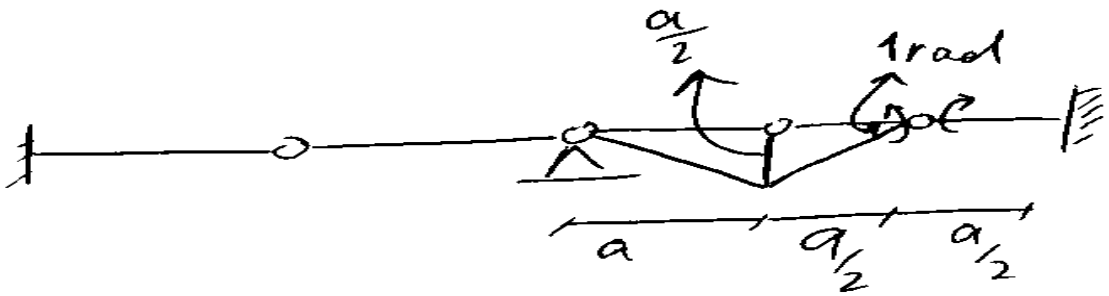


۱) $\frac{3Wa^2}{8}$

۲) $\frac{Wa^2}{8}$

۳) $\frac{9Wa^2}{16}$

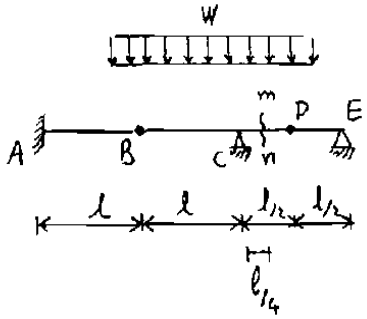
۴) $\frac{15Wa^2}{16}$



$$M = \frac{-\frac{a}{2} \times 1.5a}{2} \times W = \frac{-3Wa^2}{8}$$

تمرین سراسری ۸۲

۵۱- تیر شکل مقابل مفروض است. بار گسترده به طول $2l$ و شدت w از ابتدا تا انتهای سازه حرکت می کند. حداکثر مقدار نیروی برشی در مقطع m-n چقدر است؟ (مقطع m-n در وسط CD است.)

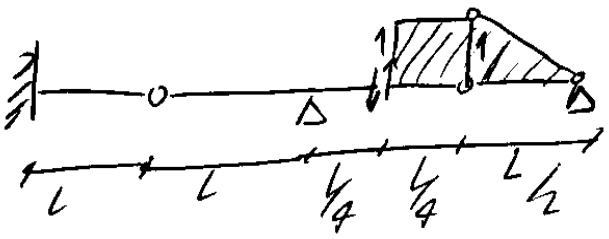


۱) wl

۲) $\frac{wl}{2}$

۳) $\frac{3wl}{2}$

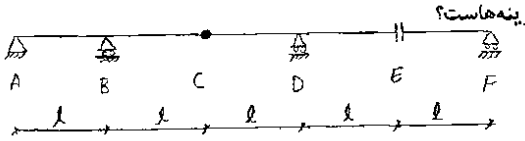
۴) $\frac{3wl}{4}$



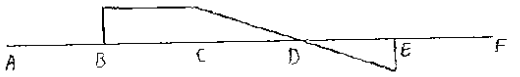
$$V=\left(\frac{l}{4}\times 1+\frac{\frac{l}{2}\times 1}{2}\right)\times w=\frac{wl}{2}$$

تمرین سراسری ۸۶

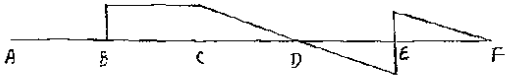
۶۳- خط تأثیر نیروی برشی در سمت راست تکیه‌گاه B به شکل کدام یک از گزینه‌هاست؟



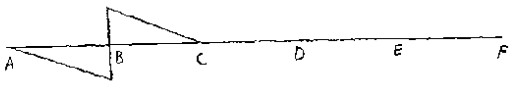
۱)



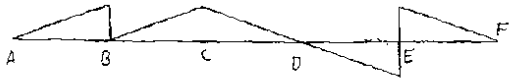
۲)



۳)



۴)



تمرین سراسری ۸۶

۶۸- در تیر شکل مقابل تحت بار گستردهٔ $\frac{t}{m}$ ۱ با طول متغیر، قدر مطلق برش حداکثر در سمت راست تکیه‌گاه C بر حسب ton چقدر است؟

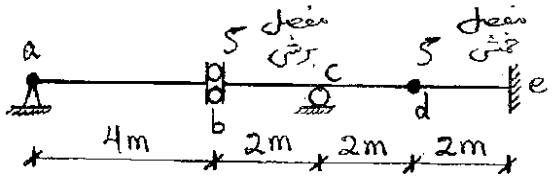
سرتاسر تیر قابل بارگذاری می‌باشد.

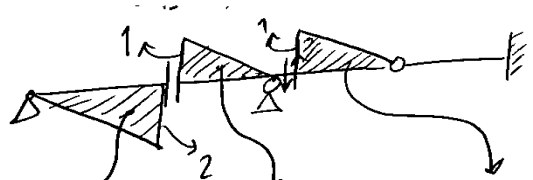
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۴

۴) ۶





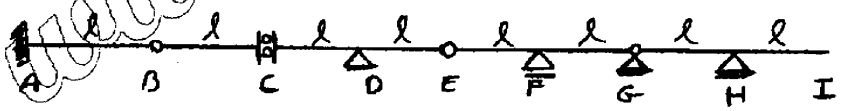
$A_1=\frac{2\times 4}{2}=4$ $\quad A_2=\frac{1\times 2}{2}=1$ $\quad A_3=\frac{1\times 2}{2}=1$

حالت ⊖ بیشترات $(A_1>A_2+A_3)$

$V=A_1\times W=4\times 1=4\,ton$

تمرین آزاد ۹۱

۶۶- حداکثر لنگر خمشی داخلی در وسط AB بر اثر حرکت بار P در روی تیر نشان داده شده کدام است؟



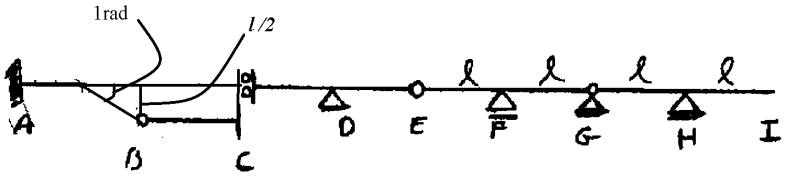
۱) $\frac{P\ell}{8}$

۲) $\frac{P\ell}{4}$

۳) $\frac{P\ell}{2}$

۴) $P\ell$

گزینه ۳: با توجه به اینکه حداکثر ارتفاع خط تاثیر برابر L/2 می باشد، گزینه ۳ صحیح است.



تمرین سراسری ۸۸

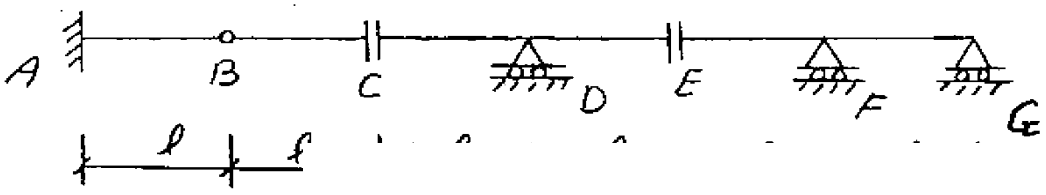
۸۴- اگر بار گسترده یکنواختی به شدت w و طول متغیر از روی تیر شکل مقابل عبور کند. مقدار ماکزیمم لنگر خمشی در A کدام است؟

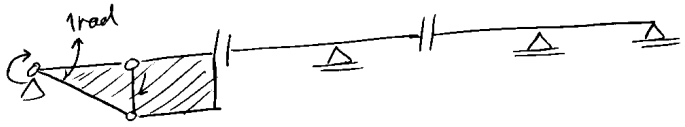
۱) $۲wl^۲$

۲) $\frac{wl^۲}{۲}$

۳) $\frac{۵wl^۲}{۲}$

۴) $\frac{۳wl^۲}{۷}$

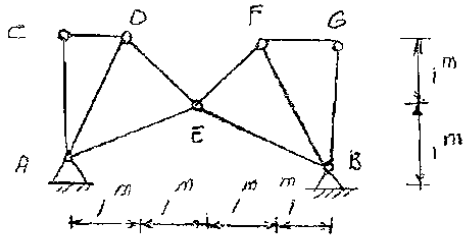


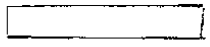


$$M_A = \left(\frac{L \times L}{2} + L \times L\right) \times w = \frac{3wL^2}{2}$$

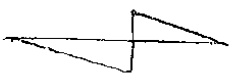
تمرین سراسری ۸۶

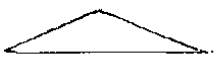
۷۲- خط تأثیر عکس‌العمل افقی در تکیه‌گاه A را رسم کنید. بار در تار پایین خرپا حرکت می‌کند.



۱) 

۲)

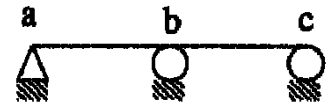
۳) 

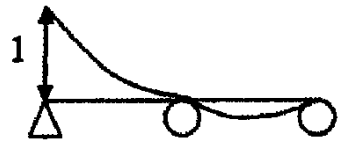
۴) 

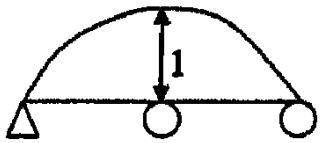
گزینه ۴

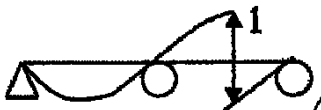
تمرین آزاد ۹۳

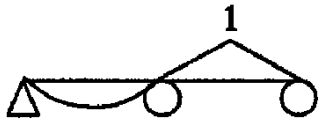
۶۱ـ کدام یک از خطوط تأثیر زیر در مورد تیر زیر صحیح نیست؟



۱) R_a;


۲) Rc;


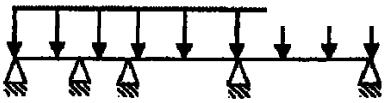
۳) V_b;


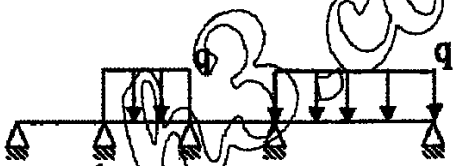
۴) M;


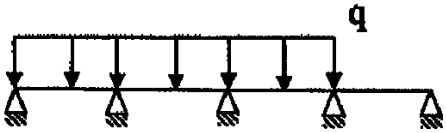
تمرین: آزاد ۹۳

۸۰ـ نامناسب‌ترین وضعیت بارگذاری لنگرگاه تکیه‌گاه B کدام است؟

۱)

۲)


۳)


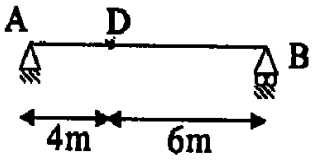
۴)


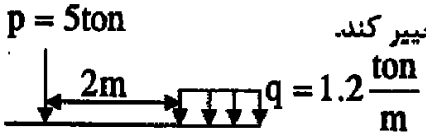
تمرین: آزاد ۹۳

۷۹ـ بیشینه مقدار برش در نقطه D روی تیر زیر کدام است؟

در صورتی که: الف: فاصله بار متمرکز از بار گسترده همواره 2 متر است.

ب: طول بار گسترده می‌تواند تغییر کند.

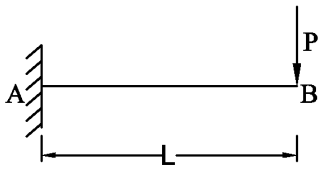




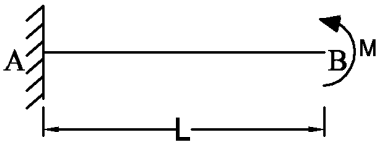
۱) 3.69
۲) 4
۳) 3.96
۴) 0.4

۵-تغییرشکل سازه های معین

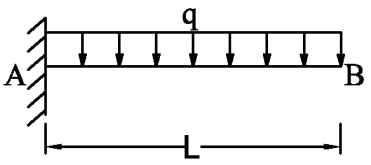
موارد زیر باید حفظ شود:



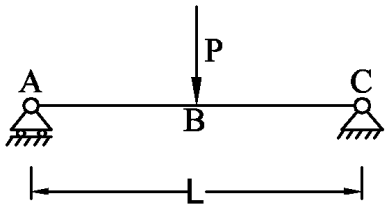
$$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}, \qquad \theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$$



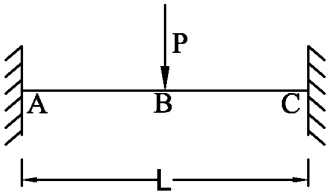
$$\Delta_B = \frac{ML^2}{2EI}, \qquad \theta_B = \frac{ML}{EI}$$



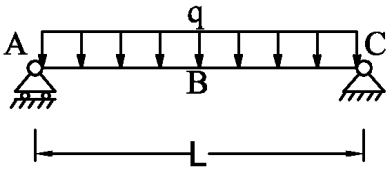
$$\Delta_B = \frac{qL^4}{8EI}, \qquad \theta_B = \frac{qL^3}{6EI}$$



$$\Delta_B = \frac{PL^3}{48EI}$$



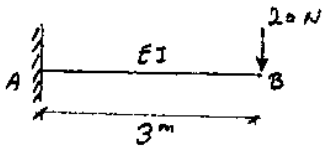
$$\Delta_B = \frac{1}{4} \times \frac{PL^3}{48EI} = \frac{PL^3}{192EI}$$



$$\Delta_B = \frac{5qL^4}{384EI}$$

آزاد ۸۹

۷۳- خیز تیر در نقطه انتهایی B چقدر است؟



$$\Delta = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{20\times 3^3}{3\times EI} = \frac{180}{EI}$$

۱) $\delta_B = \frac{۹۰}{EI}$

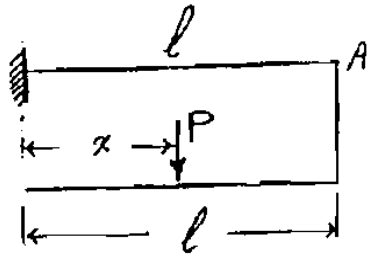
۲) $\delta_B = \frac{۱۸۰}{EI}$

۳) $\delta_B = \frac{۱۳۵}{EI}$

۴) $\delta_B = \frac{۱۲۰}{EI}$

سراسری ۸۱

۴۷- با توجه به شکل مقابل در چه فاصله‌ای از انتهای میله بایستی نیروی P اعمال گردد تا تغییر مکان قائم نقطهٔ A صفر شود؟ (x = ?)

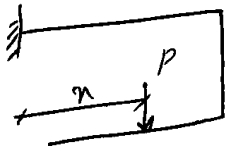


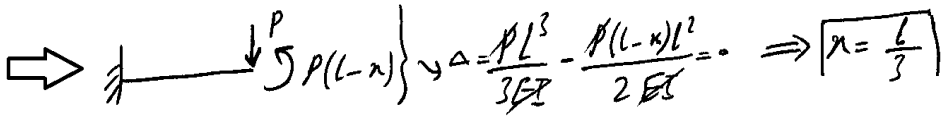
۱) $x = l$

۲) $x = \frac{l}{۳}$

۳) $x = \frac{l}{۲}$

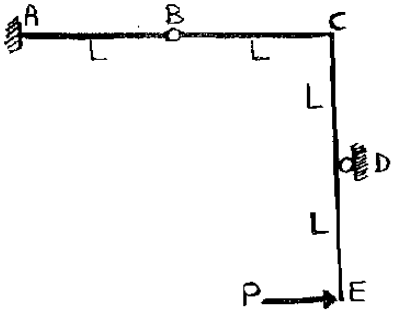
۴) $x = \frac{۲l}{۳}$





سراسری ۸۶

۷۶- در سازه نشان داده شده حداکثر جابجایی قائم مفصل B چقدر است؟ (EI برای کلیه اعضاء ثابت)

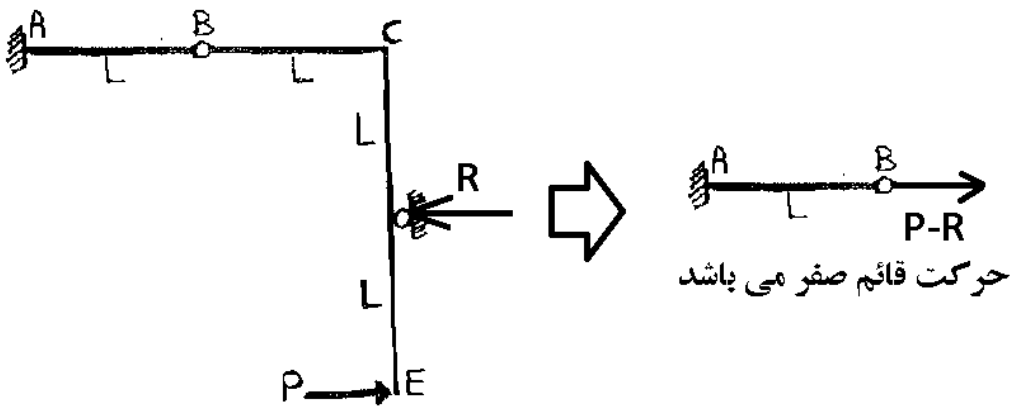


۱) صفر

۲) $\frac{PL^۳}{EI}$

۳) $\frac{PL^۳}{۳EI}$

۴) $\frac{۲PL^۳}{۳EI}$



حرکت قائم صفر می باشد

سراسری ۸۸

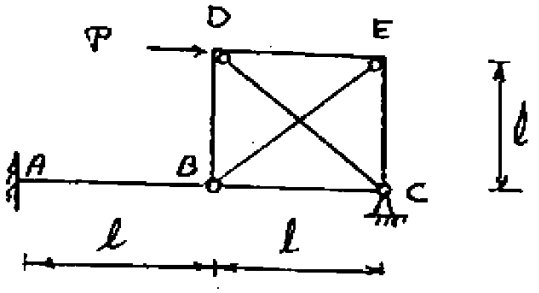
۸۸- تغییر مکان قائم نقطه B را تعیین کنید؟

۱) $\frac{۱۲Pl^۳}{EI}$

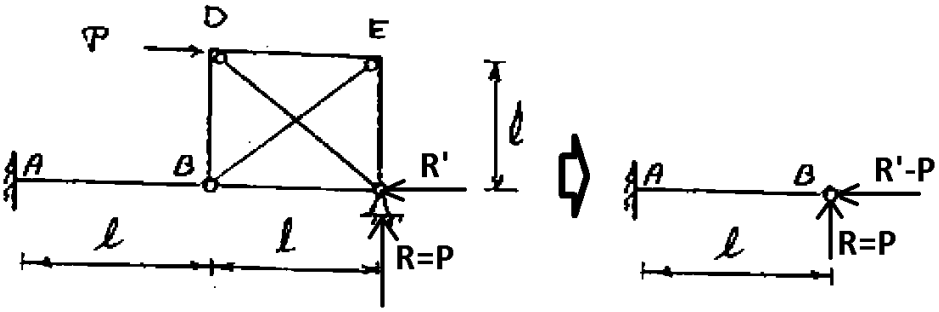
۲) $\frac{Pl^۳}{۲EI}$

۳) $\frac{Pl^۳}{۸EI}$

۴) $\frac{Pl^۳}{۲EI}$



$EI = \infty$



$\Delta = \frac{PL^3}{3EI}$

سراسری ۸۵

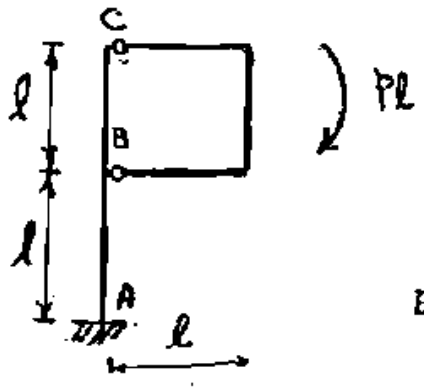
۷۰- $\Delta_{Bx} = ?$:

۱) $-\frac{Pl^۳}{۲EI}$

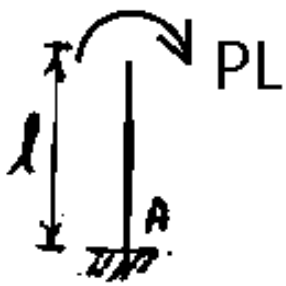
۲) $-\frac{Pl^۳}{۲EI}$

۳) $-\frac{Pl^۳}{۸EI}$

۴) $-\frac{۲Pl^۳}{EI}$

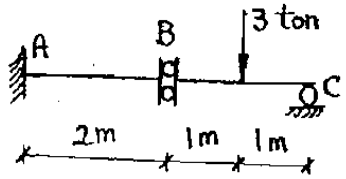


$EI = \infty$



سراسری ۸۴

در تیر شکل مقابل تغییر مکان در سمت چپ مفصل برشی **B** بر حسب **mm** کدام است؟

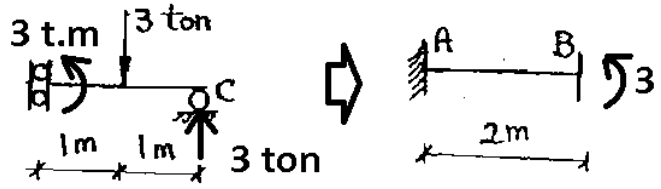


۱) ۵

۲) ۶

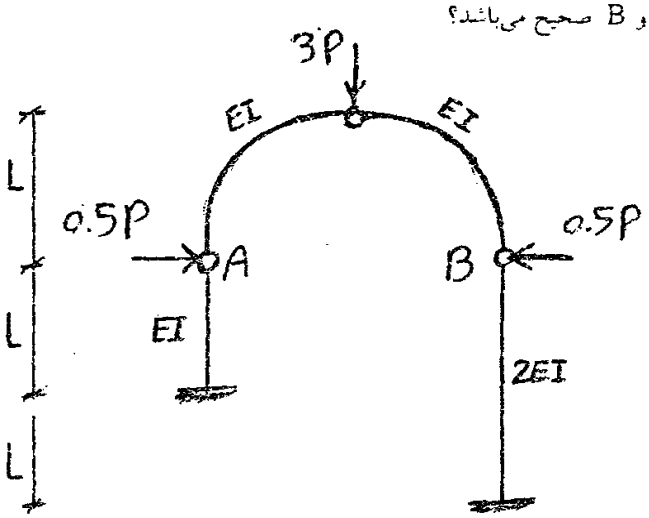
۳) ۵

۴) ۳



آزاد ۸۹

۷۱- در سازه شکل زیر کدام گزینه در مورد تغییر فاصلهٔ نقاط A و B صحیح می‌باشد؟



۱) به مقدار $\frac{5PL^3}{3EI}$ به هم نزدیک می‌شوند.

۲) به مقدار $\frac{5PL^3}{3EI}$ از یکدیگر دور می‌شوند.

۳) به مقدار $\frac{5PL^3}{6EI}$ از یکدیگر دور می‌شوند.

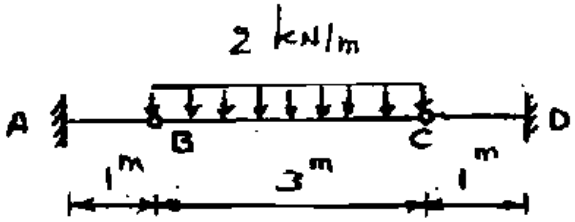
٤- به مقدار $\frac{5PL^3}{6EI}$ به هم نزدیک می‌شوند.

گزینه ۲

سراسری ۸۱

۵۴- Δ_C را حساب کنید؟

ثابت = EI

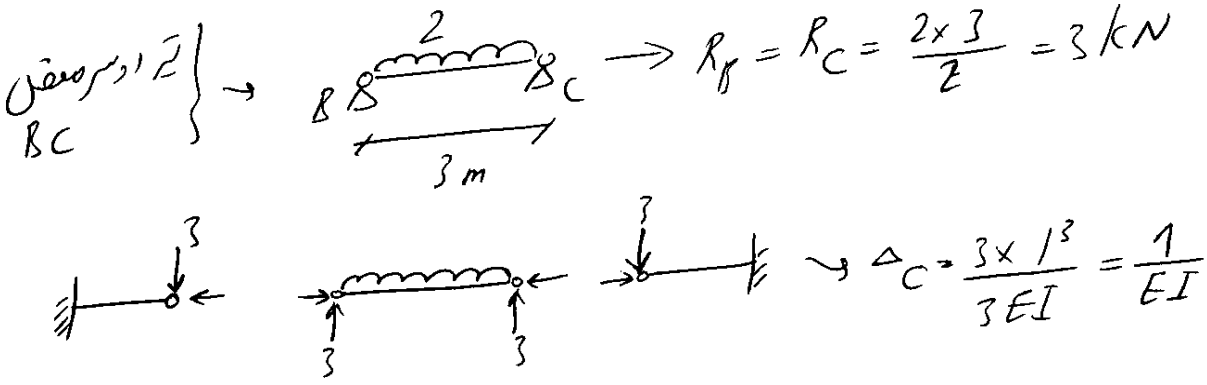


۱) $\frac{۱}{EI}$

۲) $\frac{۲}{EI}$

۳) $\frac{۳}{EI}$

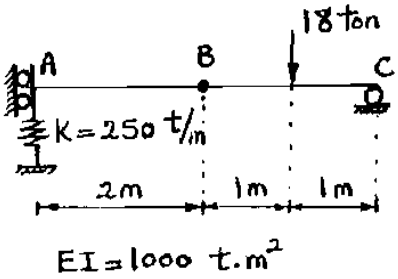
۴) ...



$$\Delta_C = \frac{3 \times 1^3}{3EI} = \frac{1}{EI}$$

سراسری ۸۳

۶۴. در تیر شکل مقابل تغییر مکان گره B بر حسب mm کدام است ؟

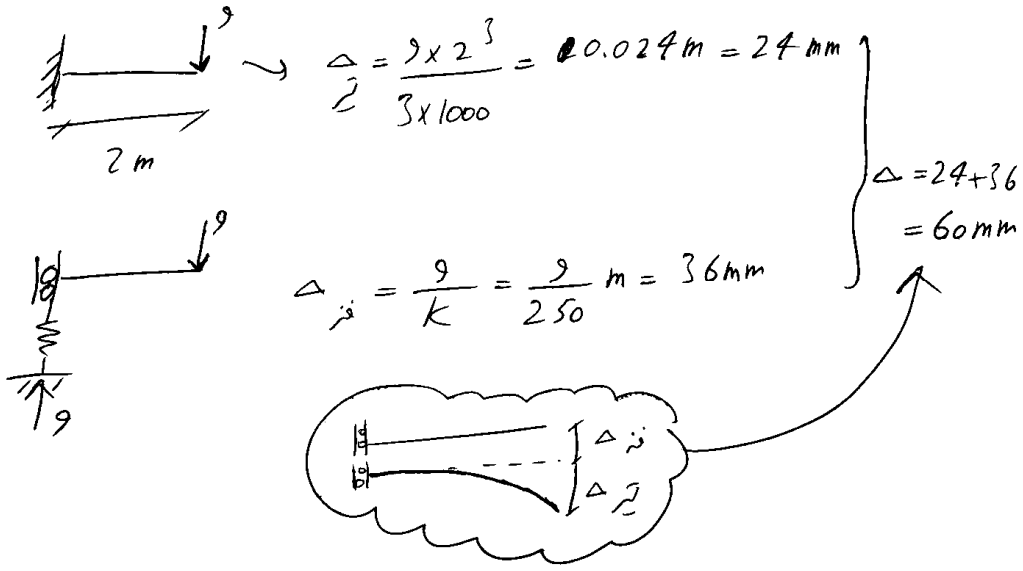


۱) ۳۶

۲) ۶۰

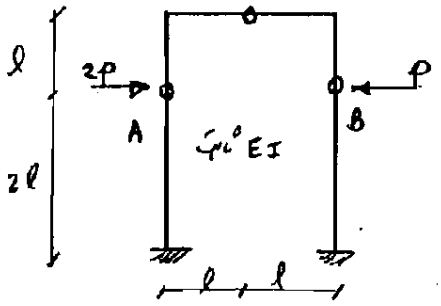
۳) ۷۲

۴) ۸۱



سراسری ۸۳

۷۲. مقدار نزدیک شدن دو نقطه A و B در سازه شکل زیر برابر است با:



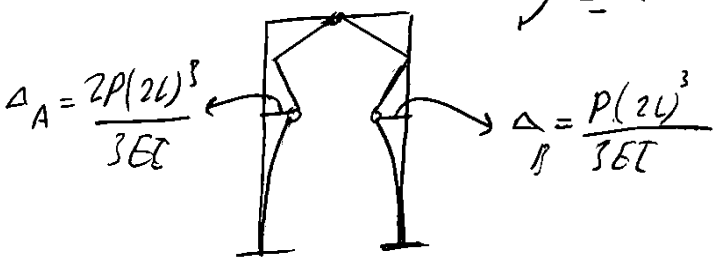
۱) $\frac{p\ell^3}{3EI}$

۲) $\frac{8p\ell^3}{EI}$

۳) $\frac{2p\ell^3}{3EI}$

۴) $\frac{3p\ell^3}{EI}$

بنابراین



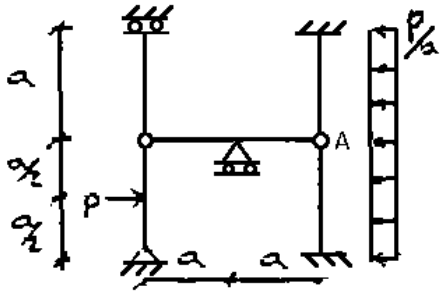
$$\rightarrow \Delta = \Delta_A + \Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}(8+16)$$

$$= \frac{8PL^3}{EI}$$

آزاد ۸۷

تغییر مکان گره A کدام است؟

صلبیت خمشی تمام اعضا EI می باشد



۱) $\frac{Pa^3}{8EI}$

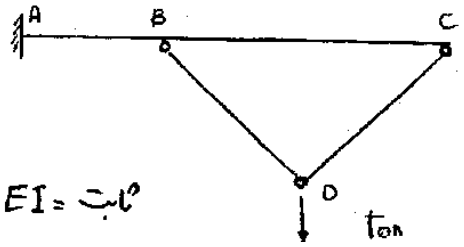
۲) $\frac{Pa^3}{3EI}$

۳) $\frac{Pa^3}{24EI}$

۴) $\frac{5Pa^3}{24EI}$

سراسری ۸۷

۷۹- تغییر مکان قائم نقطه B را حساب کنید. از اثر نیروی محوری صرفنظر کنید.

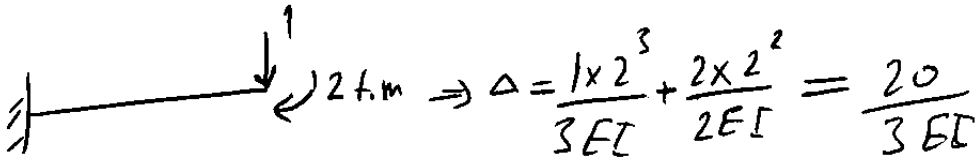


۱) $\frac{4EI}{3}$

۲) $\frac{8EI}{3}$

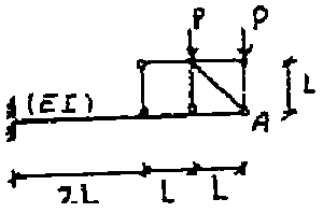
۳) $\frac{10EI}{3}$

۴) $\frac{20}{3EI}$



آزاد ۸۷

۷۱- تغییر مکان قائم A کدام است؟

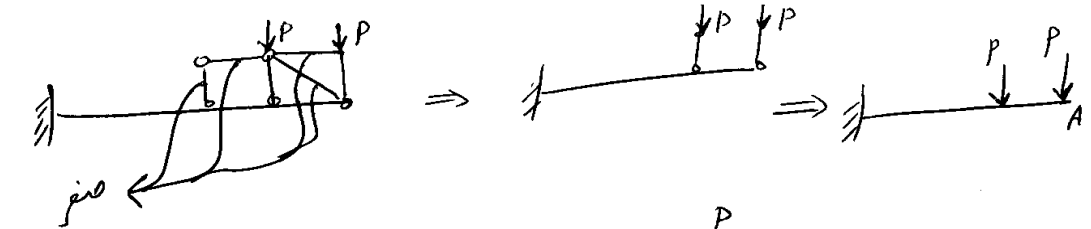


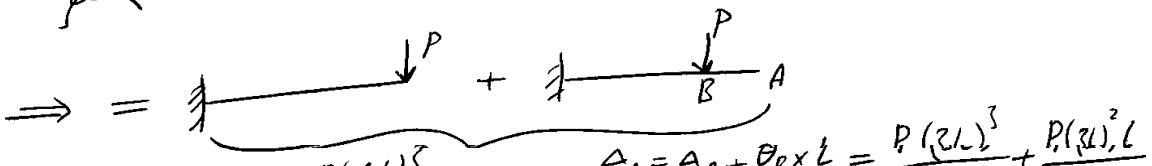
۱) $\frac{209PL^3}{6EI}$

۲) $\frac{182PL^3}{3EI}$

۳) $\frac{91PL^3}{6EI}$

۴) $\frac{64PL^3}{3EI}$





$\Delta_A = \frac{P(4L)^3}{3EI}$

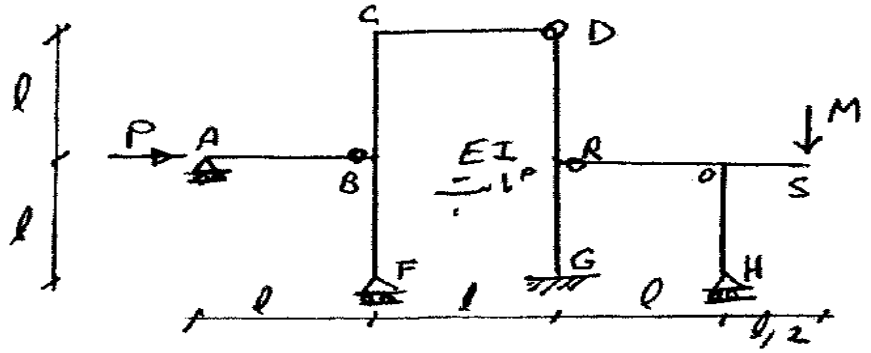
$\Delta_A = \Delta_B + \theta_B \times 2L = \frac{P(2L)^3}{3EI} + \frac{P(2L)^2 \cdot L}{2EI} = \frac{27PL^3}{2EI}$

$\rightarrow \Delta_A = \frac{64PL^3}{3EI} + \frac{27PL^3}{2EI} = \frac{209PL^3}{6EI}$

البته این مسئله با روشی که در کلاس درس تدریس شد نیز حل می‌شود (نخوانده‌اید!)

سراسری ۸۹

۶۱- چنانچه جا به جایی افقی D برابر $\frac{۹Ml^۳}{EI}$ باشد، نسبت $\frac{M}{P}$ کدام است؟

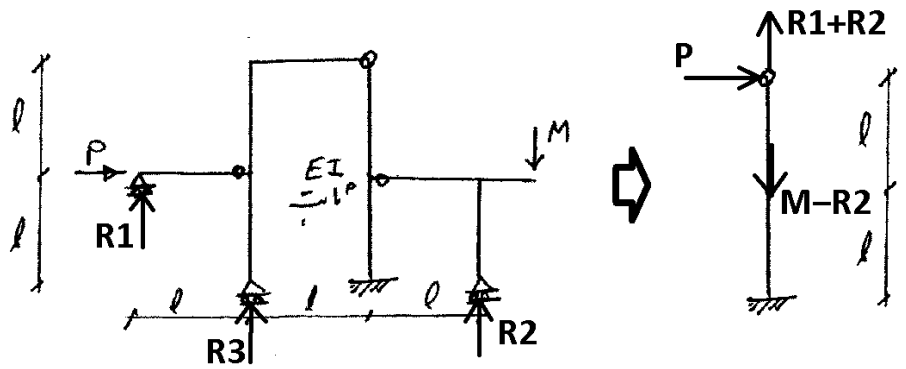


۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۸}{۲۷}$

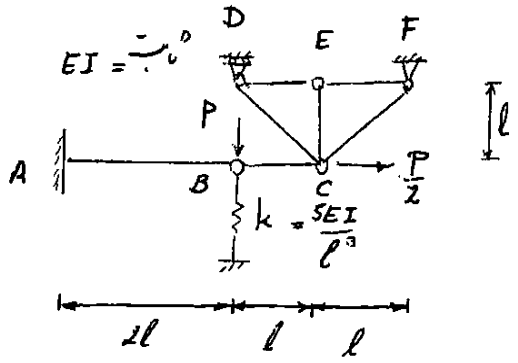
۳) چون تغییر مکان D ارتباطی به M ندارد پس $\frac{M}{P}=۰$ است.

۴) ۱



سراسری ۹۲

۵۷- تغییر مکان قائم نقطهٔ B، کدام است؟



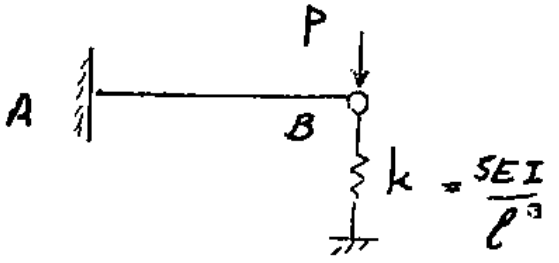
۱) $\frac{P\ell^۳}{۴۳EI}$

۲) $\frac{P\ell^۳}{۱۲EI}$

۳) $\frac{۸P\ell^۳}{۴۳EI}$

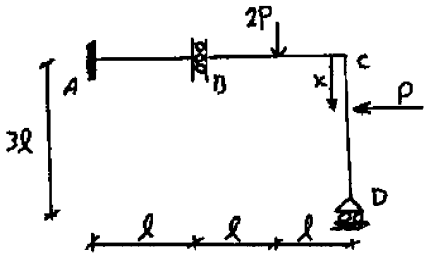
۴) $\frac{P\ell^۳}{۳EI}$

میله BC خرپایی بوده و تنها می تواند نیروی محوری به قسمت AB اعمال کند و بنابراین تاثیری بر تغییر مکان قائم ؛



$$\Delta=\frac{P}{\sum K}=\frac{P}{\frac{3EI}{(2L)^2}+\frac{5EI}{L^3}}=\frac{8PL^3}{43EI}$$

آزاد ۹۱



۷۷- در قاب نشان داده شده، بار P در چه فاصله‌ای از C اعمال شود تا تغییرمکان قائم سمت چپ مفصل برشی B، صفر گردد؟

۱) $x = 0$

۲) $x = \frac{\ell}{2}$

۳) $x = \ell$

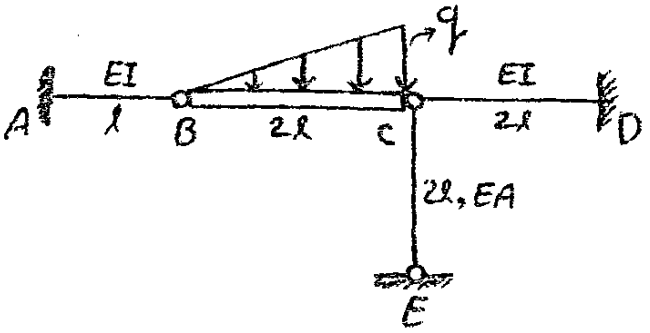
۴) $x = 2\ell$

اگر تغییرمکان قسمتی از یک میله صلب خواسته شود؟

اگر علاوه بر تغییرشکل خمشی تغییر شکل محوری هم داشته باشیم؟

آزاد ۸۹

۷- تغییر مکان قائم وسط عضو صلب BC کدام است؟ $(\frac{I}{A}=4l^2)$



۱) $\frac{13}{18}\frac{ql^4}{EI}$

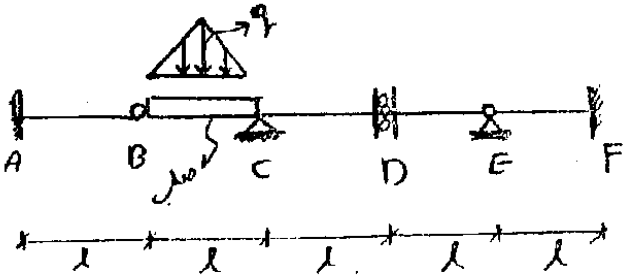
۲) $\frac{4}{9}\frac{ql^4}{EI}$

۳) $\frac{11}{18}\frac{ql^4}{EI}$

۴) $\frac{8}{9}\frac{ql^4}{EI}$

آزاد ۹۰

۶۲- تغییر مکان سمت چپ مفصل برشی D کدام است؟ (EI ثابت)



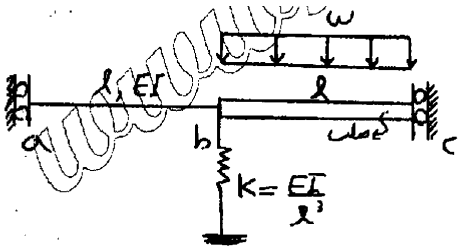
۱) $\frac{q\ell^4}{6EI}$

۲) $\frac{q\ell^4}{3EI}$

۳) $\frac{q\ell^4}{12EI}$

۴) $\frac{q\ell^4}{8EI}$

آزاد ۹۱



۷۲- در تیر نشان داده شده تغییرمکان نقاط a و b و c کدام است؟ (میله bc صلب و سختی فنر $K=\frac{EI}{\ell^3}$ می‌باشد)

۱) $\delta_a=\delta_b=\delta_c=\frac{\omega\ell^4}{EI}$

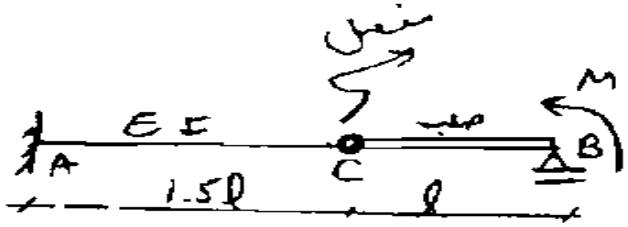
۲) $\delta_a=\delta_b=\frac{\omega\ell^4}{EI}\ ,\ \delta_c=\frac{\omega\ell^4}{2EI}$

۳) $\delta_b=\delta_c=\frac{\omega\ell^4}{EI}\ ,\ \delta_a=\frac{13}{12}\frac{\omega\ell^4}{EI}$

۴) $\delta_a=\frac{13}{12}\frac{\omega\ell^4}{EI}\ ,\ \delta_b=\frac{\omega\ell^4}{EI}\ ,\ \delta_c=\frac{\omega\ell^4}{2EI}$

سراسری ۸۲

۵۸- در سازهٔ شکل زیر مقدار چرخش نقطهٔ B را به دست آورید.

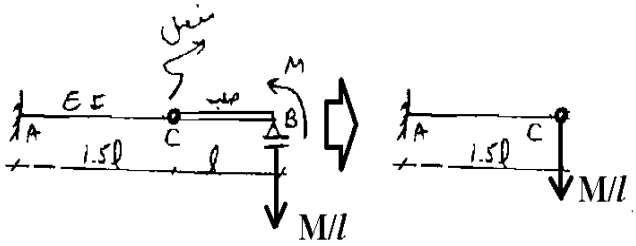


۱) $\frac{Ml}{3EI}$

۲) $\frac{Ml}{2EI}$

۳) ۱٫۲۵ $\frac{Ml}{EI}$

۴) $\frac{9}{8}\frac{Ml}{EI}$



$$\Delta_C=\frac{\frac{M}{L}(1.5L)^3}{3EI}=\frac{9ML^2}{8EI}\rightarrow\theta_B=\frac{(\Delta_C-\Delta_B)}{L}=\frac{9ML}{8EI}$$

سراسری ۸۶

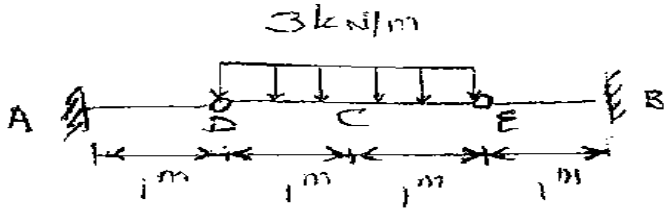
۷۴- Δ_C را حساب کنید. (EI کلیه اعضا را ثابت فرض کنید)

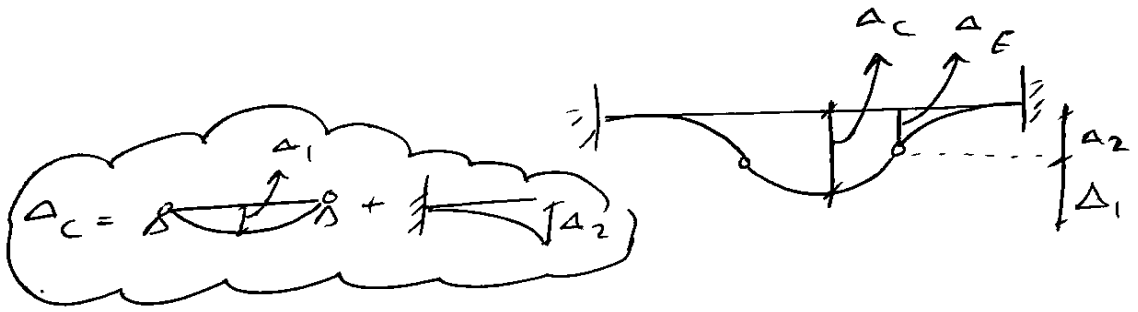
۱) $\frac{۱}{EI}$

۲) $\frac{۱/۵}{EI}$

۳) $\frac{۱/۶۲۵}{EI}$

۴) $\frac{۰/۶۲۵}{EI}$





$$\Delta_1 = \frac{5}{384}\frac{qL^4}{EI} = \frac{5\times 3\times 2^4}{384\,EI} = \frac{5}{8EI} \qquad \Delta_2 = \frac{Pl^3}{3EI} = \frac{(\frac{3\times 2}{2})\times 1^3}{3EI} = \frac{1}{EI}$$

$$\rightarrow \Delta_C = \frac{5}{8EI} + \frac{1}{EI} = \frac{13}{8EI} = \frac{1.625}{EI}$$

سراسری ۸۶

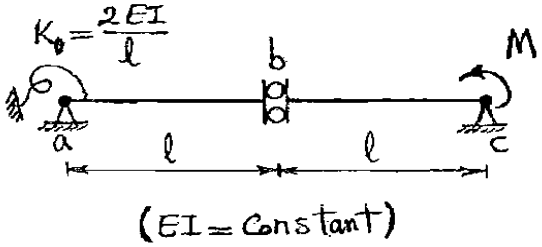
۶۶- در تیر شکل مقابل تغییر مکان در سمت چپ مفصل برشی b کدام است؟

۱) ۰

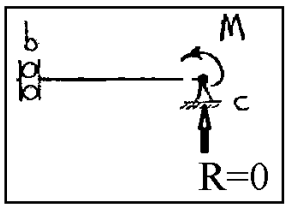
۲) $\frac{Ml^2}{EI}$

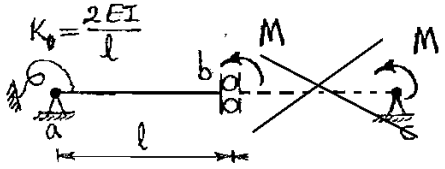
۳) $\frac{Ml^2}{2EI}$

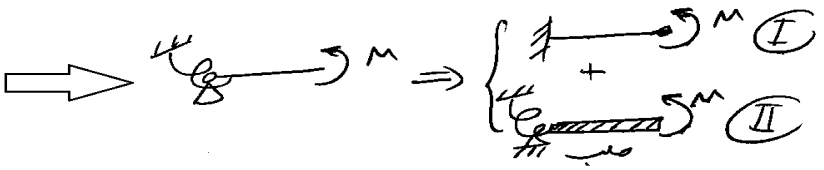
۴) $\frac{Ml^2}{3EI}$



ابتدا سمت راست را تحلیل کرده و حذف می کنیم:



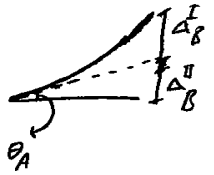




$$\Delta_B^{I} = \frac{ML^2}{2EI}$$

$$\Delta_B^{II} = \theta_A \times L = \frac{M}{E}\times L = \frac{ML^2}{2EI}$$

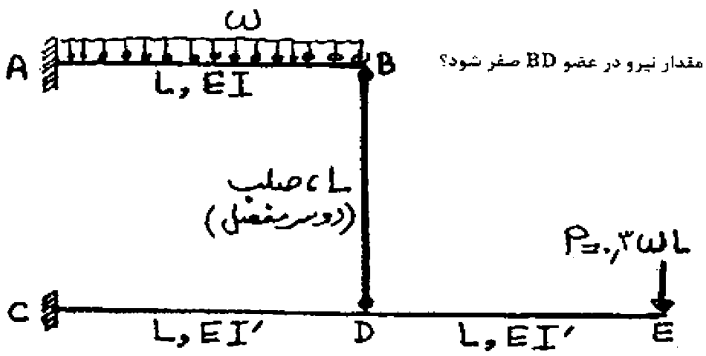
$$\rightarrow \Delta_B = \frac{ML^2}{2EI} + \frac{ML^2}{2EI} = \frac{ML^2}{EI}$$



سراسری ۸۸

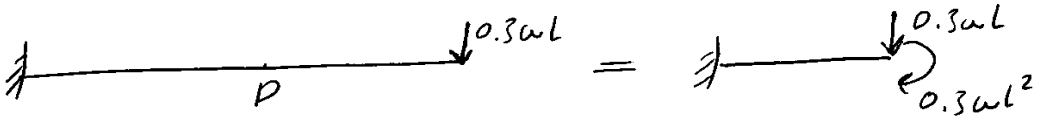
ممان اینرسی عضو CDE چند برابر ممان اینرسی عضو AB باشد تا مقدار نیرو در عضو BD صفر شود؟

۱) ۲
۲) ۱
۳) ۱/۵
۴) ۰/۵



وقتی می‌گوید $\Delta_B = \Delta_D$ یعنی $F_{BD} = 0$

$$\Delta_B = \frac{\omega L^4}{8EI}$$

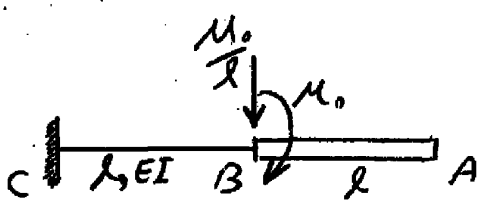


$$\Delta_D = \frac{(0.3\omega L)L^3}{3EI'} + \frac{(0.3\omega L^2)(L^2)}{2EI'} = \frac{\omega L^4}{4EI'}$$

$$\Delta_B = \Delta_D \Rightarrow \frac{1}{8I} = \frac{1}{4I'} \rightarrow \boxed{\frac{I'}{I} = 2}$$

آزاد ۹۲

۶۳- تغییرمکان گره A کدام است؟ (میله AB صلب می‌باشد)

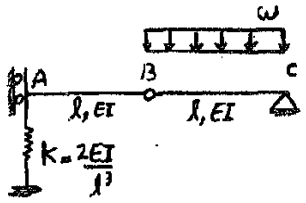


۱) $\frac{5}{6}\frac{M_0\ell^2}{EI}$
۲) $\frac{11}{6}\frac{M_0\ell^2}{EI}$
۳) $\frac{7}{3}\frac{M_0\ell^2}{EI}$
۴) $\frac{4}{3}\frac{M_0\ell^2}{EI}$

$$\Delta_A = \Delta_B + \theta_B \times l = \left(\frac{M_0 l^2}{2EI} + \frac{\frac{M_0}{l} l^3}{3EI}\right) + \left(\frac{M_0 l}{EI} + \frac{\frac{M_0}{l} l^2}{2EI}\right) l = \frac{7}{3}\frac{M_0 l^2}{EI}$$

آزاد ۹۲

۷۳- تغییرمکان نقاط A و B کدام است؟ (سختی فنر $K=\frac{2EI}{\ell^3}$ می‌باشد)



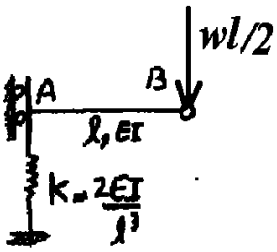
۱) $\delta_A=\frac{1}{4}\frac{\omega\ell^4}{EI}$, $\delta_B=\frac{5}{12}\frac{\omega\ell^4}{EI}$

۲) $\delta_A=\frac{1}{4}\frac{\omega\ell^4}{EI}$, $\delta_B=\frac{7}{12}\frac{\omega\ell^4}{EI}$

۳) $\delta_A=\frac{1}{2}\frac{\omega\ell^4}{EI}$, $\delta_B=\frac{5}{48}\frac{\omega\ell^4}{EI}$

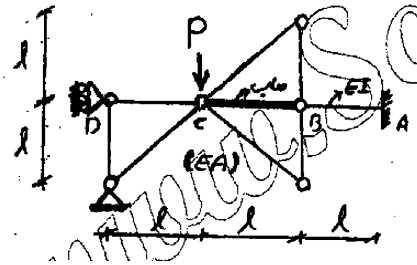
۴) $\delta_A=\frac{1}{2}\frac{\omega\ell^4}{EI}$, $\delta_B=\frac{7}{384}\frac{\omega\ell^4}{EI}$

گزینه ۱ - $\Delta_A=\frac{wl/2}{K}=\frac{wl/2}{\frac{2EI}{l^3}}=\frac{wl^4}{4EI}$ $\Delta_B=\Delta_A+\frac{(wl/2)l^3}{3EI}=\frac{wl^4}{4EI}+\frac{wl^4}{6EI}=\frac{5wl^4}{12EI}$



آزاد ۹۱

۷۵- تغییرمکان قائم گره C کدام است؟ (عضو AB دارای صلبیت خمشی EI و سایر اعضاء دارای صلبیت محوری EA می‌باشند)



۱) $\frac{P\ell}{EA}$

۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{P\ell}{EA}$

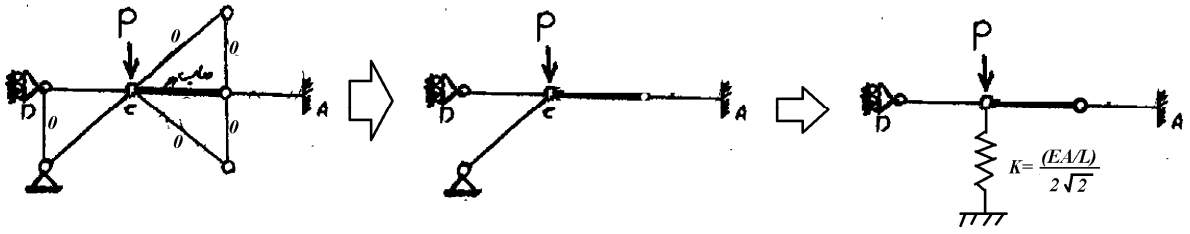
۳) $\sqrt{2}\frac{P\ell}{EA}$

۴) $2\sqrt{2}\frac{P\ell}{EA}$

گزینه ۴

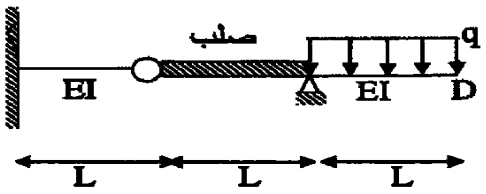
پس از حذف اعضای صفر نیرویی، و با توجه به تبدیلات زیر مقدار جابجایی قائم نقطه C برابر است با:

$$\Delta_C=\frac{2\sqrt{2}PL}{EA}$$



تمرین: آزاد ۹۳

۶۴ـ اختلاف شیب بین دو مفصل داخلی B در تیر مقابل چقدر است؟



۱) $\frac{WL^3}{3EI}$

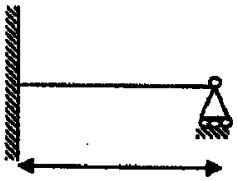
۲) $\frac{WL^3}{4EI}$

۳) $\frac{7L^3}{12EI}$

۴) $\frac{5WL^3}{12EI}$

تمرین: آزاد ۹۳

۶۷ـ اگر تکیه‌گاه A به اندازه 3 سانتیمتر و تکیه‌گاه B به اندازه 2 سانتیمتر نشست کند، مقدار لنگر در تکیه‌گاه A چقدر است؟



۱) $\frac{3EI}{L^2}$

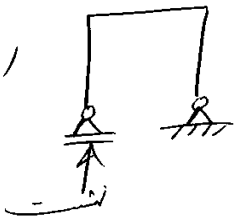
۲) $\frac{3EI}{L^3}$

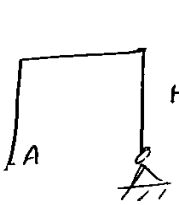
۳) $\frac{EI}{L^2}$

۴) $\frac{EI}{L^3}$

۵-۱-نشست تکیه گاهی

نکته: اگر نشست تکیه‌گاهی را داشته باشیم و نیروی داخلی ناشی از این نشست خواسته شود، ابتدا آن تکیه‌گاه را حذف می‌کنیم، مثلاً در



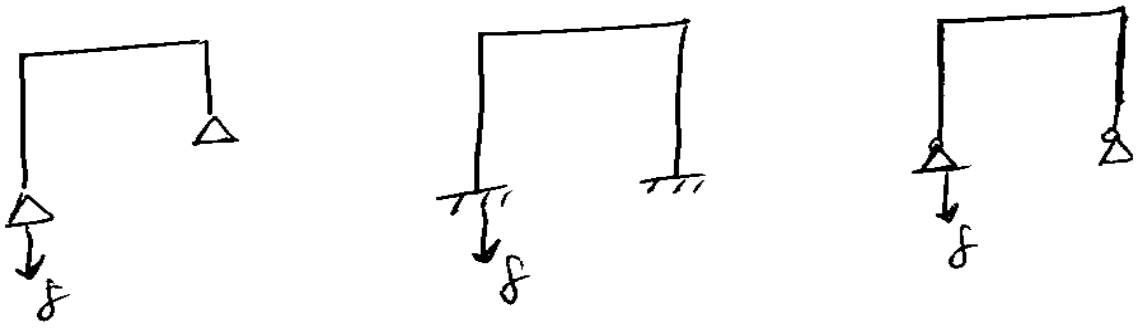


اگر سازه ناپایدار شد (یعنی نقطه A با وجود بودن اعمال نیرو به‌قاب به‌علت ناپایداری حرکت دارد) هیچ نیروی از نشست در سازه ایجاد نمی‌شود

در سازه فوق در صورتی که در تکیه گاه نشست داشته باشیم، هیچ نیروی در اعضای سازه نخواهیم داشت.

نکته مهم: گرچه نیروی اعضا صفر است، مقدار تغییرمکان قسمت های مختلف سازه غیر صفر است.

در کدامیک از سازه های زیر در صورت نشست تکیه گاه، نیروی اعضا صفر خواهد بود؟

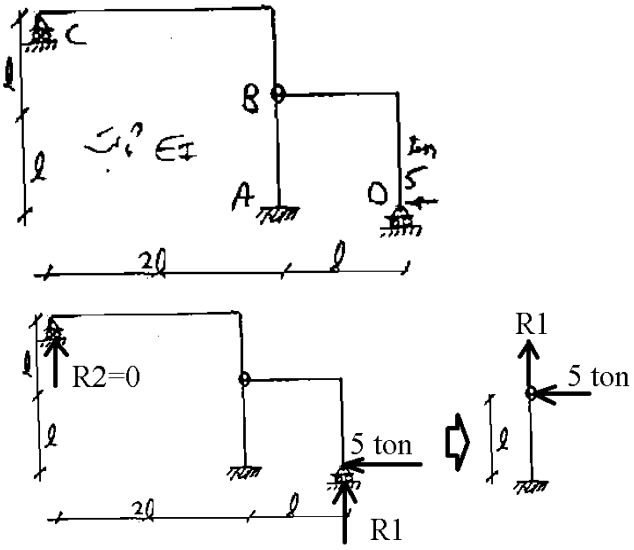


سراسری ۸۲

۵۵- در سازهٔ شکل زیر تکیه گاه C به اندازهٔ ۲ cm در جهت قائم نشست کرده و بار افقی ۵ ton در نقطهٔ D به آن اثر می کند. با در نظر گرفتن خمش، جابجائی افقی B را به دست آورید؟

۱) $\frac{5l^3}{EI}$ ۲) $\frac{5l^3}{3EI}$

۳) $\frac{15l^3}{EI}$ ۴) $\frac{5l^3}{3EI}+1$



سراسری ۸۱

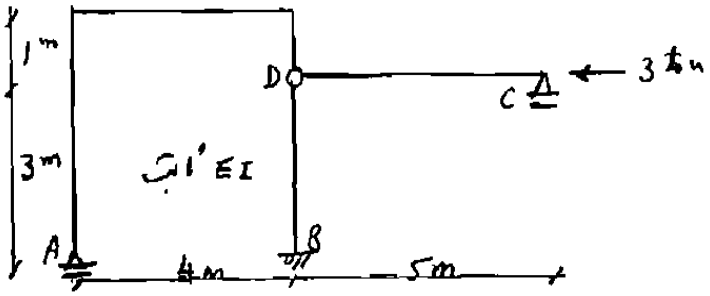
۴۸- در سازهٔ شکل مقابل جابجایی افقی نقطه D در اثر اعمال بار و نشست تکیه‌گاه A در جهت قائم به اندازهٔ 3^{cm} چقدر است ؟ (فقط اثر خمش در نظر گرفته شود).

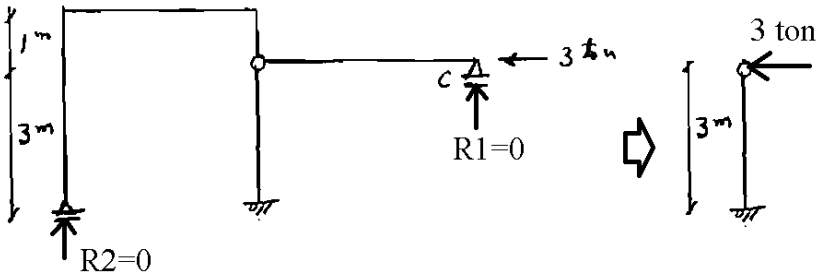
۱) $\frac{27}{EI}$

۲) $\frac{3}{EI}$

۳) $\frac{81}{EI}+\frac{9}{4}$

۴) $\frac{27}{EI}+3/100$





۶-روش نیروها

سراسری ۸۸

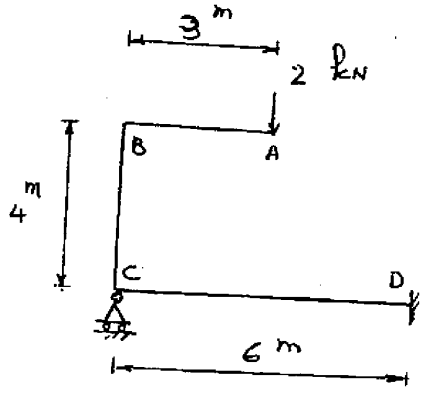
۸۶- واکنش تکیه‌گاه C برحسب kN چقدر است؟

۱) ۲

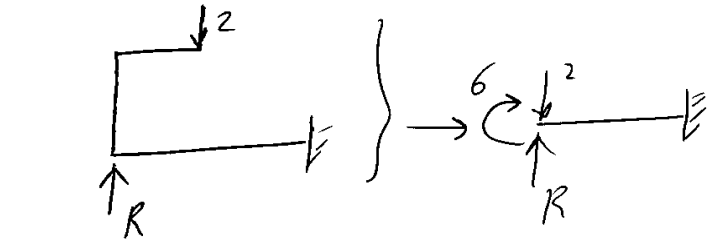
۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۲}{۳}$



EI = ثابت

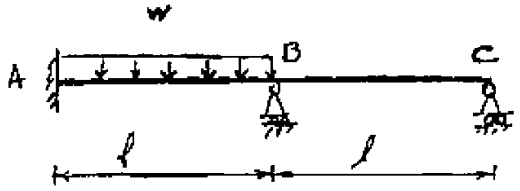


$\Delta_C = \frac{(R-2)\times 6^3}{3EI} + \frac{6\times 6^2}{2EI} = 0$ (۱)

$\longrightarrow (R-2) = -\frac{3}{2} \rightarrow \boxed{R = \frac{1}{2}\,kN}$

سراسری ۸۸

۹۰- اگر در تحلیل تیر نامعین شکل مقابل یکی از مجهولات اضافی را M_B انتخاب کنیم، رابطه سازگاری تغییر مکان مربوطه براساس کدام رابطه نوشته می‌شود؟ (چپ: L راست: R)



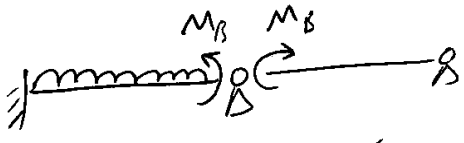
۱) $\theta_{BL} = \theta_{BR}$

۲) $M_{BL}\,\theta_{BL} = M_{BR}\,\theta_{BR}$

۳) $\theta_{BL} + \theta_{BR} = 0$

۴) $M_{BL}\,\theta_{BL} + M_{BR}\,\theta_{BR} = 0$

پس از حذف M در نقطه B



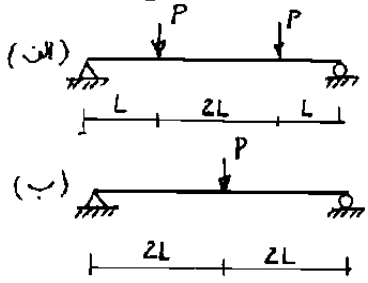
دوران سمت چپ و راست B را محاسبه کرده و سپس هم‌گزاری رهیم

$\theta_{BL} = \theta_{BR}$

۶-۱-فنرهای معین و نامعین

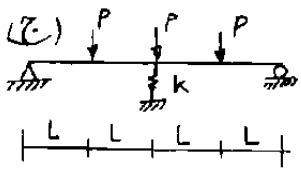
سراسری ۸۱

۴۶- اگر تغییرشکل حداکثر مربوط به حالتهای الف وب مطابق زیر داده شده باشد، نیروی برجودآمده، در تکیه گاه فنری در حالت «ج» چقدر خواهد بود؟



$\Delta_{max} = \frac{11PL^3}{6EI}$

$\Delta_{max} = \frac{4PL^3}{3EI}$



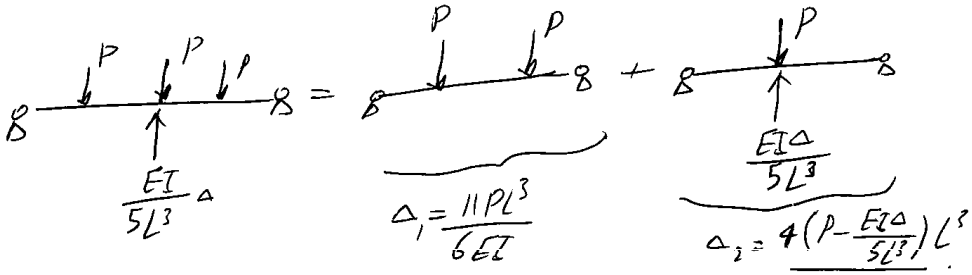
$k = \frac{EI}{5L^3}$

۱) P

۲) ۲P

۳) $\frac{P}{۲}$

۴) $\frac{۳P}{۲}$

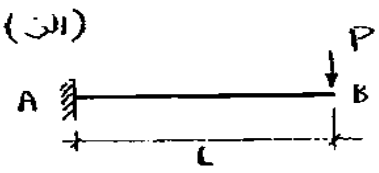


$$\Delta_1+\Delta_2=\Delta \Rightarrow \frac{11PL^3}{6EI}+\frac{4\left(P-\frac{EI\Delta}{5L^3}\right)L^3}{3EI}=\Delta$$

$$\rightarrow \Delta=\frac{5PL^3}{2EI} \longrightarrow F_{فنر}=k\Delta=\frac{EI}{5L^3}\times\frac{5PL^3}{2EI}=\frac{P}{2}$$

سراسری ۸۳

۸۰- با استفاده از اطلاعات داده شده در شکل (الف) نیروی موجود در فنر در شکل (ب) برابر است با:



$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$

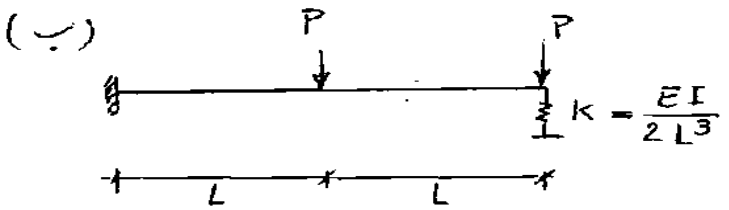
$\theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$

۱) p

۲) $\frac{۳}{۲}p$

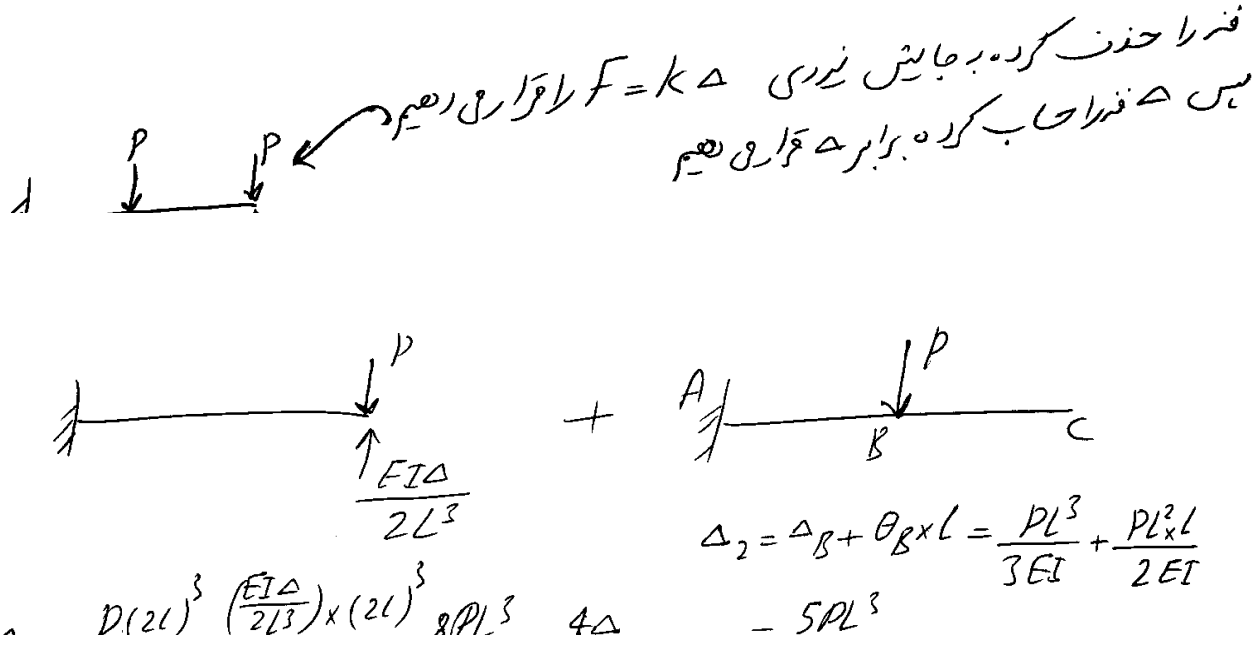
۳) $\frac{۳}{۸}p$

۴) $\frac{۳}{۴}p$



در مواردی که فنر داریم، بهتر است فنر را به عنوان نیروی مجهول حذف کنیم. دقت کنید که سازه نامعین است. در صورت معین بودن نیازی به حذف فنر نخواهد بود.

وقتی فنر را حذف می کنیم، یک جهت مثبت برای تغییرمکان نقطه اثر فنر فرض می کنیم. در این سوال با توجه به اینکه تغییرمکان محل اثر فنر به سمت پایین خواهد بود، تغییرمکان به سمت پایین را مثبت فرض می کنیم:



$$\Delta_2 = \Delta_B + \theta_B \times L = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{PL^2 \times L}{2EI}$$

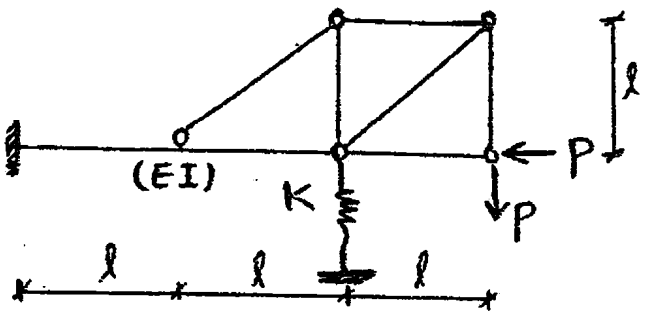
$$D(2L)^3 \quad \left(\frac{EI\Delta}{2L^3}\right) \times (2L)^3 \quad \frac{8PL^3}{3} \quad 4\Delta \quad -5PL^3$$

$$\Rightarrow \Delta_1 + \Delta_2 = \Delta \Rightarrow \frac{8PL^3}{3EI} - \frac{4\Delta}{3} + \frac{5PL^3}{6EI} = \Delta \rightarrow \Delta = \frac{3PL^3}{2EI}$$

$$\rightarrow \text{نیروی فنر} = K\Delta = \frac{EI}{2L^3} \times \frac{3PL^3}{2EI} = \frac{3P}{4}$$

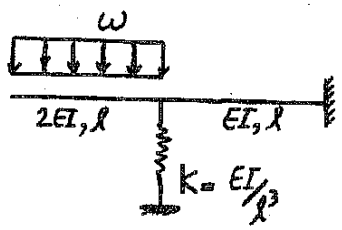
آزاد ۸۹

۷۴- نیروی فنر در سازه نشان داده شده کدام است؟ $\left(K = \frac{3EI}{l^3}\right)$



۱) 0.75 P
۲) P
۳) 1.5 P
۴) 0.5 P

تمرین آزاد ۹۲



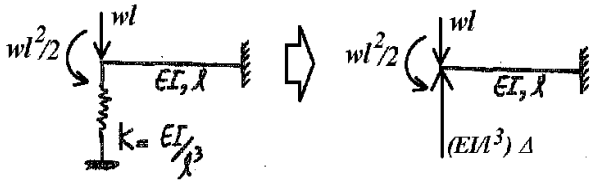
۷۴- نیروی فنر به سختی $K=\frac{EI}{\ell^3}$ کدام است؟

۱) $\frac{7}{16}\omega\ell$ ۲) $\frac{7}{5}\omega\ell$

۳) $\frac{3}{8}\omega\ell$ ۴) $\frac{3}{2}\omega\ell$

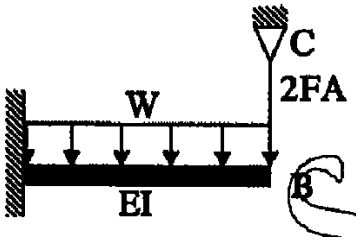
تغییرمکان فنر را محاسبه و برابر Δ قرار می دهیم.

$$\frac{(wl)l^3}{3EI}+\frac{\frac{wl^2}{2}l^2}{2EI}-\frac{\left(\frac{EI}{l^3}\Delta\right)l^3}{3EI}=\Delta \quad\rightarrow\quad \frac{7}{12}\frac{wl^4}{EI}-\frac{\Delta}{3}=\Delta \quad\rightarrow\quad \Delta=\frac{7}{16}\frac{wl^4}{EI} \quad\rightarrow\quad F_{\text{فنر}}=K\Delta=\frac{7}{16}wl$$



تمرین آزاد ۹۳

۵۱- کابل BC با سطح مقطع A به تیر AB متصل شده است. نیروی کشش کابل چقدراست؟



۱) $\frac{WL}{2}$ ۲) $\frac{3WL^3A}{4(2AL^2+3I)}$

۳) $\frac{WAL^3}{4(2AL^2+3I)}$ ۴) $\frac{6WAL^3}{4(2AL^2+3I)}$

Sanjesh

۷-تقارن

سراسری ۸۷

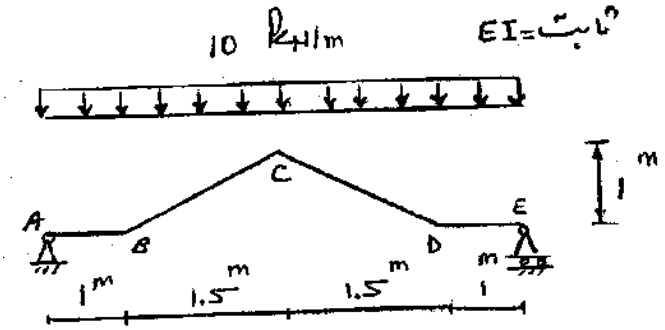
۷۳- شیب نقطه C را حساب کنید

۱) صفر

۲) $\frac{۲}{EI}$

۳) $\frac{۳}{EI}$

۴) $\frac{۸}{EI}$

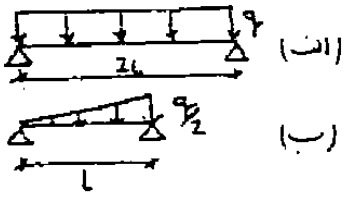


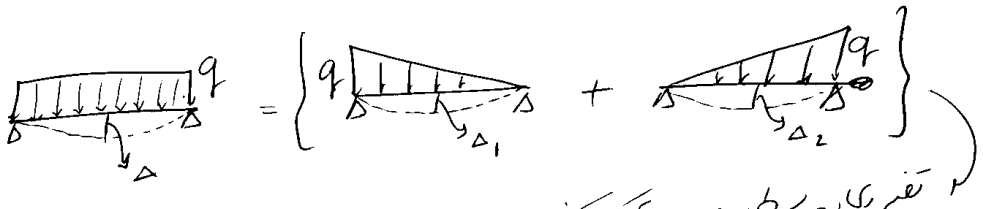
به علت تقارن $\theta_C = ۰$ است

آزاد ۸۷

اگر تغییر مکان حداکثر سازه (الف) برابر Δ باشد تغییرمکان وسط سازه (ب) کدام است؟

۱) $\frac{\Delta}{32}$ ۲) $\frac{\Delta}{15}$ ۳) $\frac{\Delta}{64}$ ۴) $\frac{\Delta}{8}$



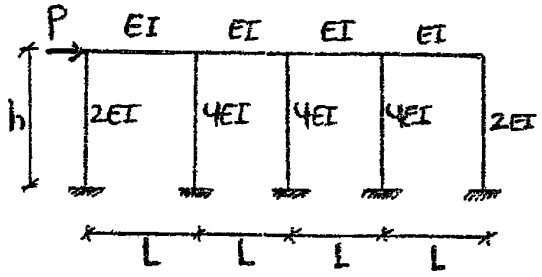


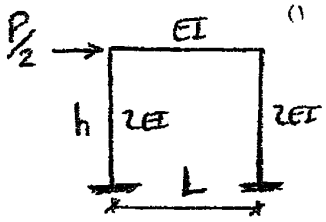
تغییرمکان وسط دهانه تیر یک سر گیردار است بنابراین $\Delta_2 = \Delta_1 = \Delta/2$

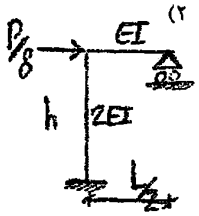
از طرفی وقتی طول تیر نصف می شود، تغییر شکل می‌شود $\frac{1}{16}$. و با توجه به اینکه بار q نیز نصف شده است، گزینه ۳ صحیح است.

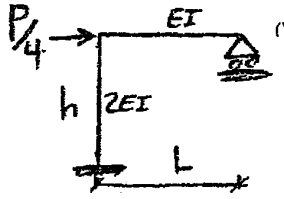
آزاد ۸۹

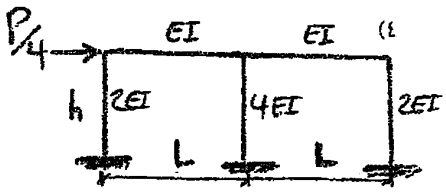
۷۹- برای تحلیل سازه مقابل کدامیک از قابهای زیر را می‌توان تحلیل نمود؟



۱)


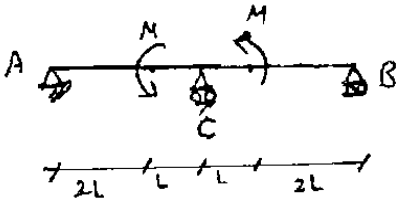
۲)


۳)


۴)


سراسری ۸۴

۷۳- در سازهٔ شکل مقابل، عکس‌العمل B و C چقدر است؟

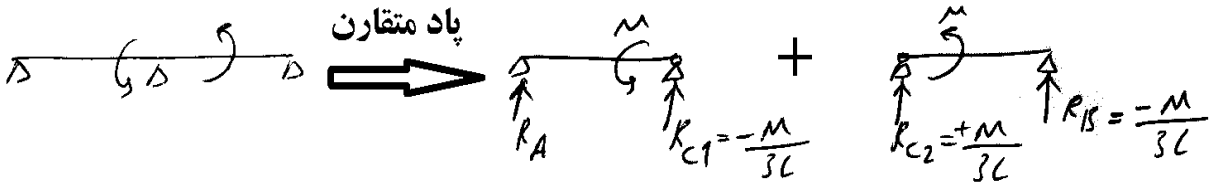


۱) $-\frac{۲M}{۳L}$ و ۰

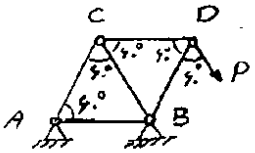
۲) $-\frac{M}{۳L}$ و ۰

۳) $-\frac{M}{L}$ و $\frac{M}{L}$

۴) $-\frac{M}{۳L}$ و $\frac{M}{۳L}$



سراسری ۸۳



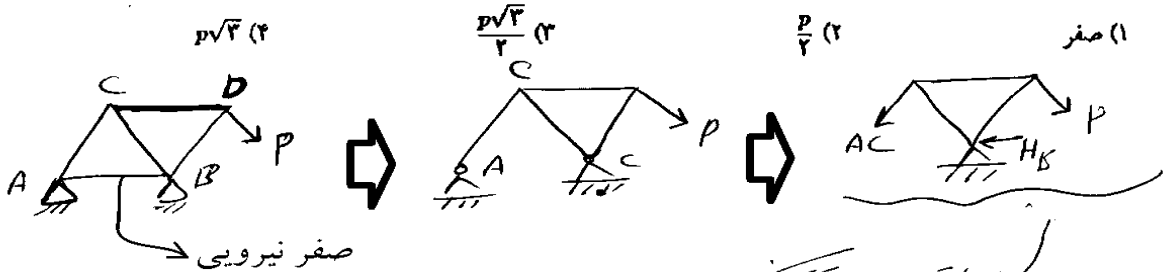
۶۸. خرپای شکل مقابل دارای اعضای با طول مساوی ℓ و صلبیت محوری EA می‌باشد. عکس‌العمل افقی B برابر است با :

۱) صفر

۲) $\frac{P}{۲}$

۳) $\frac{P\sqrt{۳}}{۲}$

۴) $P\sqrt{۳}$



با توجه به تقارن

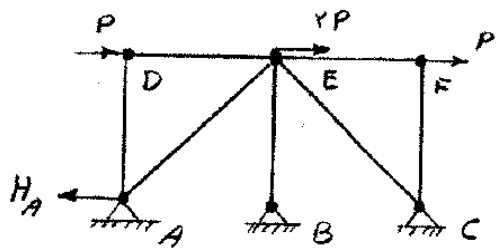
$F_{AC}=P$

⇩

و با توجه به تقارن $H_B=0$

سراسری ۸۹

۶۲- خرپای متقارن (از لحاظ هندسی) مطابق شکل مفروض است. طول اعضای مورب $L\sqrt{۲}$ و سایر اعضا L و صلبیت محوری اعضا EA فرض می‌شود. عکس العمل افقی A (H_A) چقدر است؟



۱) P

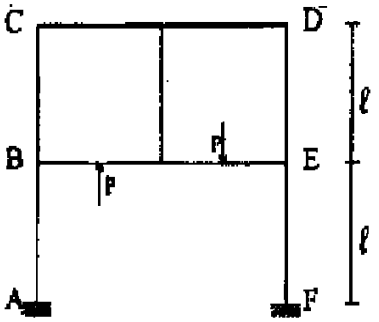
۲) $\frac{۳P}{۲}$

۳) ۴P

۴) ۲P

دکتری ۹۲

۱۷- در سیستم سازه‌ای روبه‌رو، عکس‌العمل افقی در تکیه‌گاه A کدام است؟ صلبیت همهٔ اعضا یکسان است.



۱) صفر

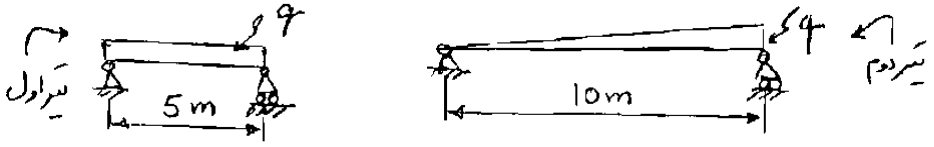
۲) $\frac{P}{۲}$

۳) $\frac{P}{۴}$

۴) P

سراسری ۸۳

۴۴- دو تیر شکل روبرو دارای مقطع و جنس یکسان می باشند. اگر تغییر مکان ماکزیمم تیر اول یک سانتیمتر باشد، تغییر مکان وسط تیر دوم چند سانتیمتر است؟



۱) ۱

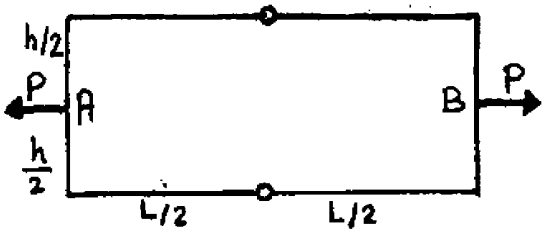
۲) ۲

۳) ۸

۴) ۱۶

سراسری ۸۸

در سازه نشان داده شده، جابجایی نسبی B و A کدامند؟ (EI برای کلیه عضوها ثابت)

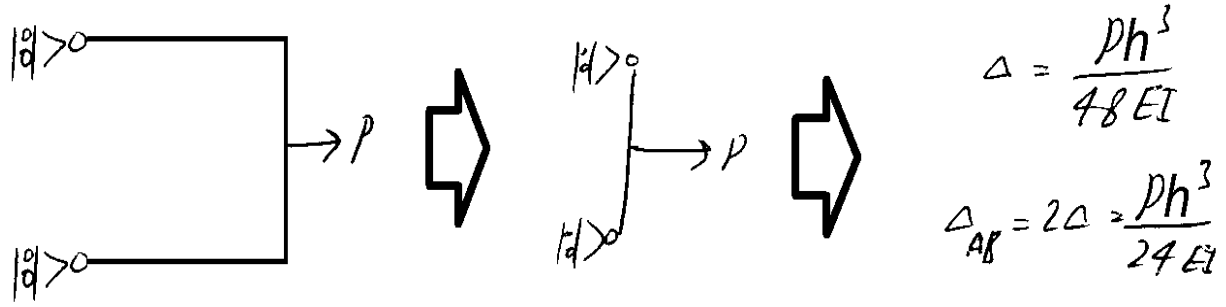


۱) $\frac{Ph^۳}{۱۹۲EI}$

۲) $\frac{Ph^۳}{۴۸EI}$

۳) $\frac{Ph^۳}{۹۶EI}$

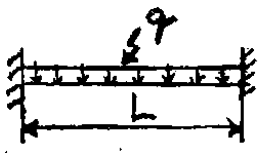
۴) $\frac{Ph^۳}{۲۴EI}$



سراسری ۸۵

۴۵- اگر بر روی نیمه چپ تیر دو سرگیرداری با رفتار ارتجاعی خطی، به طول ۱۲ متر بار گسترده یکنواخت به شدت ۴ تن بر متر وارد شود، مقدار لنگر در وسط تیر برحسب tm چقدر خواهد بود؟ مقدار لنگر خمشی در وسط تیر شکل مساوی $\frac{qL^2}{24}$ می‌باشد.

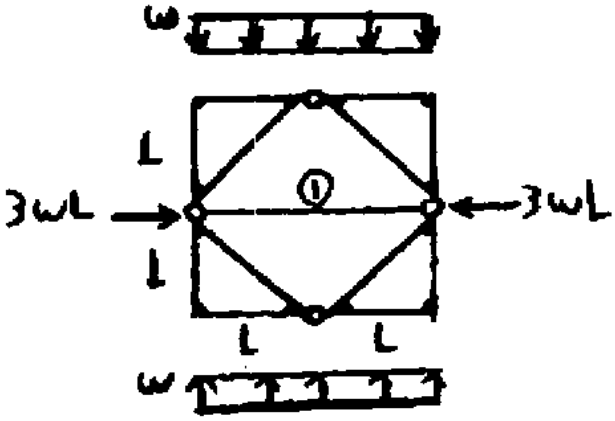
۱) ۱۲
۲) ۲۴
۳) ۳۶
۴) ۴۸



آزاد ۸۸

۷۴- نیروی عضو محوری ① کدام است؟
(اتصالات اصلاع مثلث ها به یکدیگر صلب می باشد.)

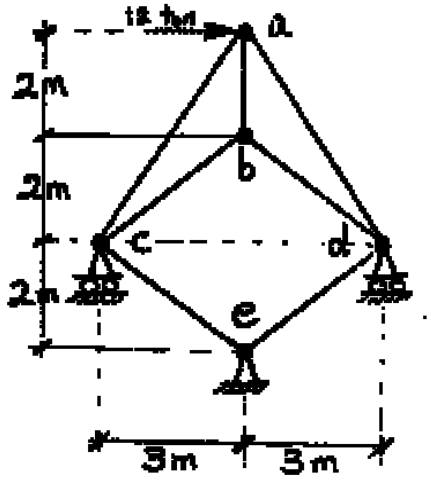
۱) ωL 2 فشاری
۲) 3ωL فشاری
۳) صفر
۴) ωL کششی



دکتری ۹۳

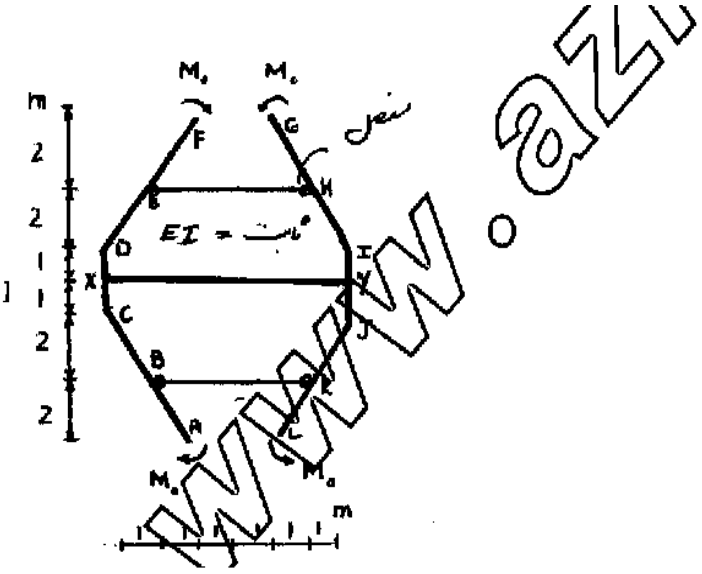
۱۲- در خرپای شکل مقابل صلبیت محوری مقطع در کلیه اعضاء ثابت است. نیرو در عضو bc برحسب ton چقدر است؟

۱) ۰
۲) ۷/۵
۳) ۵
۴) ۲/۵



سراسری ۹۱

۶۱- نیروی محوری در عضو **BK** چقدر است؟



۱) $\frac{M_0}{2}$

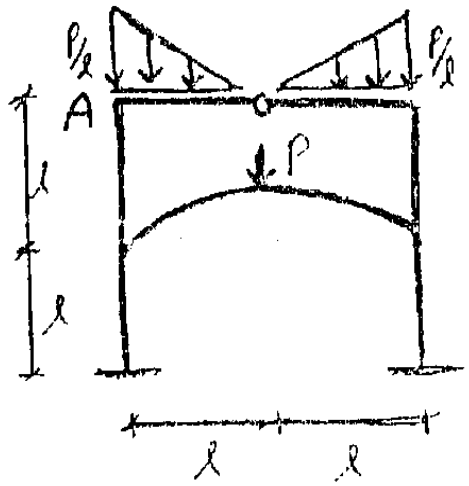
۲) $\frac{M_0}{4}$

۳) $\frac{M_0}{3}$

۴) $\frac{M_0}{5}$

آزاد ۹۰

۷۹- لنگر داخلی در گره A کدام است؟



۱) $\frac{P\ell}{3}$

۲) $\frac{P\ell}{6}$

۳) $P\ell$

۴) $\frac{P\ell}{2}$

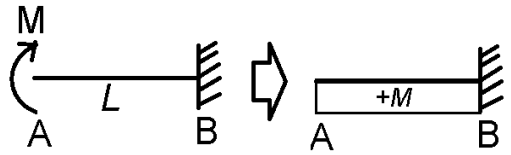
www.azu

۸-لنگر سطح

قضیه اول:

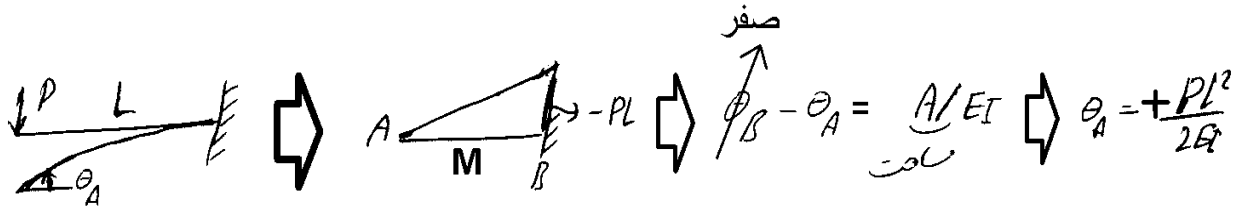
به شرطی که در طول انتگرال گیری مفصل نداشته باشیم: $\theta_B - \theta_A = \int_A^B \frac{M}{EI} = \frac{\text{مساحت زیر نمودار لنگر}}{EI}$

مثال: دوران نقطه A؟



$$\theta_B - \theta_A = \frac{ML}{EI} \rightarrow \theta_A = -\frac{ML}{EI}$$

مثال: دوران نقطه A؟



q: **بار گسترده (به سمت بالا مثبت است)**

V: **برش (ساعت گرد مثبت است)**

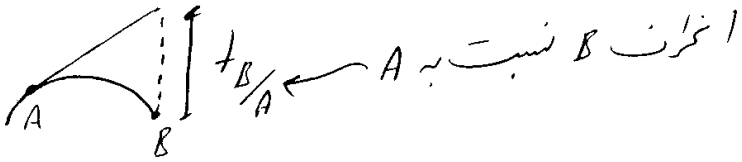
M: **خمش (رفتار کاسه ای مثبت)**

θ : دوران یا شیب تیر (مثلثاتی مثبت)

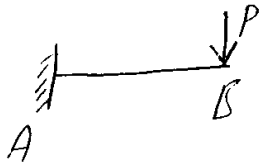
y: **خیز تیر (به سمت بالا مثبت است)**

قضیه دوم:

به شرطی که در طول انتگرال گیری مفصل نداشته باشیم: $t_{B/A} = \int_A^B \frac{M}{EI} x$

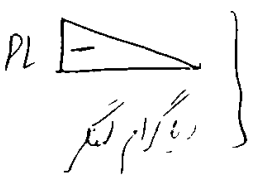


مثال



کم Δ_B را حساب کنید

Δ_B برابر انحراف نسبت به A است

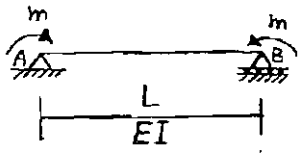


$$t_{B/A} = \frac{A \times \bar{x}}{EI} = \left(\frac{-PL \times L}{2}\right) \times \frac{2L}{3EI} = \frac{-PL^3}{3EI}$$

$$V = \int q \qquad M = \int V \qquad \theta = \int \frac{M}{EI} \qquad y = \int \theta$$

سراسری ۸۵

۷۷- مقدارهای انحراف A از مماسی بر B و نیز دوران A کدام‌اند؟



۱) $\frac{mL}{2EI}$ ، $\frac{mL^2}{3EI}$

۲) $\frac{mL}{EI}$ ، $\frac{mL^2}{EI}$

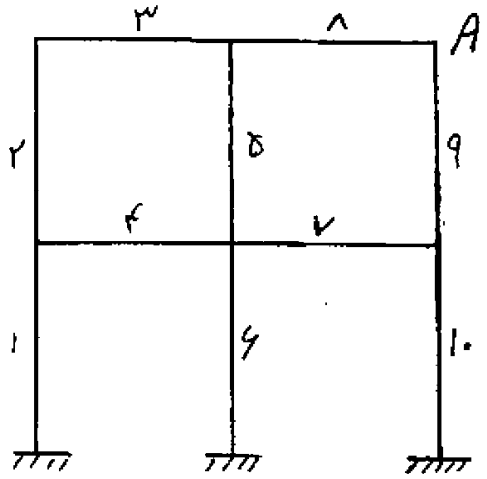
۳) $\frac{mL}{4EI}$ ، $\frac{mL^2}{4EI}$

۴) $\frac{mL}{2EI}$ ، $\frac{mL^2}{2EI}$

$$t_{A/B} = \left(\frac{A_{AB}}{EI}\right)\bar{x} = \left(\frac{mL}{EI}\right)\frac{L}{2} = \frac{mL^2}{2EI} \qquad \theta_C - \theta_A = \left(\frac{A_{AC}}{EI}\right) = \frac{mL}{2EI}$$

سراسری ۸۸

۸۲- قابی مطابق شکل مفروض است. اعضای قاب مطابق شکل شماره گذاری شده‌اند. اگر لنگر خمشی عضو شمارهٔ i را با M_i نشان دهیم که در طول عضو (x) متغیر می‌باشد. $M_i = M_i(x)$، دوران نقطهٔ A محل تقاطع عضو ۸ و ۹، کدام است؟



۱) $\int_{l_{10}} M_{10}(x)dx + \int_{l_9} M_9(x)dx + \int_{l_8} M_8(x)dx$

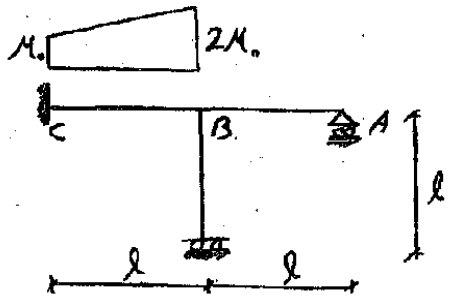
۲) $\int_{l_7} M_7(x)dx + \int_{l_8} M_8(x)dx$

۳) $\int_{l_4} M_4(x)dx + \int_{l_5} M_5(x)dx + \int_{l_8} M_8(x)dx$

۴) $\int_{l_8} M_8(x)dx + \int_{l_9} M_9(x)dx$

آزاد ۹۲

۷۲- اگر در قاب نشان داده شده تحت بارگذاری نامشخص، نمودار لنگر خمشی عضو BC مطابق شکل باشد، مقدار دوران گره B کدام است؟ (EI ثابت)



۱) $3\frac{M_0\ell}{EI}$

۲) $2\frac{M_0\ell}{EI}$

۳) $\frac{3}{2}\frac{M_0\ell}{EI}$

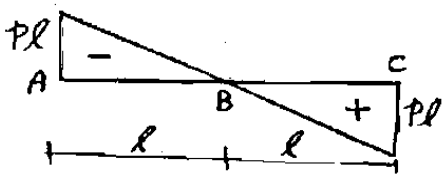
۴) $\frac{2}{3}\frac{M_0\ell}{EI}$

گزینه ۳ - با توجه به قضیه اول لنگر سطح:

$$\theta_B = \theta_C + \int_0^l \frac{M}{EI}dx = 0 + \frac{(M_0 + 2M_0)}{2EI}l = \frac{3}{2}\frac{M_0 l}{EI}$$

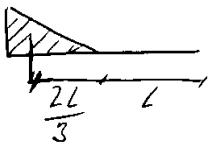
تمرین سراسری ۸۳

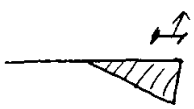
۶۱. قطعه پیوسته ABC از سازه‌ای مفروض است. لنگر خمشی مثبت پایین و لنگر خمشی منفی بالای تیر رسم شده است. فاصله (تغییر مکان) نقطه C نسبت به مماس بر نقطه A چقدراست؟ صلبیت خمشی AB و BC به ترتیب برابر $2EI$ و EI می‌باشد.



۱) $-\frac{p\ell^3}{4EI}$ ۲) $-\frac{p\ell^3}{6EI}$ ۳) $-\frac{p\ell^3}{2EI}$ ۴) $-\frac{p\ell^3}{12EI}$

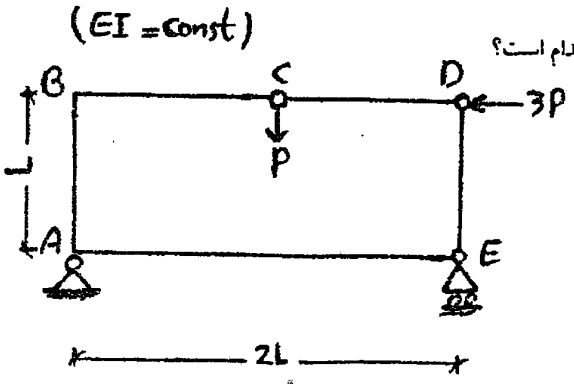
$$t_{C/A} = A \times \bar{x} = \frac{-PL \times L}{2(2EI)} \times \left(L + \frac{2L}{3}\right) + \frac{PL \times L}{2(EI)} \times \left(\frac{L}{3}\right) = \frac{-PL^2}{4EI}$$





آزاد ۸۹

۶۶- انحراف گرهٔ E از مماس رسم شده بر A و همچنین دوران A کدام است؟

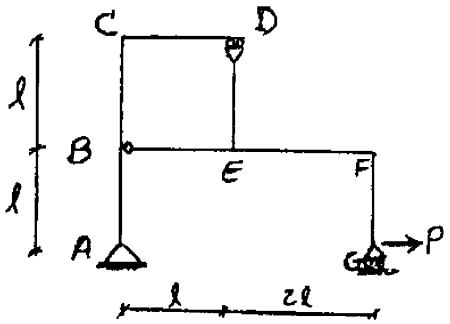


۱) $\frac{4PL^2}{3EI}$ ، $\frac{8PL^3}{3EI}$ ۲) $\frac{PL^2}{3EI}$ ، $\frac{2PL^3}{3EI}$

۳) $\frac{2PL^2}{3EI}$ ، $\frac{4PL^3}{3EI}$ ۴) $\frac{2PL^2}{EI}$ ، $\frac{3PL^3}{4EI}$

گزینه ۱

آزاد ۹۱



۶۷- زاویه بین مماس‌های رسم شده بر نقاط C و D در نمودار تغییرشکل قاب نشان داده شده $(\theta_{C/D})$ کدام است؟ (صلبیت خمشی اعضاء EI می‌باشد)

۱) $\frac{P\ell^2}{2EI}$

۲) $\frac{P\ell^2}{3EI}$

۳) $\frac{P\ell^2}{6EI}$

۴) $\frac{P\ell^2}{12EI}$

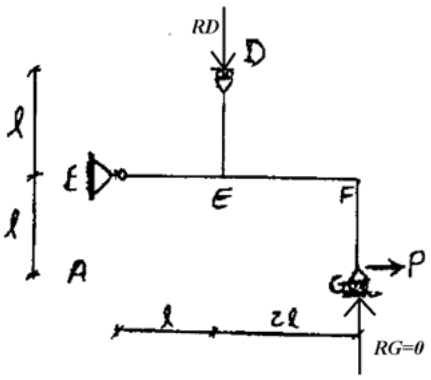
گزینه ۱

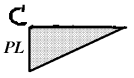
اختلاف زاویه بین C و D برابر مساحت زیر نمودار لنگر بین این دو نقطه می باشد.

برای رسم دیاگرام لنگر در این قسمت از سازه تنها کافی است که عکس العمل تکیه گاه D را بدست آوریم.

با لنگر گیری حول نقطه A (برای کل سازه)، عکس العمل قائم تکیه گاه G برابر صفر می باشد.

حال قسمت BEDFG را درنظر میگیریم. با لنگر گیری حول B مقدار R_D برابر خواهد بود با: $R_D = P$



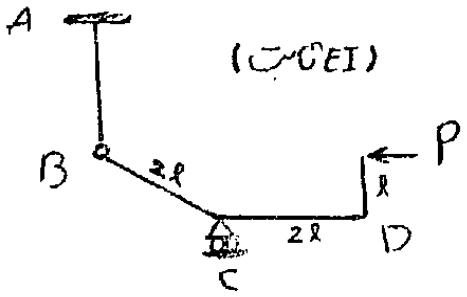
و بنابراین دیاگرام لنگر به صورت  **خواهد بود**

که مساحت آن برابر است با:

$$\theta_{C/D} = Moment\ Area = \frac{PL^2}{2EI}$$

آزاد ۹۰

۶۳- زاویه بین مماسهای رسم شده بر نمودار تغییرشکل سازه در فاصله B تا C کدام است؟ $(\theta B/C)$



۱) $\frac{P\ell^2}{3EI}$

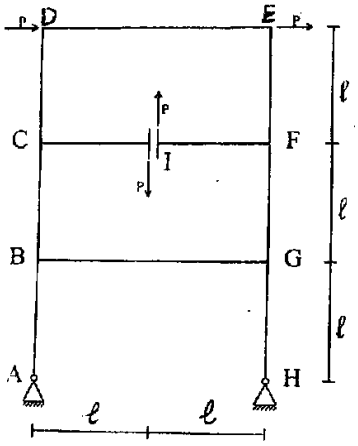
۲) $2\frac{P\ell^2}{EI}$

۳) $\frac{P\ell^2}{2EI}$

۴) $\frac{P\ell^2}{EI}$

سراسری ۹۰

۶۴- اگر صلبیت خمشی همهٔ اعضای قاب شکل مقابل EI باشد، زاویهٔ بین مماس‌های A و B چقدر است؟



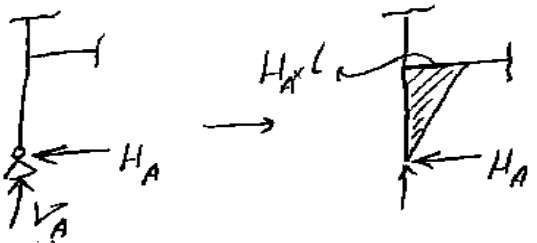
۱) صفر

۲) $\frac{Pl^2}{2EI}$

۳) $\frac{Pl^2}{3EI}$

۴) $\frac{Pl^2}{EI}$

64 زاویه بین مماس‌های A و B برابر مساحت زیر نمودار $\frac{M}{EI}$ بین آن دو نقطه است پس باید نمودار لنگر عضو AB را بدست آوریم



عوامل خارجی تاثیری در لنگر ندارد

پس باید H_A را بیابیم

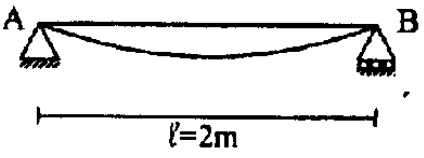
به حالت یا رفتار

$$H_A = P$$

$$\theta_{A-B} = \frac{\text{مساحت زیر لنگر}}{EI} = \frac{\frac{P \times L \times l}{2}}{EI} = \frac{Pl^2}{2EI}$$

سراسری ۹۳

۶۰- تیر AB به طول $\ell = 2m$ و صلبیت خمشی $EI = 10^3\ t.m^2$، بر اثر بارگذاری خاصی، مطابق با شکل تغییر شکل داده است. اگر تغییر مکان نقطهٔ B نسبت به مماس بر نقطهٔ A، $\delta_{B/A} = 0/02m$ و $\theta_B = 0/01$ رادیان باشد. مساحت زیر منحنی لنگر خمشی بین دو تکیه‌گاه A و B بر حسب $t.m^2$ چقدر است؟ در تمام طول تیر تار پایین به کشش کار می‌کند.



۱) ۳۰

۲) ۲۰

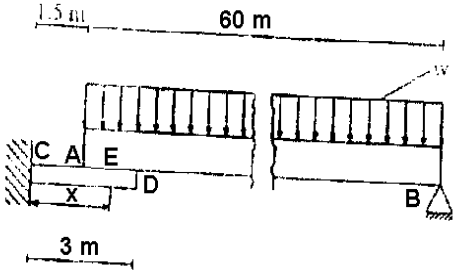
۳) ۱۰

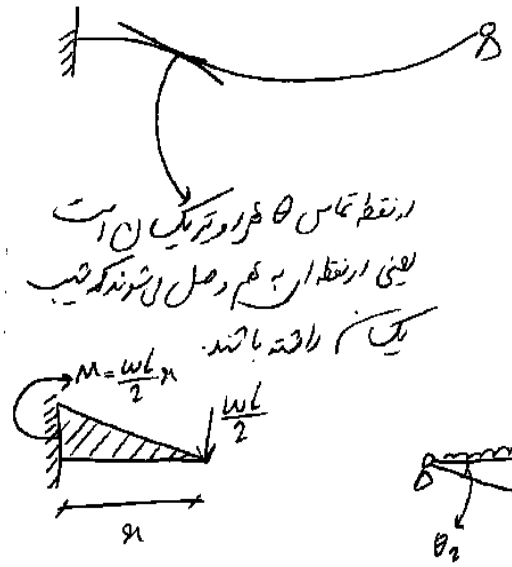
۴) ۴۰

سراسری ۹۰

۶۵- تیر AB به طول ۶۰ متر و صلبیت خمشی EI تحت اثربار گسترده یکنواخت به شدت W، در یک انتها روی تیر طره‌ای CD به طول ۳ متر و صلبیت خمشی $\frac{EI}{150}$ قرار گرفته است. فرض می‌کنیم بعد از تغییر شکل فقط یک نقطهٔ اتکاء بین A و D (نقطهٔ E به فاصلهٔ x از تکیه‌گاه C) وجود داشته و نیروی عکس‌العمل آن با تقریب قابل قبول نصف بار وارد بر تیر AB است. طول x چند متر است؟

۱) ۱/۶
۲) ۲/۴
۳) ۲
۴) ۲/۸





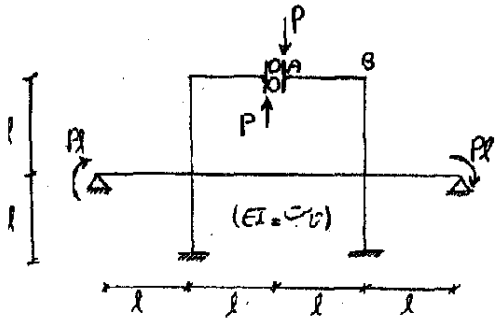
کافی است که θ کل رو را حساب کرده و برابر کل قرار دهیم:

در نقطه تماس θ کل و تیر یکی ان است یعنی در نقطه ای به هم وصل می شوند که شیب یکسان داشته باشند.

$$\left.\begin{aligned}\theta_{\text{طره}} &= \frac{PL^2}{2EI} = \frac{\left(\frac{WL}{2}\right)x^2}{2\left(\frac{EI}{150}\right)} = 37.5\frac{WLx^2}{EI}\\ \theta_{\text{دو سر مفصل}} &= \frac{2}{3}\left(\frac{\frac{L}{2}\frac{WL^2}{8}}{EI}\right) = \frac{WL^3}{24EI}\end{aligned}\right\} 37.5\frac{WLx^2}{EI} = \frac{WL^3}{24EI} \quad \rightarrow x = L\sqrt{\frac{1}{24\times 37.5}} = 2m$$

آزاد ۹۲

۷۰- در قاب نشان داده شده فاصله نقطه A در نمودار تغییرشکل از مماس رسم شده بر B کدام است؟ (صلبیت خمشی اعضاء ثابت EI می‌باشد)



۱) $\frac{P\ell^3}{3EI}$

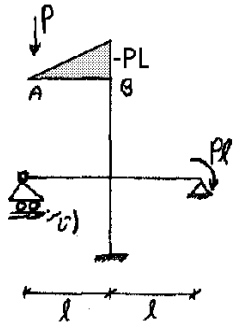
۲) $\frac{P\ell^3}{12EI}$

۳) $\frac{2P\ell^3}{3EI}$

۴) $\frac{P\ell^3}{9EI}$

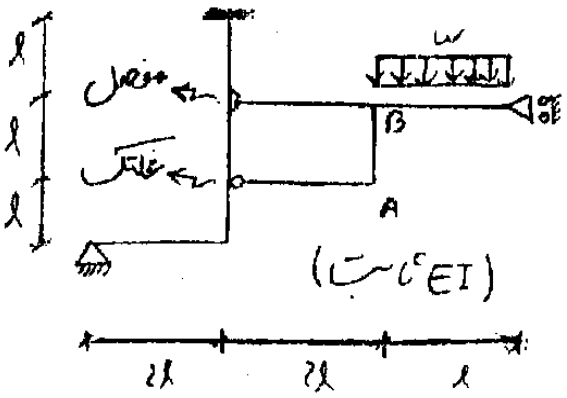
گزینه ۱ – سازه پادمتقارن است و بنابراین می توان سازه زیر را تحلیل نمود. انحراف A از مماس بر B برابر است با:

$$t_A = \frac{l \times (-Pl)}{2EI} \times \frac{2l}{3} = \frac{pl^3}{3EI}$$



آزاد ۹۰

۶۵- فاصله نقطه A از مماس رسم شده بر B کدام است؟ $(\delta_{A/B})$



۱) $\frac{6}{5}\frac{w\ell^4}{EI}$

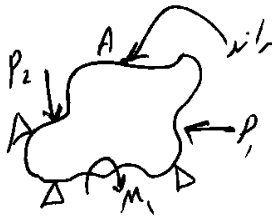
۲) $\frac{5}{6}\frac{w\ell^4}{EI}$

۳) $\frac{5}{12}\frac{w\ell^4}{EI}$

۴) $\frac{12}{5}\frac{w\ell^4}{EI}$

۹- کار مجازی

روش کار مجازی: فرض کنیم تغییرمکان این نقطه از سازه را خواسته‌اند



$\Delta A_y = ?$ را این صورت به طریق زیر عمل می‌کنیم:

گام 1: یک بار واحد در راستای ΔA_y به سازه اعمال می‌کنیم و بقیه بارها را حذف می‌کنیم

گام 2: سازه مجازی را تحلیل کرده، نیروی اعضای آن را بدست می‌آوریم ← $\bar{P}_i$ نیروی عضو است

سازه مجازی

گام 3: سازه اصل را نیز (با بارهای واقعی و بدون بار واحد) تحلیل کرده و نیروی اعضا را بدست می‌آوریم ← P_i نیروی عضو است

گام 4: با استفاده از رابطه زیر ΔA_y بدست می‌آید:

عکس العمل در سازه مجازی

برای خرپاها:

$$\bar{T} \times \Delta A_y + \bar{R} \times \delta = \sum \frac{\bar{P}_i P_i L}{EA} + \sum \bar{P}_i \alpha \Delta T L_i$$

$\bar{R} \times \delta$: نشست تکیه‌گاهی

$\alpha \Delta T$: تغییر حرارت میله

برای تیرها:

$$\bar{T} \times \Delta A_y + \bar{R} \times \delta = \sum \frac{\bar{M}_i M_i L}{EI} + \sum \bar{M}_i \frac{\alpha \Delta T L}{h}$$

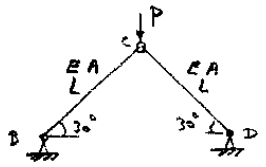
$\alpha \Delta T$: اختلاف حرارت داخل و بیرون در تیر

h: ارتفاع مقطع تیر

۹-۱-خرپا

آزاد ۸۹

۶۲- اعضای خرپایی BC و CD دارای طول L ، سطح مقطع A و مدول ارتجاعی E هستند . جابجایی قائم گره C تحت بار P چقدر است؟

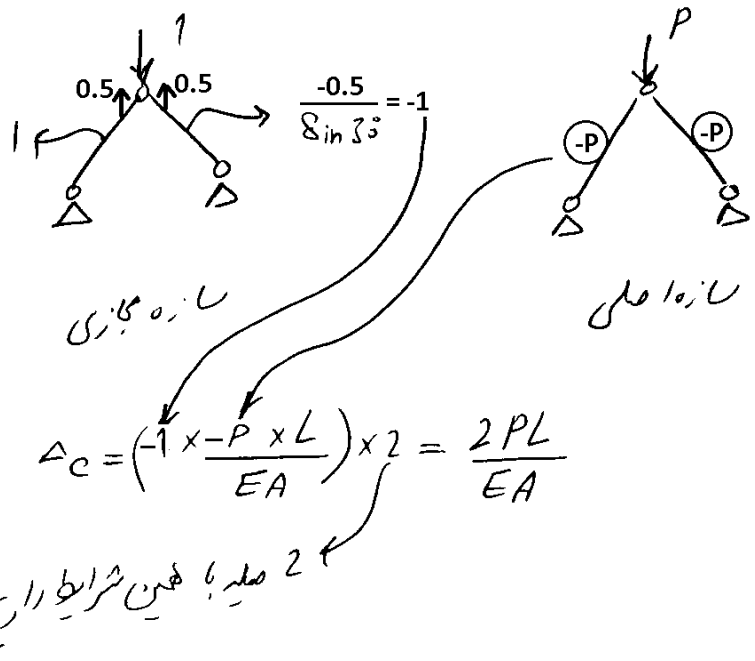


۱) $\frac{PL}{۴AE}$

۲) $\frac{PL}{۲EA}$

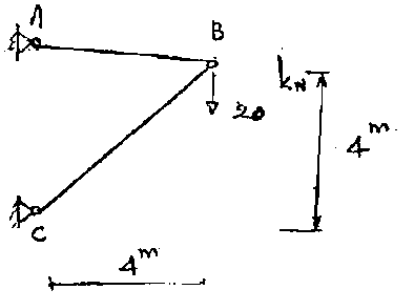
۳) $\frac{PL}{AE}$

۴) هیچکدام



سراسری ۸۵

$\Delta_{Bx} = ?$ ، A (سطح مقطع میله‌ها) $= ۲۵\ cm^۲$ و ثابت $= E$:

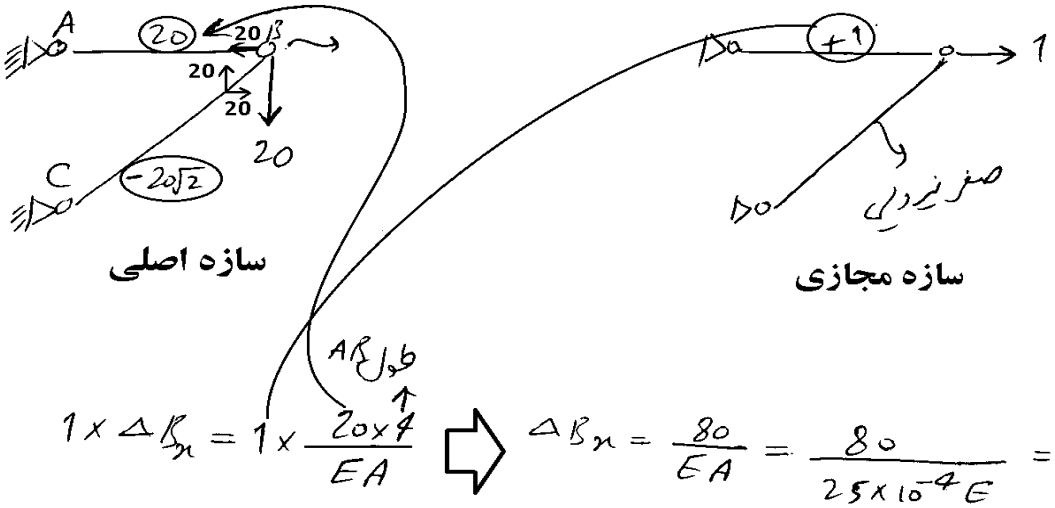


۱) $\frac{۶۴۰۰۰}{E}$

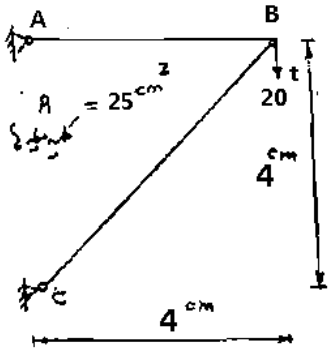
۲) $\frac{۳۲۰۰۰}{E}$

۳) $\frac{۱۶۰۰۰}{E}$

۴) $\frac{۱۲۰۰۰}{EI}$



سراسری ۸۳



تغییر مکان افقی گره B را حساب کنید. (ثابت = E)

۱) ۱۲۰۰۰/E

۲) ۱۶۰۰۰/E

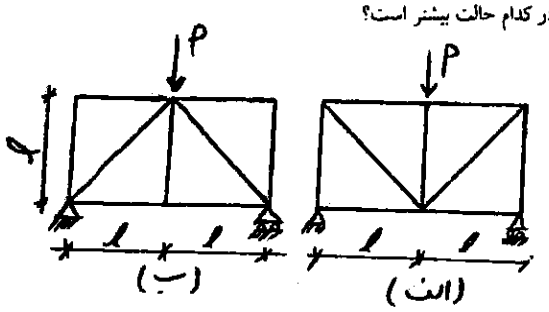
۳) ۲۳۰۰۰/E

۴) ۳۲۰۰۰/E

گزینه ۴

آزاد ۸۳

۳۱- با فرض مساوی بودن سطح مقطع تمام اعضاء، تغییر مکان قائم در محل اعمال نیروی P در کدام حالت بیشتر است؟

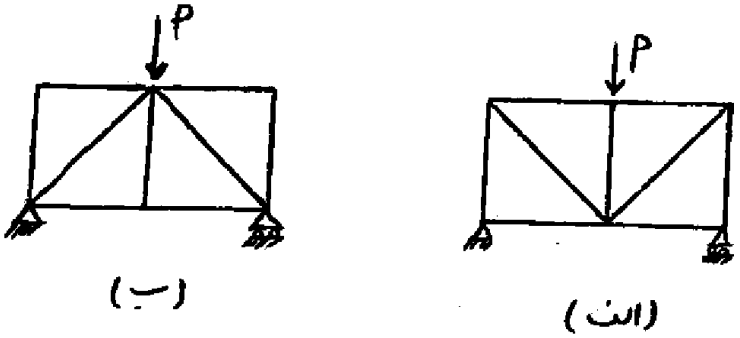


۱) حالت ب

۲) حالت الف

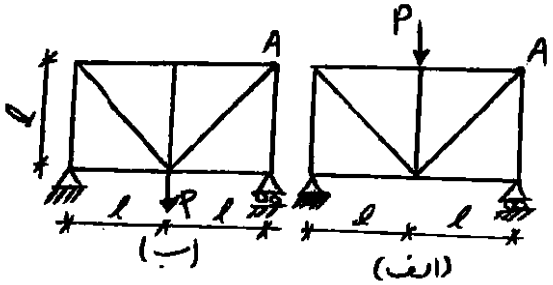
۳) بسته به طول دهانه می تواند حالت الف یا ب باشد.

٤) در هردو حالت مساوی است.



آزاد ۸۳

۳۲- با فرض مساوی بودن سطح مقطع تمام اعضاء، تغییر مکان افقی گره A در کدام حالت بیشتر است؟



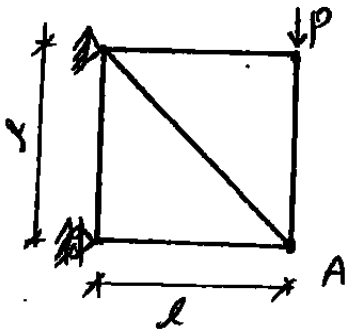
۱) حالت ب

۲) حالت الف

۳) بسته به طول دهانه می تواند حالت الف یا ب باشد.

٤) در هر در حالت مساوی است.

آزاد ۸۳



۳۳- با فرض ثابت بودن EA برای تمام اعضاء، تغییر مکان قائم نقطه A چقدر است؟

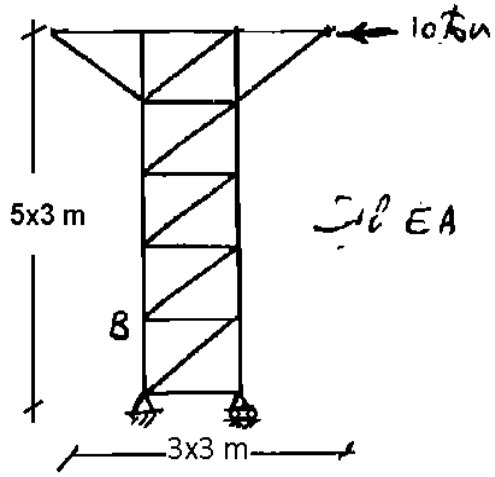
۱) $(\sqrt{2}+1)Pl/EA$

۲) $2(\sqrt{2}+1)Pl/EA$

۳) $(2\sqrt{2}+1)Pl/EA$

۴) هیچکدام

سراسری ۸۱



۵۲۰- در خرپای شکل زیر جابجائی افقی نقطهٔ B چقدر است ؟

۱) $\frac{۱۸۰}{EA}$

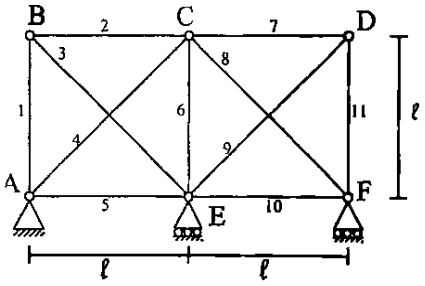
۲) $\frac{۶۰\sqrt{۲}}{EA}$

۳) $\frac{۲۰۴/۸}{AE}$

۴) $\frac{۲۶۴/۸}{EA}$

سراسری ۹۲

۶۵- عضو شمارهٔ i خرپای مطابق شکل تحت اثر بارگذاری خارجی، دارای نیروی محوری N_i است. تغییر مکان افقی نقطهٔ C چقدر است؟ (شمارهٔ اعضا روی شکل نمایش داده شده است.)
EA تمام اعضا یکسان است.



۱) $(N_5+N_7-2N_9-N_{11})\frac{\ell}{EA}$

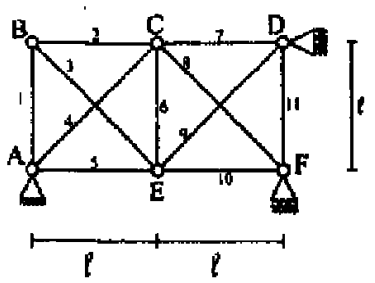
۲) $(N_5+N_7+2N_9-N_{11})\frac{\ell}{EA}$

۳) $(N_5-N_7-2N_9+N_{11})\frac{\ell}{EA}$

۴) $(N_5-N_7+2N_9-N_{11})\frac{\ell}{EA}$

دکتری ۹۲

۱۵- در خرپای روبه‌رو، تحت اثر بارگذاری خاصی، نیروهای داخلی N_i تولید شده است. (i شمارهٔ اعضا، روی شکل نشان داده شده است). تغییر مکان قائم E برابر کدام مقدار می‌باشد؟ EA برای همه اعضا، ثابت است.



۱) $\frac{\ell}{EA}(-N_7-N_6+\sqrt{2}N_4)$

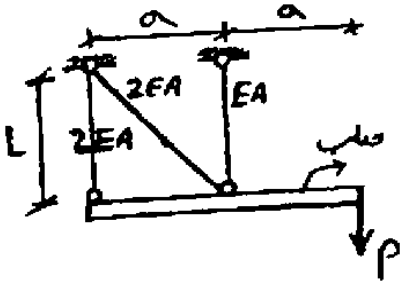
۲) $\frac{\ell}{EA}(-N_7+N_6-2N_4)$

۳) $\frac{\ell}{EA}(N_7-N_6-2N_4)$

۴) $\frac{\ell}{EA}(N_7-N_6-2\sqrt{2}N_4)$

آزاد ۸۸

۶۸- تغییر مکان افقی مبله صلب کدام است؟



۱) $\frac{2Pa}{EA}$

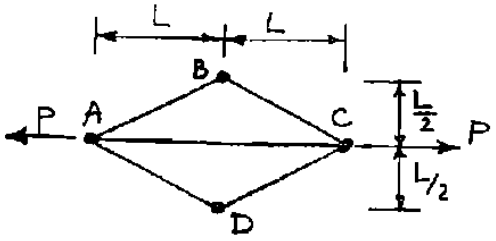
۲) $\frac{PL}{2EA}$

۳) $\frac{2PL^2}{EAa}$

۴) صفر

سراسری ۸۱

۳۲- میله‌های شکل ، همه از یک جنس با مدول ارتجاعی E و با سطح مقطع A می‌باشند . زیر اثربار P ، دو نقطه B و D چقدر به هم نزدیک می‌شوند؟



۱) صفر

۲) $\frac{PL}{AE}$

۳) $\frac{2PL}{AE}$

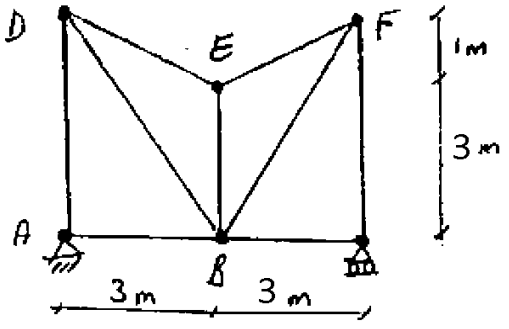
۴) $\frac{4PL}{AE}$

گزینه ۴

۹-۲-خطای ساخت

سراسری ۸۸

۷۸- در خرپای شکل مقابل، میلهٔ EB موقع مونتاژ سه سانتی‌متر کوتاه است. چنانچه با اعمال بار افقی ۵ تنی در نقطه F نیروی داخلی میلهٔ EB، 2 تن فشاری باشد، تغییر مکان افقی نقطهٔ F پس از مونتاژ و قبل از هرگونه بارگذاری بر حسب سانتی‌متر چقدر خواهد شد؟



۱) ۱/۸

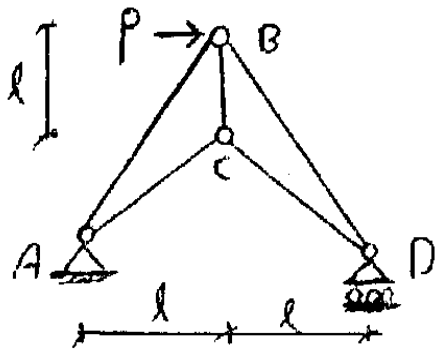
۲) ۰/۹

۳) ۱/۲

۴) ۰/۶

آزاد ۹۰

۷۱- عضو BC در اثر بارگذاری P به اندازه δ_0 افزایش طول می‌دهد. چنانچه این عضو در اثر خطای ساخت $2\delta_0$ کوتاه ساخته شده باشد، پس از نصب و در غیاب هر گونه بارگذاری خارجی روی خرپا، تغییرمکان افقی گره B کدام است؟ (EA ثابت)



۱) $\frac{2}{P}\frac{EA}{\ell}\delta_0^2$

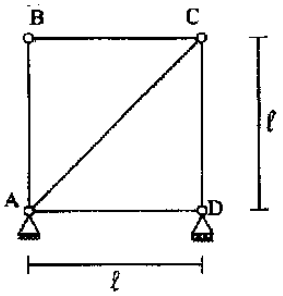
۲) $\frac{4}{P}\frac{EA}{\ell}\delta_0^2$

۳) $\frac{3}{P}\frac{EA}{\ell}\delta_0^2$

۴) $\frac{5}{P}\frac{EA}{\ell}\delta_0^2$

سراسری ۹۱

۶۳- اگر خطای اجرایی در ساخت خرپای شکل مقابل برابر $\pm ۰/۰۰۱$ m باشد. حداکثر خطا در تغییر مکان افقی B چقدر است؟

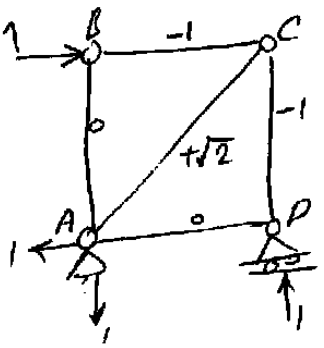


۱) $\pm ۰/۰۰۱(۲+\sqrt{۲})$

۲) $\pm ۰/۰۰۱(-۱+\sqrt{۲})$

۳) $\pm ۰/۰۰۱(۱+\sqrt{۲})$

۴) $\pm ۰/۰۰۱(۲-\sqrt{۲})$



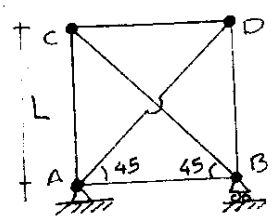
با واحد

$1 \times \Delta_x = \overbrace{(-1)(-0.001)}^{BC} + \overbrace{(-1)(-0.001)}^{CD} + \overbrace{\sqrt{2}\,(+0.001)}^{AC}$

$\rightarrow \Delta_B = (2+\sqrt{2}) \times 0.001 \longrightarrow$ گزینه ۱

آزاد ۸۹

۸۰ـ اگر عضو AD از خرپای شکل زیر به اندازه‌ی $\frac{L}{۲۰}$ کوتاهتر ساخته شده باشد، پس از نصب این عضو، نیروی عضو AD چقدر خواهد بود. (AE ثابت)



۱) ۰/۰۲۹۳AE

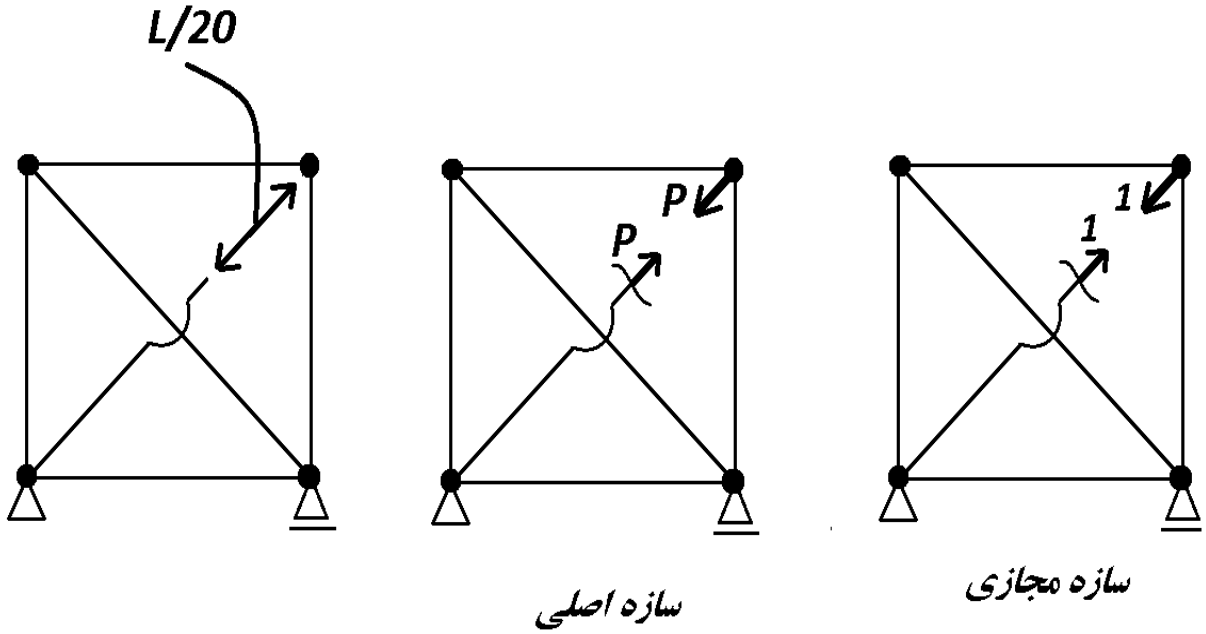
۲) ۰/۰۱۴۶AE

۳) ۰/۰۵AE

۴) $\frac{AE}{۱۰}$

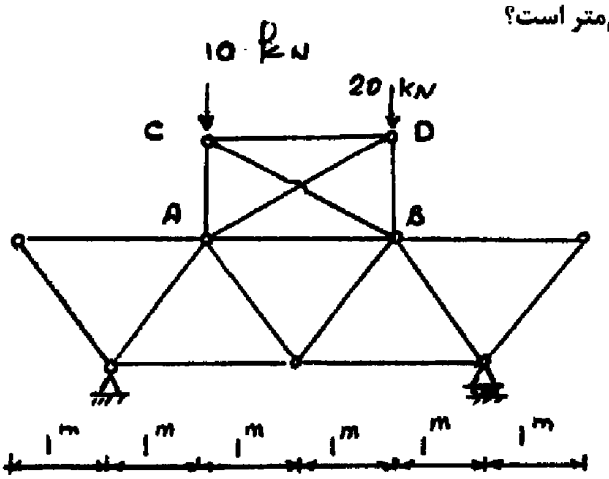
دقت شود که برخلاف مسائل قبلی به جای تغییرمکان، نیرو خواسته شده است. بنابراین به روش نیروها، خطای ساخت در شکل نشان داده شده است.نیروی داخلی P در عضو AD باید چنان باشد که بتواند عضو را به نقطه D متصل کند. بنابراین تغییر مکان نسبی دو نقطه را محاسبه کرده و برابر L/20 قرار می دهیم(پاسخ در گزینه ها نیست):

$$\bar{1}\times\frac{L}{20}=4\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\left(-P\frac{\sqrt{2}}{2}\right)L}{EA}\right]+2\left[+1\times\frac{P(L\sqrt{2})}{EA}\right]\rightarrow\frac{L}{20}=\frac{PL}{EA}(2+2\sqrt{2})\rightarrow P=0.01036AE$$



سراسری ۹۳

۵۶- فرض کنید در اثر بارهای وارده به خرپای داده شده، نیروی کششی در میله AB برابر 12^{kN} ایجاد شود. در صورتی‌که نیروهای خارجی را حذف کرده و تغییر طولی ناشی از خطای اجرایی به اندازه 1^{cm} در میله AB ایجاد گردد، تغییر مکان قائم گره C چند سانتی‌متر است؟



۱) ۱/۲
۲) ۰/۴
۳) ۰/۳
۴) ۲/۴

سوال با اطلاعات داده شده غیر قابل حل است و بسته به سختی محوری اعضا و زاویه قرار گیری آنها پاسخ های متفاوتی می توان بدست آورد.

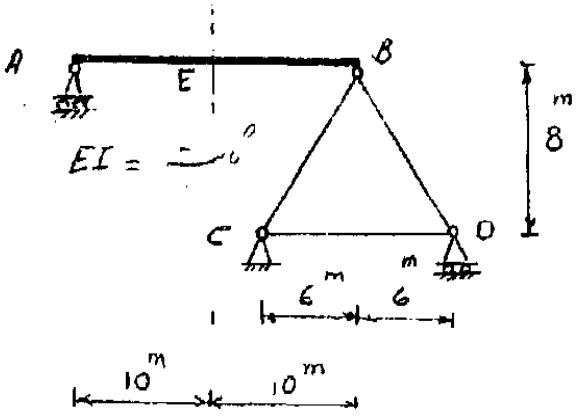
علت: طراحی متوجه نبوده که خطای ساخت در این سازه منجر به ایجاد نیروهای داخلی در بقیه اعضا شده و بقیه اعضا نیز کار داخلی انجام می دهند و برای حل مسئله علاوه بر نیروی عضو AB باید نیروی بقیه اعضا نیز داده می شد.

حل با فرض اینکه در سازه اصلی نیروی میله ها در اثر خطای ساخت صفر باشد:

سراسری ۹۰

۶۱- طول میله CD را باید چند cm تغییر داد تا نقطه E به اندازه ۰/۷۵cm به سمت بالا جابه‌جا شود؟

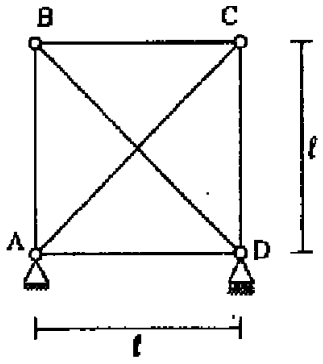
۱) ۱
۲) ۴
۳) ۲
۴) ۶



دکتری ۹۲

۱۴- در خرپای زیر، صلبیت اعضای قطری $EA\sqrt{2}$ و صلبیت سایر اعضا EA می‌باشد. به عبارت دیگر $\frac{EA}{\ell}$ تمام اعضا یکسان است. اگر درجه حرارت میلهٔ AC به اندازهٔ ۴۰°C گرم شود، نیروی میلهٔ BD، چند تن است؟

$(EA = 10^4\ t\ ,\ \alpha = 10^{-5}/°C)$



۱) $\sqrt{2}$

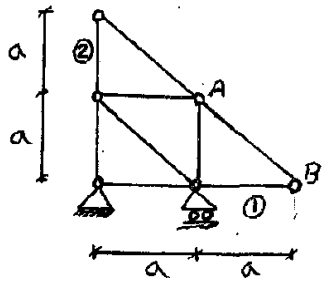
۲) $3\sqrt{2}$

۳) $2\sqrt{2}$

۴) $4\sqrt{2}$

آزاد ۹۲

۶۸- اگر در خرپای نشان داده شده دمای میله‌های (۱) و (۲) را به اندازه ΔT کاهش دهیم دوران میله AB کدام است؟ (α ضریب انبساط حرارتی اعضاء می‌باشد)



۱) $\alpha\,\Delta T$

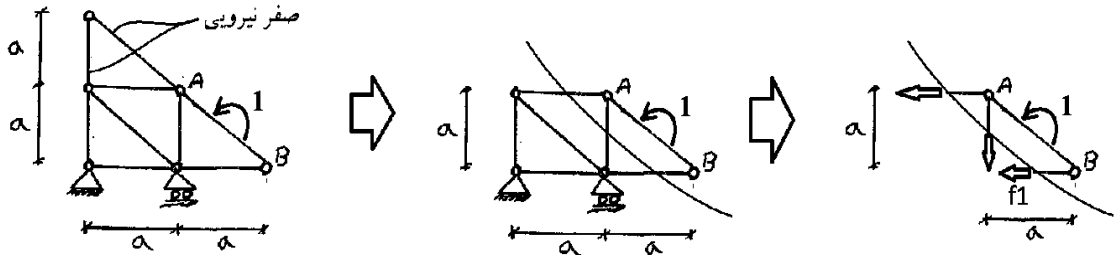
۲) $2\alpha\,\Delta T$

۳) $\frac{1}{2}\alpha\,\Delta T$

۴) $\frac{1}{4}\alpha\,\Delta T$

گزینه ۱ - لنگر مجازی (واحد) بر عضو AB وارد کرده و نیروی مجازی اعضای ۱ و ۲ را محاسبه می کنیم. نیروی عضو ۲ مطابق شکل برابر صفر خواهد بود. نیروی عضو ۱ با مقطع زدن و لنگرگیری حول نقطه A برابر است با f1=1/a و در نتیجه خواهیم داشت:

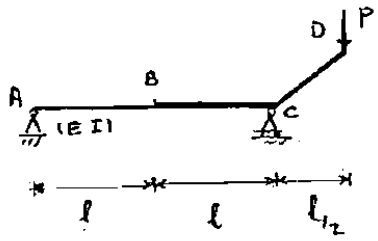
$$1 \times \theta_{AB} = f_1 \times (-\alpha\Delta T a) \quad \rightarrow \quad \theta_{AB} = -\frac{1}{a}(\alpha\Delta T a) = -\alpha\Delta T$$



۹-۳-تیر

سراسری ۸۵

قطعه BCD صلب است. ($\Delta_{By} = ?$)



۱) $\frac{Pl^3}{24EI}$

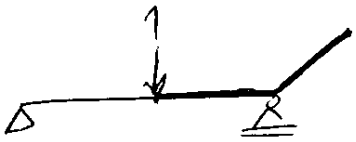
۲) $\frac{Pl^3}{3EI}$

۳) $\frac{Pl^3}{12EI}$

۴) $\frac{Pl^3}{8EI}$

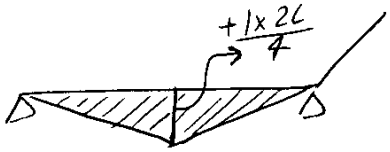
برای یافتن تغییرمکان نقطه ای خاص از تیرها:

۱- بارمجازی را در نقطه ای که تغییرمکان آنرا خواسته قرار می دهیم:

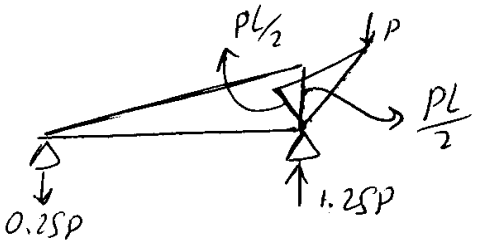


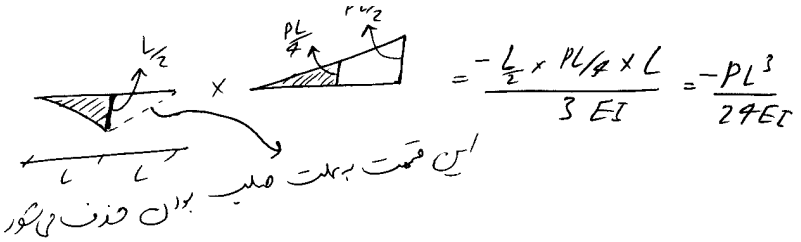
سازه مجازی

۲- دیاگرام لنگر سازه مجازی را می کشیم:



۳- دیاگرام لنگر سازه اصلی را می کشیم:

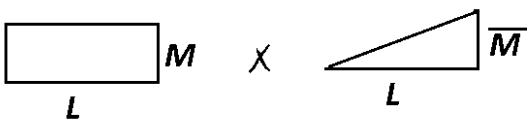




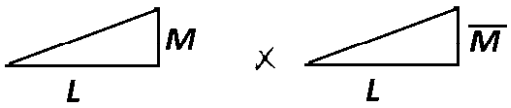
۴- دیاگرام ها را به هم ضرب می کنیم:

$$A \times \overline{M} = (ML)\overline{M}$$

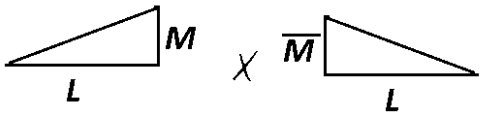
$$A \times \overline{M} = \frac{(ML)}{2}\overline{M}$$



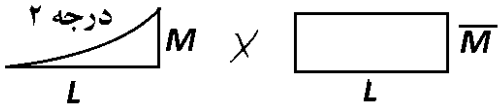
$$A \times \frac{\overline{M}}{2} = (ML)\frac{\overline{M}}{2}$$



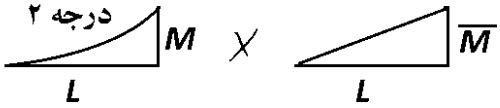
$$A \times \frac{2\overline{M}}{3} = \frac{(ML)}{2}\frac{2\overline{M}}{3} = \frac{\overline{M}ML}{3}$$



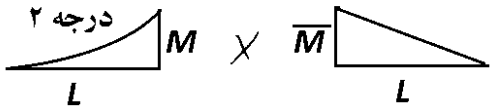
$$A \times \frac{\overline{M}}{3} = \frac{(ML)}{2}\frac{\overline{M}}{3} = \frac{\overline{M}ML}{6}$$



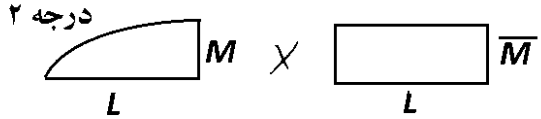
$$A \times \overline{M} = \frac{(ML)}{3}\overline{M} = \frac{\overline{M}ML}{3}$$



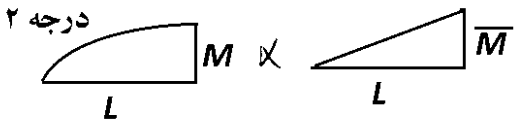
$$A \times \overline{M} = \frac{(ML)}{3}\frac{3\overline{M}}{4} = \frac{\overline{M}ML}{4}$$



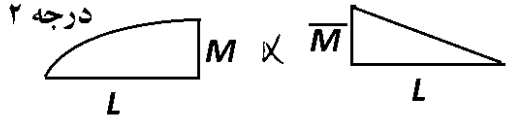
$$A \times \overline{M} = \frac{(ML)}{3}\frac{\overline{M}}{4} = \frac{\overline{M}ML}{12}$$



$$A \times \overline{M} = \frac{(2ML)}{3}\overline{M} = \frac{2\overline{M}ML}{3}$$



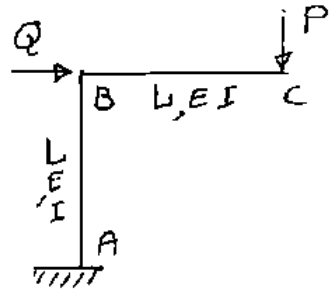
$$A \times \overline{M} = \frac{(2ML)}{3}\frac{5\overline{M}}{8}$$



$$A \times \overline{M} = \frac{(2ML)}{3}\frac{3\overline{M}}{8}$$

سراسری ۸۲

۵۴- تغییر مکان قائم C برای حالتی که $P = Q$ باشد و EI ثابت باشد، چقدر است؟ $L_{BC} = L_{BA} = L$

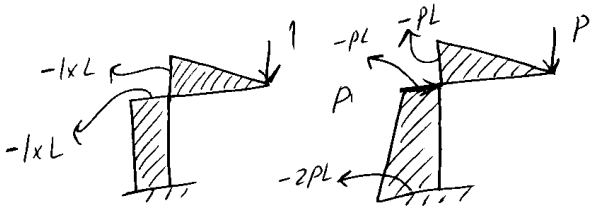


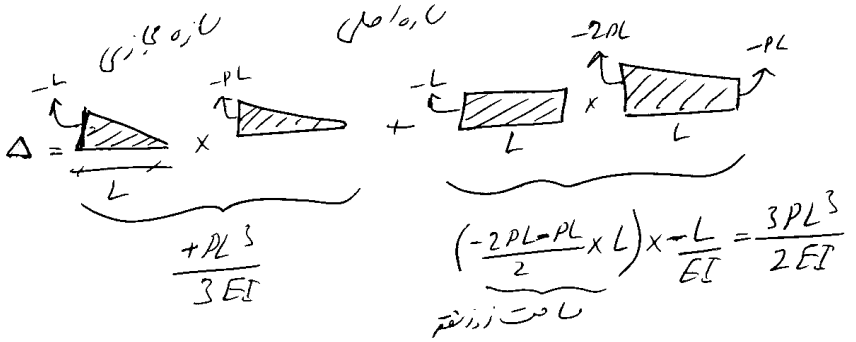
۱) $\frac{2PL^3}{3EI}$

۲) $\frac{6PL^3}{11EI}$

۳) $\frac{11}{6}\frac{PL^3}{EI}$

۴) $\frac{12}{5}\frac{PL^3}{EI}$

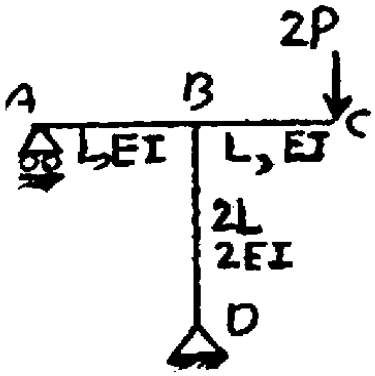




$\rightarrow \Delta = \frac{11PL^3}{6EI}$

آزاد ۸۸

۷۳- دوران گره های B و D کدام است؟

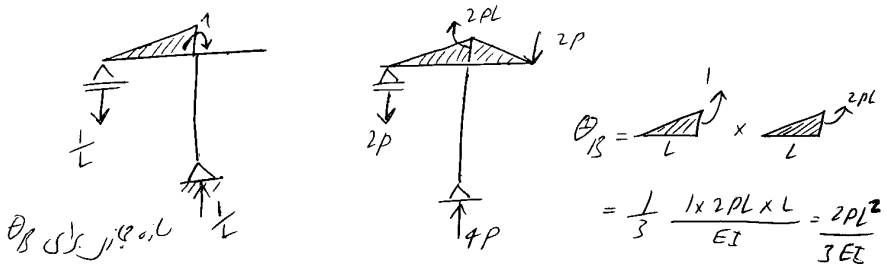


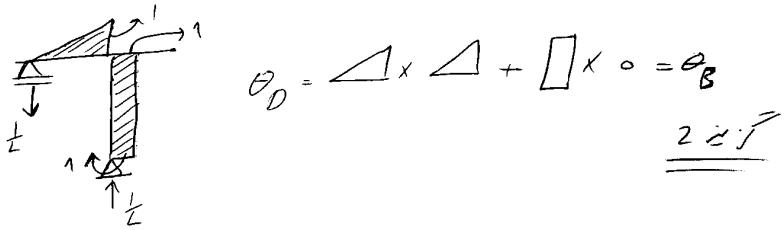
۱) $\theta_B = \theta_D = \frac{PL^2}{3EI}$

۲) $\theta_B = \theta_D = \frac{2PL^2}{3EI}$

۳) $\theta_B = \frac{2PL^2}{3EI}$, $\theta_D = \frac{PL^2}{3EI}$

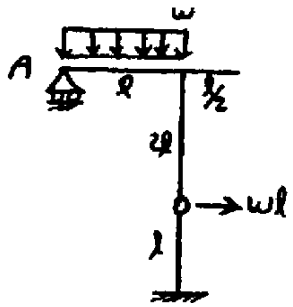
۴) $\theta_B = \frac{PL^2}{3EI}$, $\theta_D = \frac{2PL^2}{3EI}$





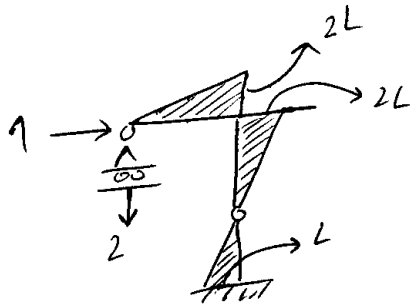
آزاد ۸۸

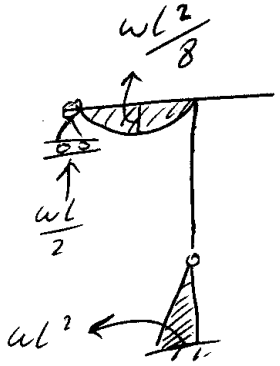
۷۹- تغییر مکان تکیه گاه A کدام است؟ (EI ثابت)



۱) $\frac{7\omega l^4}{24EI}$ ۲) $\frac{\omega l^4}{3EI}$

۳) صفر ۴) $\frac{\omega l^4}{4EI}$





سازه مجازی

سازه اصلی

$$\Delta = \underbrace{\left(\frac{\omega l^2}{8}\times\frac{2l}{3}\right)\times\frac{-(2l/2)}{EI}}_{\text{2L} \times \frac{\omega l^2}{8}} + \underbrace{\frac{L\times\omega l^2\times l}{3EI}}_{L \times \omega l^2} = \frac{-\omega l^4}{12EI} + \frac{\omega l^4}{3EI}$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{3\omega l^4}{12EI} = \frac{\omega l^4}{4EI}$$

سراسری ۸۶

۷۸- نسبت تغییر فاصله A و B در سازه (۱) به تغییر فاصله A و B در سازه (۲) چقدر است؟ $\frac{(\delta AB)_1}{(\delta AB)_2} = ?$ (فقط اثرات خمش را در نظر بگیرید.)

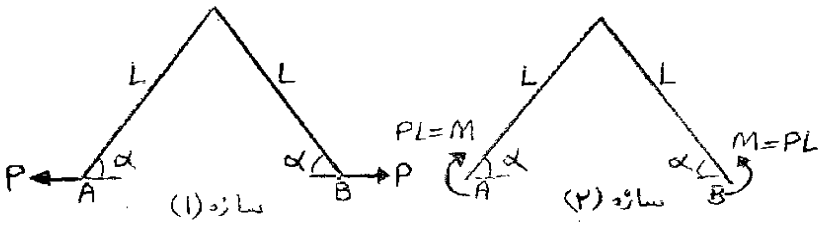
EI کلیه عضوهای دو سازه یکسانند.

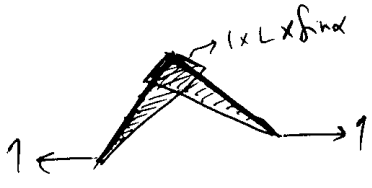
۱) $\sin\alpha$

۲) $\frac{2}{3}\sin\alpha$

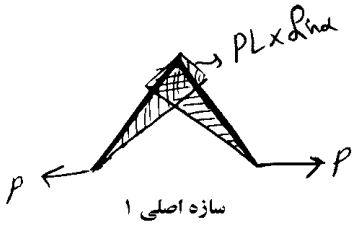
۳) $\frac{1}{3}\sin\alpha$

۴) $\frac{1}{2}\sin\alpha$

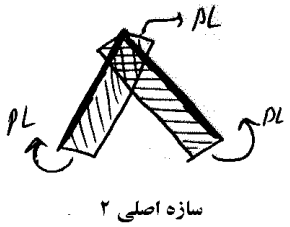




سازه مجازی



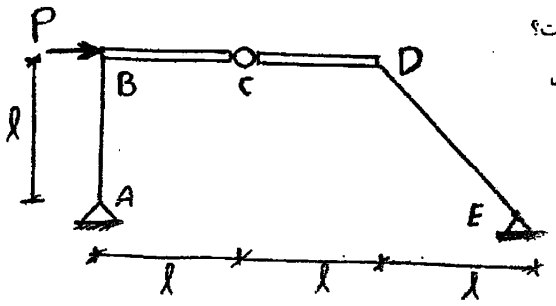
سازه اصلی ۱



سازه اصلی ۲

$$\text{۹۰}^\circ\angle\Delta = \left(\frac{L\times 1\sin\alpha\times PL\sin\alpha\times L}{3EI}\right)\times 2 \qquad \text{۲۰}^\circ\angle\Delta = \left(\frac{1\times L\sin\alpha\times PL\times L}{2EI}\right)\times 2 = \frac{PL^3\sin\alpha}{EI}$$

آزاد ۸۹



۶۹- اختلاف دوران در محل مفصل خمشی C ($\Delta\theta_c$) کدام است؟
(اعضاء BC و CD صلب و سایر اعضاء دارای صلبیت خمشی EI می‌باشند).

۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}\frac{Pl^2}{EI}$

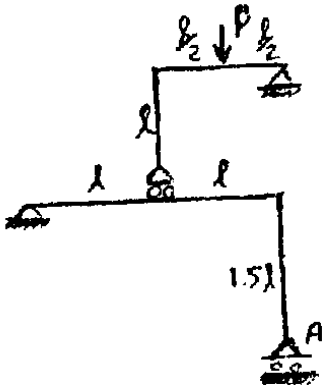
۲) $(\frac{\sqrt{2}+1}{9})\frac{Pl^2}{EI}$

۳) $(\frac{\sqrt{2}-1}{9})\frac{Pl^2}{EI}$

۴) $\frac{Pl^2}{3EI}$

گزینه ۳

آزاد ۹۰



۷۳- تغییرمکان تکیه‌گاه غلتکی A کدام است؟ (EI ثابت)

۱) $\frac{4\,P\ell^3}{9\,EI}$

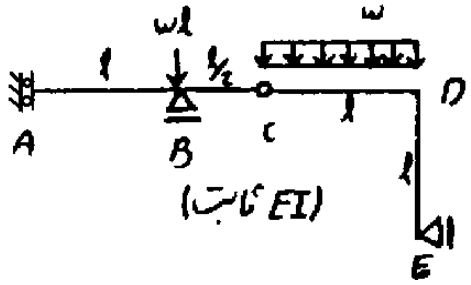
۲) $\frac{P\ell^3}{48\,EI}$

۳) $\frac{P\ell^3}{16\,EI}$

۴) $\frac{3\,P\ell^3}{8\,EI}$

آزاد ۸۸

۶۵- لنگر تکیه گاه A و دوران تکیه گاه E کدام است؟



۱) $\theta_E = \frac{\omega l^3}{6EI}, M_A = \frac{3}{2}\omega l^2$

۲) $\theta_E = \frac{\omega l^3}{24EI}, M_A = \frac{5}{2}\omega l^2$

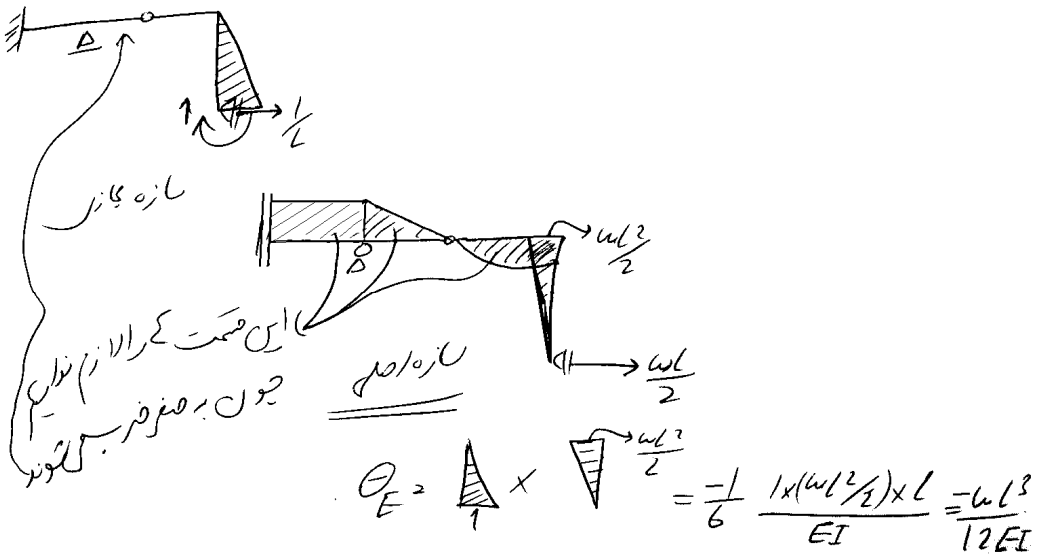
۳) $\theta_E = \frac{\omega l^3}{12EI}, M_A = \frac{\omega l^2}{2}$

۴) $\theta_E = \frac{\omega l^3}{6EI}, M_A = \frac{\omega l^2}{2}$

لنگر A را با استاتیک می توان بدست آورد (دقت شود که اگر سازه نامعین بود باید به روش نیروها M_A را بدست می آوردیم. یعنی تکیه گاه را حذف و به جایش M_A قرار داده ...):

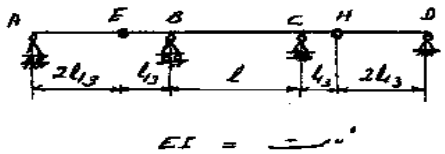
محاسبه M_A:

محاسبه دوران E:



سراسری ۹۱

۵۶- یک بار متحرک به شدت $\frac{\text{ton}}{\text{m}}$ ۱ و به طول l از روی تیر ABCD عبور می‌کند. حداکثر مقدار جابجائی به سمت بالای H چقدر خواهد بود؟ (EI ثابت است.)

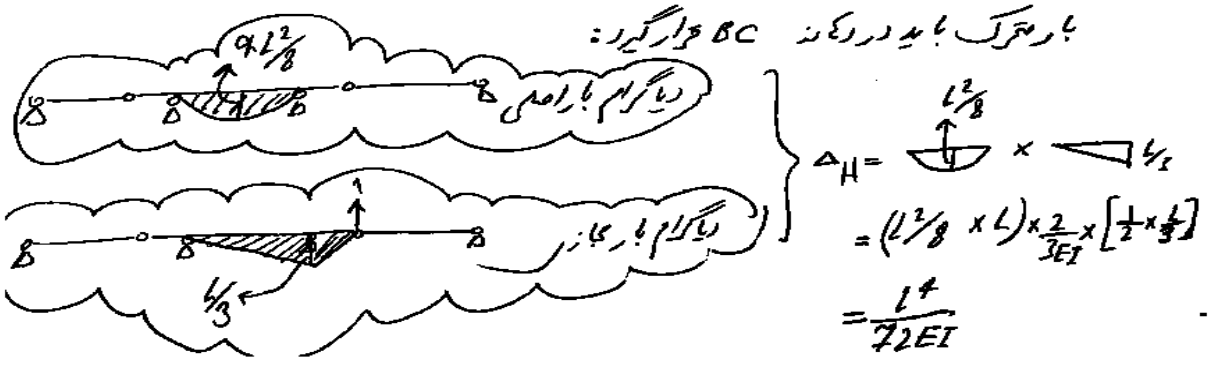


۱) $\frac{l^4}{24EI}$

۲) $\frac{l^4}{72EI}$

۳) $\frac{l^4}{36EI}$

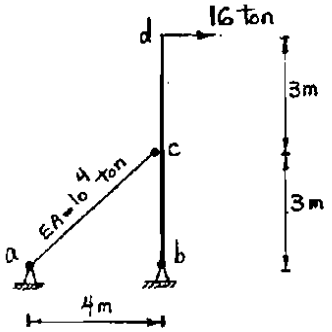
۴) $\frac{5l^4}{384EI}$



کار مجازی در سازه های ترکیبی:

سراسری ۸۳

۶۳. در سازه شکل مقابل ستون پیوسته bcd با صلبیت خمشی $1440t.m^2$ و سطح مقطع زیاد توسط میله ac با صلبیت محوری $10^4 ton$ مهار شده است. تغییر مکان گره C بر حسب mm کدام است ؟



۱) ۱۳

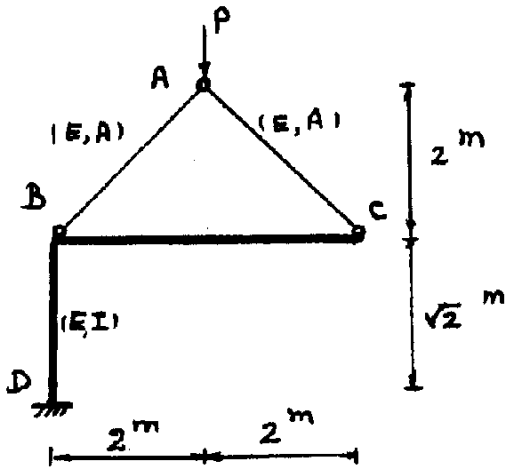
۲) ۲۵

۳) ۴۴

۴) ۵۶

سراسری ۹۳

۵۷- تغییر مکان قائم Δ_A کدام است؟ قطعه BC صلب می‌باشد. از اثر نیروی محوری در قطعه BD صرفنظر کنید.



۱) $\frac{۲\sqrt{۲}P}{AE}+\frac{۴\sqrt{۲}P}{EI}$

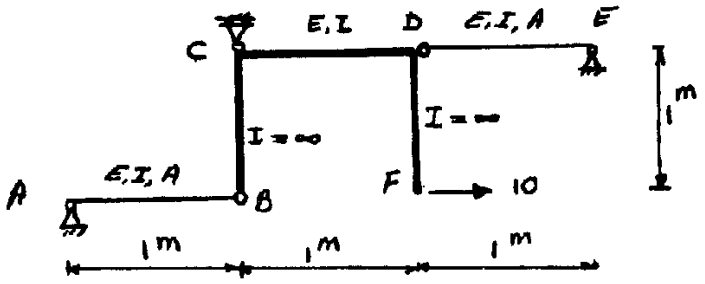
۲) $\frac{\sqrt{۲}P}{AE}+\frac{۴\sqrt{۲}P}{EI}$

۳) $\frac{۲\sqrt{۲}P}{AE}+\frac{۲\sqrt{۲}P}{EI}$

۴) $\frac{۴\sqrt{۲}P}{AE}+\frac{۴\sqrt{۲}P}{EI}$

سراسری ۹۳

۶۴- تغییر مکان قائم F کدام است؟ از اثر نیروی محوری در قطعه CD صرفنظر کنید.



۱) $\frac{۵}{EI}+\frac{۱۰}{AE}$

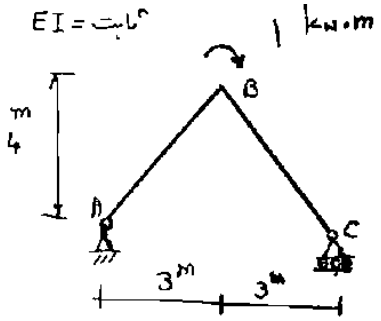
۲) $\frac{۵}{۶EI}-\frac{۱۰}{AE}$

۳) $\frac{۵}{EI}-\frac{۱۰}{AE}$

۴) $\frac{۵}{۶EI}+\frac{۱۰}{AE}$

سراسری ۸۳

۷۷. در سیستم داده شده θ_B را حساب کنید؟

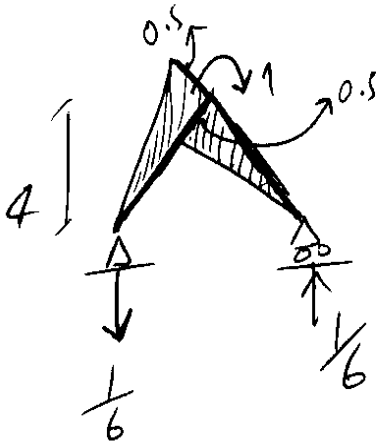


۱) $\frac{۰/۴۲}{EI}$

۲) $\frac{۰/۸۳}{EI}$

۳) $\frac{۱}{EI}$

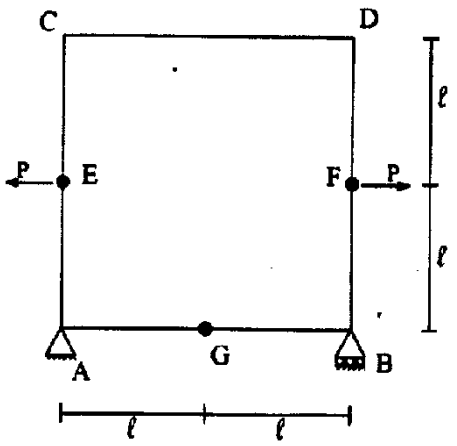
۴) $\frac{۱/۲۰}{EI}$



$$\theta = \left[\frac{0.5 \times 0.5 \times 5}{3EI}\right] \times 2 = \frac{0.83}{EI}$$

سراسری ۹۳

۶۲- در سازه شکل زیر، تغییر زاویه بین مماسهای چپ و راست مفصل G چقدر است؟ صلبیت خمشی اعضا را EI و از تغییر شکل‌های غیر خمشی صرفنظر کنید.



۱) $\frac{۴P\ell^۲}{۳EI}$

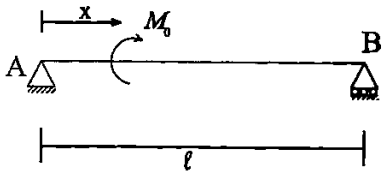
۲) $\frac{۲P\ell^۲}{۳EI}$

۳) $\frac{P\ell^۲}{۳EI}$

۴) $\frac{۸P\ell^۲}{۳EI}$

سراسری ۹۲

۶۳- لنگر متمرکز M_0 در نقطه‌ای به فاصلهٔ x از تکیه‌گاه A تیر AB قرار گرفته است. EI تیر ثابت است. x چقدر باشد، تا θ_A برابر صفر شود.



۱) $(1-\frac{\sqrt{2}}{3})\ell$

۲) $(1-\frac{\sqrt{3}}{3})\ell$

۳) $(1-\frac{\sqrt{3}}{2})\ell$

۴) $(1-\frac{\sqrt{2}}{2})\ell$

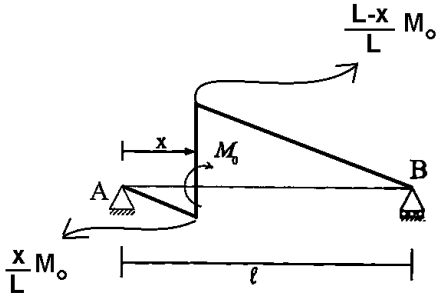
گزینه ۲.

با استفاده از کار مجازی دوران را محاسبه و برابر صفر قرار می دهیم:

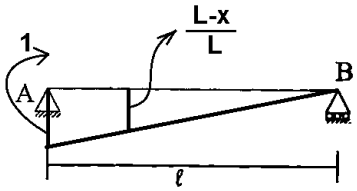
$$\theta = \frac{1}{2EI}\left(\frac{xM_0}{L}\right)\left(\frac{L-x}{L}\right)(x) + \frac{1}{6EI}\left(\frac{xM_0}{L}\right)\left(\frac{x}{L}\right)(x) - \frac{1}{3EI}\left(\frac{(L-x)M_0}{L}\right)\left(\frac{L-x}{L}\right)(L-x) = 0$$

$$3(x)(L-x)(x) + (x)(x)(x) - 2(L-x)(L-x)(L-x) = 0$$

$$-3x^2L + 6xL^2 - 2L^3 = 0 \rightarrow x = \frac{-6L^2 \pm \sqrt{12L^4}}{-6L} = L \pm \frac{\sqrt{3}}{3}L$$



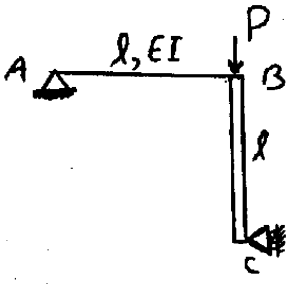
سازه اصلی



سازه مجازی

آزاد ۹۱

۷۰- تغییرمکان تکیه‌گاه C کدام است؟ (میله BC صلب می‌باشد)



۱) $\frac{P\ell^3}{3EI}$

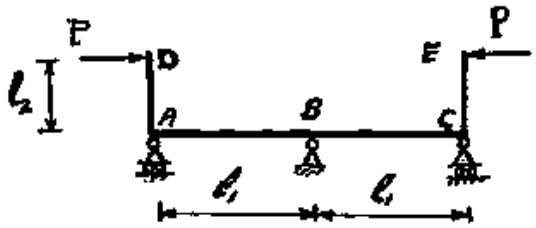
۲) $\frac{P\ell^3}{12EI}$

۳) $\frac{P\ell^3}{24EI}$

۴) $\frac{P\ell^3}{48EI}$

سراسری ۹۴

۵۸- در سازهٔ داده شده چنانچه عکس‌العمل قائم B برابر P باشد نسبت $\frac{\ell_1}{\ell_2}$ چقدر است؟ (ثابت = EI)



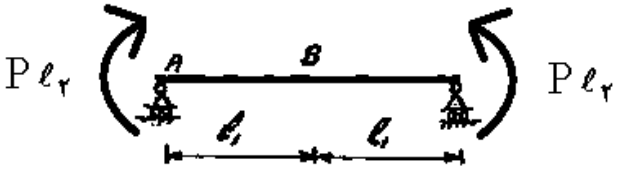
۱) $\frac{1}{3}$

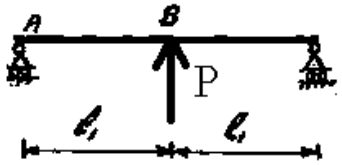
۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۲

۴) ۳

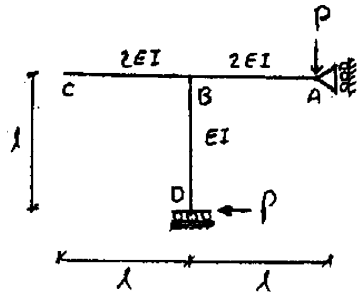
تغییر مکان نقطه B را تحت اثر بارهای زیر بدست آورده و برابر صفر قرار می دهیم:





آزاد ۹۱

۷۶- دوران گره B کدام است؟



۱) $\frac{P\ell^2}{3EI}$

۲) $\frac{P\ell^2}{2EI}$

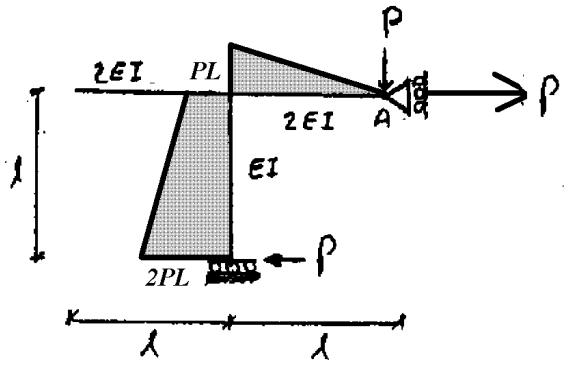
۳) $\frac{5P\ell^2}{6EI}$

۴) $\frac{3P\ell^2}{2EI}$

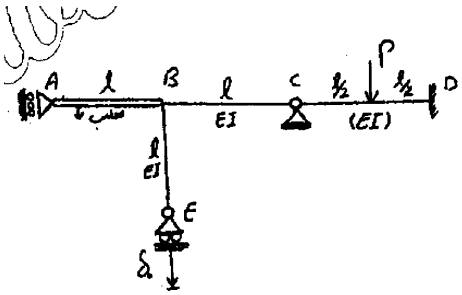
گزینه ۴

با توجه به اینکه تکیه گاه D گیردار است، دوران نقطه B برابر مساحت زیر نمودار M/EI در ستون DB می باشد.

بنابراین باید نمودار لنگر در این ستون را بدست آوریم. با توجه به شکل دوران B برابر است با: $\theta_B = \frac{3PL^2}{2EI}$



آزاد ۹۱



۸۰- دوران گره B کدام است؟ (تکیه‌گاه E به اندازه δ_0 نشست کرده است)

۱) $\frac{1}{2}\frac{\delta_0}{\ell}$ ۲) $\frac{1}{3}\frac{\delta_0}{\ell}$

۳) $\frac{\delta_0}{\ell}$ ۴) $2\frac{\delta_0}{\ell}$

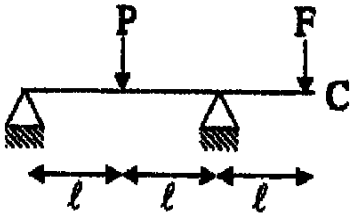
گزینه ۳

از روش کار مجازی استفاده می کنیم. اگر یک لنگر واحد در نقطه B قرار دهیم، عکس العمل تکیه گاه E در اثر این لنگر واحد برابر $\frac{1}{L}$ خواهد بود و بنابراین:

$$1 \times \theta_B + R_E \times (\delta_0) = 0 \rightarrow \theta_B = \frac{\delta_0}{L}$$

تمرین: آزاد ۹۳

۶۶- در تیر شکل مقابل نسبت $\frac{F}{P}$ چقدر باشد تا تغییر مکان C برابر صفر گردد؟



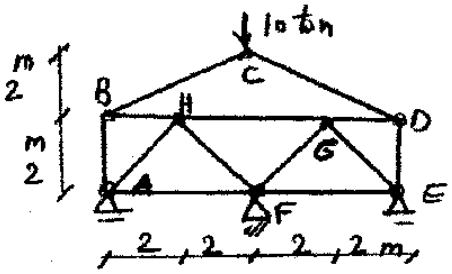
۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{1}{16}$

۹-۴-حرارت

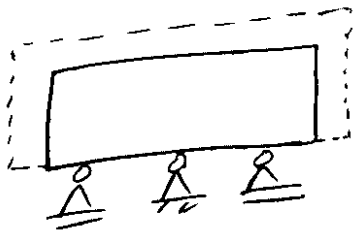
سراسری ۸۹

در خرپای شکل داده شده، چنانچه دمای تمامی اعضا $20^{\circ}C$ بالا رفته باشد با فرض $EA = 200^{ton}$ برای تمام اعضا $\alpha = 1\times10^{-5}\ cm/cm^{\circ}C$ نیروی داخلی عضو DE چقدر خواهد بود؟



۱) 5^{t}
۲) 10^{t}
۳) 20^{t}
۴) 15^{t}

نکته: اگر مشخصات حرارتی اعضا (α) یکسان باشد و دمای تمامی اعضا یکسان افزایش یابد هیچ نیرویی در اعضا ایجاد نمی شودبه شرطی که تکیه گاهها مانع نباشند.

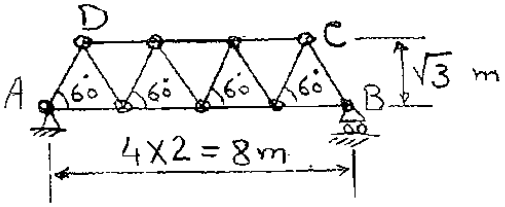


در این سازه حرارت نکته انحرافی است و تاثیری ندارد.

با استفاده از روش مفاصل نیرو در عضوDE بدست می آید.

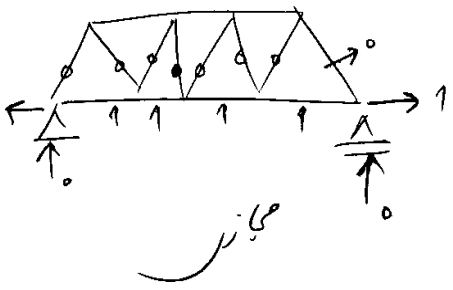
سراسری ۸۶

۴۲- جابجایی نقطه B در اثر $20^{\circ}C$ تغییر درجه حرارت چقدر است؟ $E = 2\times10^{5}\ MPa\ ,\ \alpha = 11\times10^{-6}\ /^{\circ}C$



۱) ۱/۷۶ میلیمتر
۲) ۲/۴۲ میلیمتر
۳) ۳/۰۸ میلیمتر
۴) ۳/۵۲ میلیمتر

در این سازه نیز حرارت ایجاد نیرو نمی کند ولی مسئله تغییرشکل خواسته نه عکس العمل!

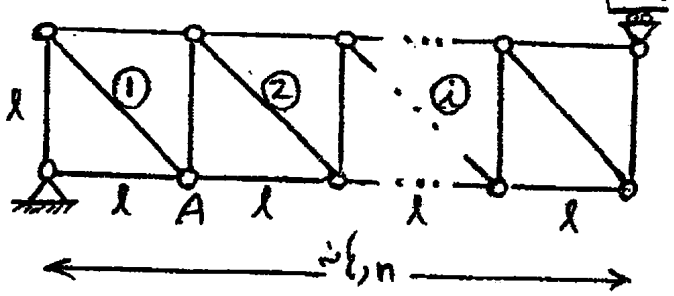


$$\Delta = 4\left[1\times(\alpha\Delta T\times 2)\right] = 8\alpha\Delta T$$

$$= 8\times 11\times10^{-6}\times 20 = 1.76\times10^{-3}\ m = 1.76\ mm$$

آزاد ۸۹

۶۸- اگر در خرپای n دهانه نشان داده شده دمای اعضاء قطری دوم، دوازدهم و بیست و دوم را به اندازهٔ ΔT کاهش دهیم تغییر مکان قائم گرهٔ A کدام است؟



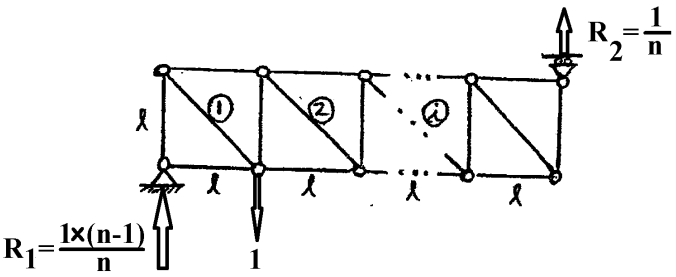
۱) $\sqrt{2}\ n\ \alpha\ \Delta T\ l$

۲) $3\ \alpha\ (\frac{i}{n})\ \Delta T\ l$

۳) $3\sqrt{2}\ \alpha\ \Delta T\ l$

۴) $\frac{6}{n}\ \alpha\ \Delta T\ l$

یک بار واحد مطابق شکل بر نقطه A اعمال می کنیم.



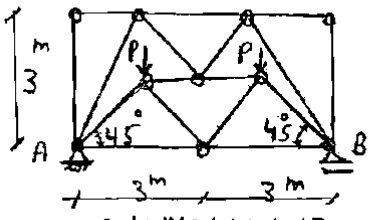
برش کل در خرپا در دهانه اول سازه مجازی برابر $\frac{n-1}{n}$ می باشد. و برش در باقی دهانه ها برابر $\frac{1}{n}$ خواهد بود.

با استفاده از روش مقطع می توان گفت که نیروی محور ی در اعضا قطری ذکر شده برابر $\frac{-\sqrt{2}}{n}$ می باشد. بنابراین تغییرمکان ناشی از افزایش حرارت در این اعضا برابر است با:

$$\Delta = \sum \bar{P}_i \alpha \Delta T L = 3\left(\left(\frac{-\sqrt{2}}{n}\right)\left(-\alpha\Delta T\left(\sqrt{2}L\right)\right)\right) = \frac{6}{n}\alpha\Delta TL$$

سراسری ۸۴

جابجایی افقی تکیه‌گاه B در اثر افزایش دمای اعضا به مقدار ۳۰°C و نیروهای وارده چقدر است؟ (ضریب انبساط حرارتی α است.)

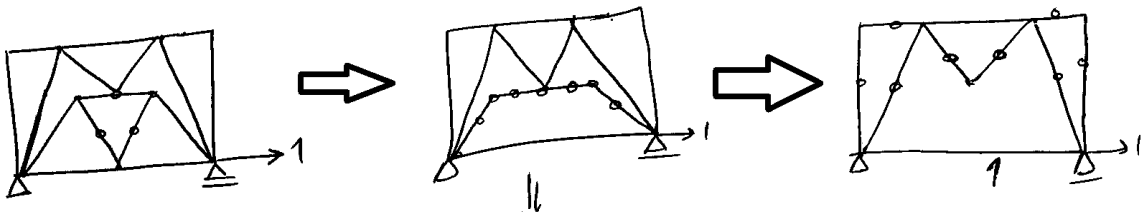


۱) $\frac{۶P}{AE}$

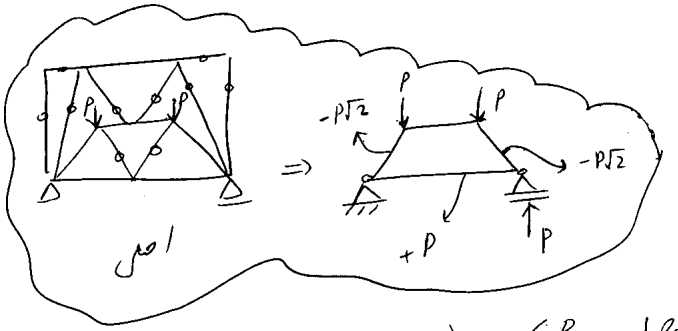
۲) $۱۸۰\alpha - \frac{۶P}{AE}$

۳) $۱۸۰\alpha + \frac{۳P}{AE}$

۴) $\frac{۶P}{AE} + ۱۸۰\alpha$



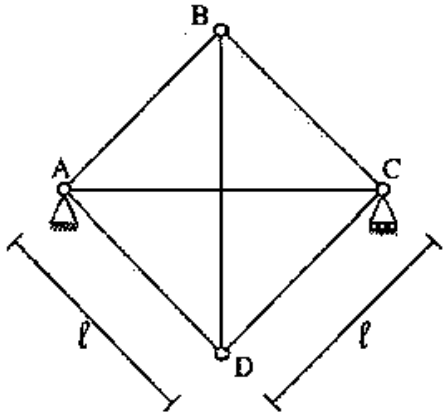
بنابراین در سازه مجازی نیرو در تمامی اعضا صفر است به جز یال پایینی.



$$\Delta = 1\times\left(\frac{P\times 6}{EA} + \alpha\Delta T\times 6\right) = \frac{6P}{EA} + 180\alpha$$

سراسری ۹۴

۵۷- در خرپای مربع شکل زیر درجه حرارت عضو BD به اندازهٔ $\sqrt{۲}(\Delta T)$ و عضو AD به اندازهٔ $۲\sqrt{۲}(\Delta T)$- تغییر کند، نیروی داخلی عضو BD کدام است؟ صلبیت محوری اعضا EA و ضریب انبساط حرارتی را α فرض کنید.



۱) $(\frac{\sqrt{۲}}{۲}-۱)\alpha(\Delta T)EA$

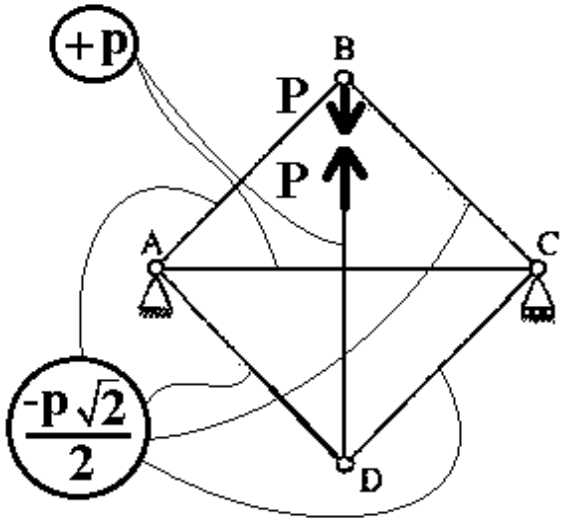
۲) $(۱-\sqrt{۲})\alpha(\Delta T)EA$

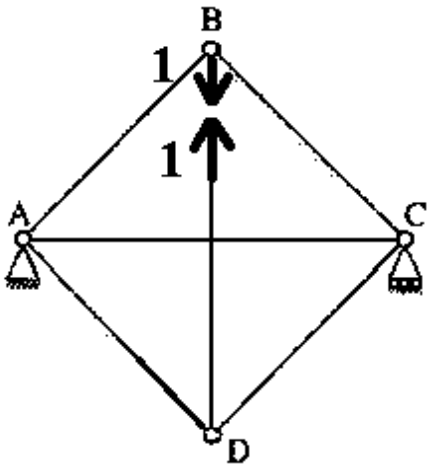
۳) $(\sqrt{۲}-۲)\alpha(\Delta T)EA$

۴) $۲(۱-\sqrt{۲})\alpha(\Delta T)EA$

$$\bar{1}\times 0=\bar{1}\left(\frac{P\sqrt{2}L}{EA}+2\alpha TL\right)+\bar{1}\left(\frac{P\times\sqrt{2}L}{EA}\right)-3\times\frac{\overline{\sqrt{2}}}{2}\left(\frac{\frac{-P\sqrt{2}}{2}\times L}{EA}\right)-\frac{\overline{\sqrt{2}}}{2}\left(\frac{\frac{-P\sqrt{2}}{2}\times L}{EA}-2\sqrt{2}\alpha TL\right)$$

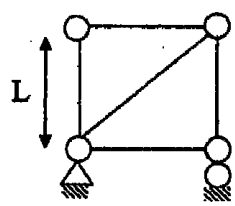
$$0=\left(2\sqrt{2}+2\right)\frac{PL}{EA}+(4)\alpha TL\quad\rightarrow P=\frac{2\alpha TEA}{\left(\sqrt{2}+1\right)}=2\left(\sqrt{2}-1\right)\alpha TEA$$





تمرین آزاد ۹۳

۷۱ـ در خرپای مقابل که سطح مقطع همه میله‌ها مساوی و برابر A است فقط چهار ضلع را به اندازه ΔT حرارت می‌دهیم. تنش حاصله در میله قطری چقدر است؟



۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}E\times\Delta T$

۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}\times\Delta T$

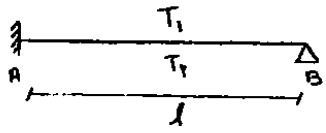
۳) $EA\times\Delta T$

۴) صفر

اثر حرارت در تیرها:

آزاد ۸۴

۳۲- لنگر گیرداری ناشی از اختلاف درجه حرارت T_1 و T_2 در تیر زیر کدام است؟



- ارتفاع مقطع h با سختی EI
- طول تیر l
- ضریب انبساط حرارتی α

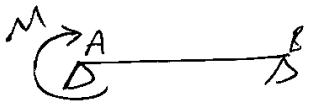
۱) $M_A = \frac{EI\alpha(T_2 - T_1)}{2l}$

۲) $M_A = \frac{3\alpha EI(T_2 - T_1)}{2h}$

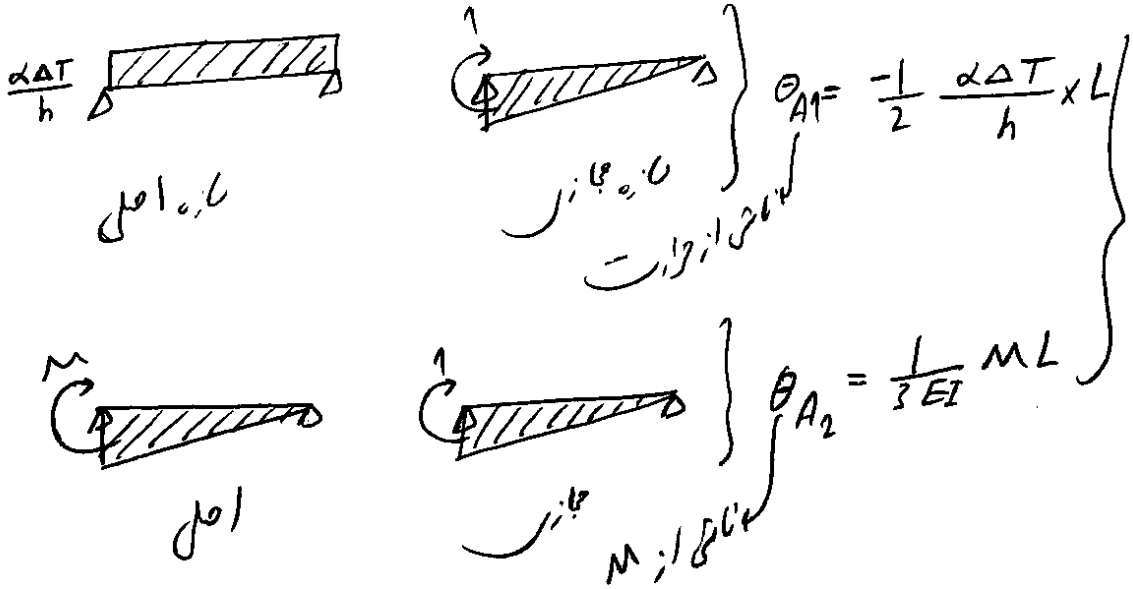
۳) $M_A = \frac{\alpha EI(T_2 - T_1)}{h}$

۴) $M_A = \frac{2\alpha EI(T_2 - T_1)}{3h}$

سازه نامعین است. بنابراین از روش نیرو ها استفاده می کنیم. تکیه گاه A را تبدیل به تکیه گاه مفصلی کرده و به جایش مقدار M_A را قرار می دهیم و θ_A را برابر صفر قرار می دهیم:



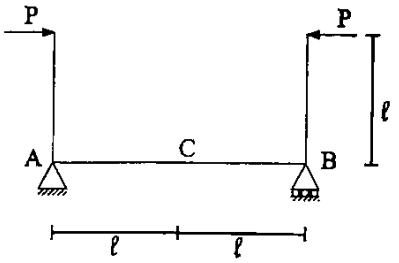
برای محاسبه θ_A از روش کار مجازی استفاده می کنیم:



$$\theta_{A1} + \theta_{A2} = 0 \longrightarrow M = \frac{3EI\alpha\Delta T}{2h}$$

سراسری ۹۲

۶۴- سازهٔ زیر مفروض است. اگر **EI** در سازه ثابت، α ضریب انبساط حرارتی و **h** ارتفاع مقطع تیر **AB** باشد. تار پایین تیر **AB** را به چه اندازه سرد کنیم، تا تغییر مکان نقطهٔ **C** (وسط دهانه)، صفر شود؟ درجه حرارت تار بالا تغییر نمی‌کند. همچنین تغییر درجه حرارت بین تار بالا و پایین به صورت خطی است.



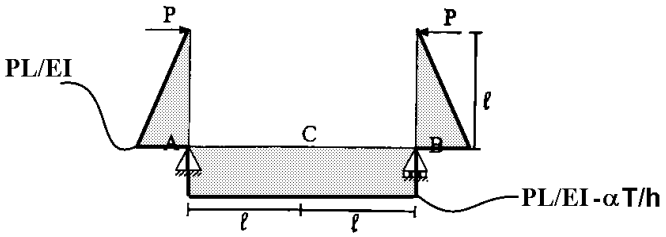
۱) $\frac{P\ell h}{\alpha EI}$

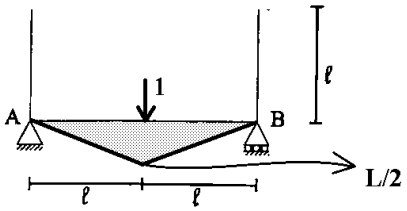
۲) $\frac{۲P\ell h}{\alpha EI}$

۳) $\frac{P\ell h}{۲\alpha EI}$

۴) $\frac{P\ell h}{۴\alpha EI}$

گزینه ۱.

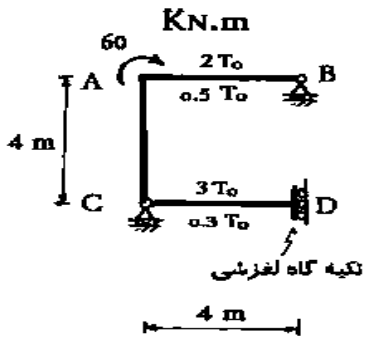




با توجه به دیاگرام لنگر سازه های اصلی و مجازی، برای اینکه تغییر مکان نقطه C صفر شود، باید مقدار $\frac{PL}{EI}-\frac{\alpha T}{h}$ صفر شود و بنابراین: $T=\frac{PLh}{\alpha EI}$

سراسری ۹۴

۵۹- تغییر دمای تارهای فوقانی و تحتانی تیرهای **AB** و **CD** روی شکل نشان داده شده‌اند. Δ_{BX} کدام است؟
ارتفاع تیرها = **h**، ضریب انبساط حرارتی = α، (ثابت = **EI**)



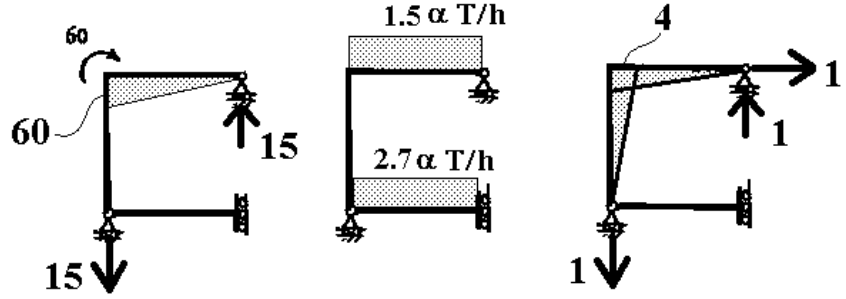
۱) $\frac{۱۸۰}{EI}-\frac{۲۴\alpha T_{\circ}}{h}$

۲) $\frac{۳۲۰}{EI}-\frac{۱۲\alpha T_{\circ}}{h}$

۳) $\frac{۱۸۰}{EI}-\frac{۱۲\alpha T_{\circ}}{h}$

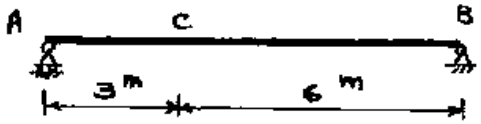
۴) $\frac{۳۲۰}{EI}-\frac{۲۴\alpha T_{\circ}}{h}$

$$\bar{1}\times\Delta_{BX}=-\frac{\bar{4}\times 4\times\frac{1.5\alpha T}{h}}{2}+\frac{\bar{4}\times 4\times 60}{3EI}=-\frac{12\alpha T}{h}+\frac{320}{EI}$$



سراسری ۹۴

۶۱- در صورتی‌که طول تار فوقانی تیر AB به اندازه ۲۰٪ کاهش و طول تار تحتانی به اندازه ۲۰٪ افزایش پیدا کند، تغییر مکان قائم نقطه C کدام است؟ ارتفاع مقطع تیر h میباشد.



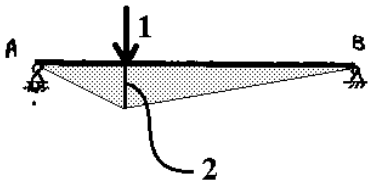
۱) $\frac{۳/۶}{h}$

۲) $\frac{۲/۴}{h}$

۳) $\frac{۱/۸}{h}$

۴) $\frac{۱/۲}{h}$

سازه اصلی

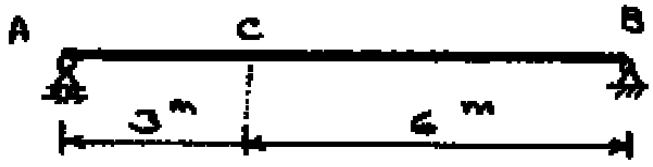


سازه مجازی

$$\frac{2 \times 9 \times \frac{0.4}{h}}{2} = \frac{3.6}{h}$$

دکتری ۹۳

۱۸- در صورتی که طول تار فوقانی تیر AB به اندازه ۲۰٪ درصد کاهش و طول تار تحتانی به اندازه ۲۰٪ افزایش پیدا کند، تغییر مکان قائم نقطه c را حساب کنید، ارتفاع مقطع تیر h می‌باشد.



۱) $\frac{۱/۸}{h}$

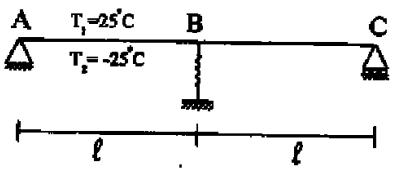
۲) $\frac{۱/۲}{h}$

۳) $\frac{۲/۴}{h}$

۴) $\frac{۳/۶}{h}$

دکتری ۹۱

۱۶- درجه حرارت تار پائین و بالای قسمت AB از تیر ABC به ترتیب $-۲۵^{\circ}C$ و $+۲۵^{\circ}C$ تغییر می‌کند. (در ارتفاع تیر h، تغییر درجه حرارت خطی فرض می‌شود.) نیروی فنر B که دارای سختی K_B است، کدام است؟ (EI در سراسر تیر ثابت و $K_B = \frac{۳EI}{l^۳}$ است.)



۱) $۲۵\frac{\alpha EI}{hl}$

۲) $۵۰\frac{\alpha EI}{hl}$

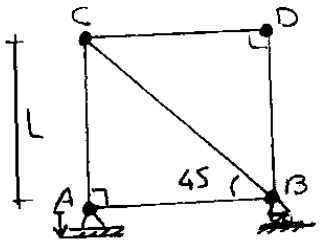
۳) $۷۵\frac{\alpha EI}{hl}$

۴) $۱۰۰\frac{\alpha EI}{hl}$

۹-۵-نشست تکیه گاهی

آزاد ۸۹

۷۹ـ اگر تکیه‌گاه A از خرپای زیر به اندازه $\frac{L}{۲۰}$ نشست کند، نیروی عضو AC کدام خواهد بود.(AE ثابت)



۱) $-\frac{AE}{۲۰}$

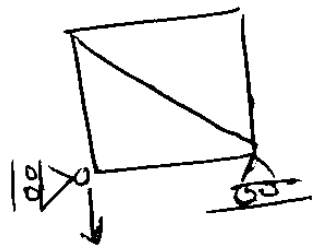
۲) $+\frac{AE}{۲۰}$

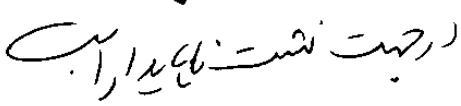
۳) صفر

۴) $+\frac{AE}{۱۰}$

گزینه ۳

اگر با حذف مولفه نشست کرده تکیه گاه، سازه ناپایدار شود، هیچ نیرویی در اعضا ایجاد نمی شود:

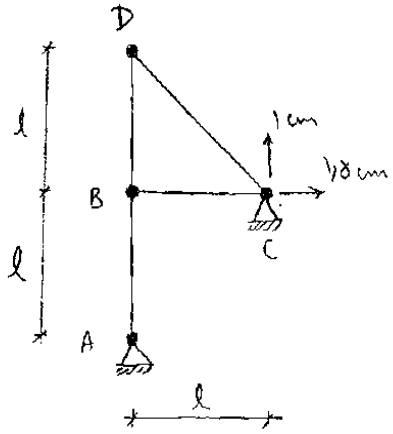




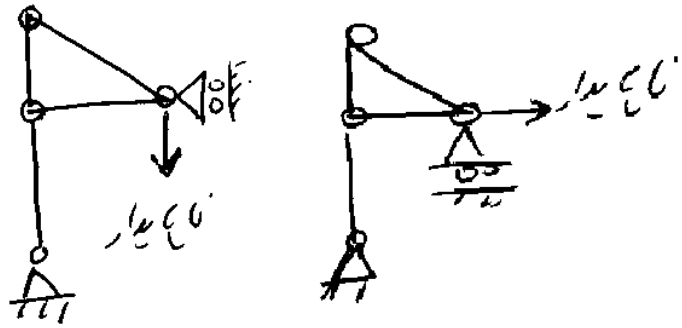
سراسری ۸۷

۶۴- در خرپای شکل مقابل چنانچه تکیه‌گاه C به میزان ۱٫۵ cm به سمت راست و ۱ cm به سمت بالا نشست کند، تغییر مکان افقی نقطه D را محاسبه نمایید. صلبیت محوری همه اعضاء EA است.

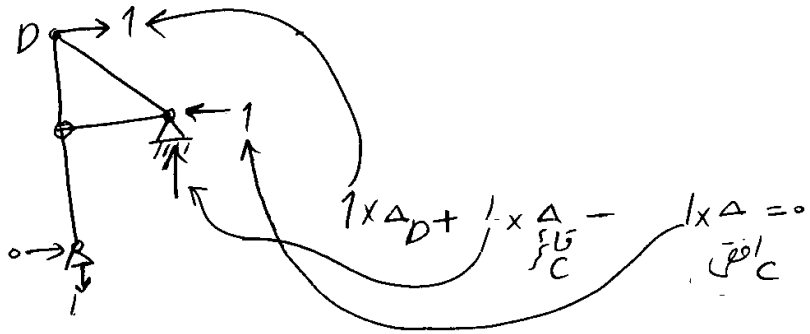
۱) ۰٫۵ سانتی‌متر
۲) ۱ سانتی‌متر
۳) ۱٫۵ سانتی‌متر
۴) ۲٫۵ سانتی‌متر



ابتدا بررسی می کنیم که آیا در اعضا خرپا نیرو ایجاد خواهد شد یا نه؟ مولفه های تکیه گاهی را که در آنها نشست داریم حذف می کنیم و پایداری سازه را بررسی می کنیم. اگر با حذف مولفه تکیه گاهی، سازه ناپایدار شد، به این معنی است که نشست هیچ نیرویی در اعضای خرپا ایجاد نمی کند:



دقت شود که عدم ایجاد نیرو به معنی عدم تغییرشکل سازه نیست و نمی توان نتیجه گرفت که تغییرشکلهای سازه در اثر نشست صفر هستند. برای محاسبه تغییرشکل در نقطه مورد نظر (نقطه D) باید یک بار واحد قرار دهیم و عکس العمل های تکیه گاهی ناشی از آن بار واحد را بیابیم:

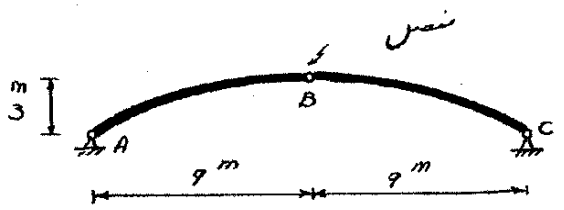


$$\rightarrow \Delta_D = -1 \times 1 + 1 \times (1.5) = +0.5\text{cm}$$

بنابراین نقطه D به اندازه 0.5cm در جهت بار واحد حرکت می کند. (0.5cm به سمت راست می رود)

سراسری ۸۹

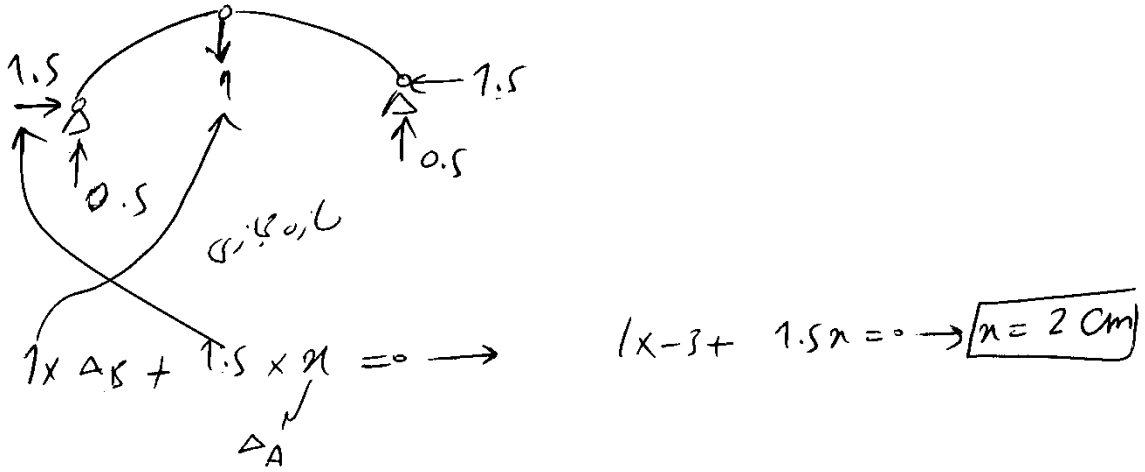
۵۹- پیش بینی می‌شود در اثر بارهای وارده نقطه **B** به اندازه **۳cm** جا به جایی قائم به طرف پایین داشته باشد. به منظور جلوگیری از این جا به جایی تکیه گاه **A** چند سانتی متر (**cm**) به سمت تکیه گاه **C** باید کشیده شود؟



۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۱ ۴) ۲

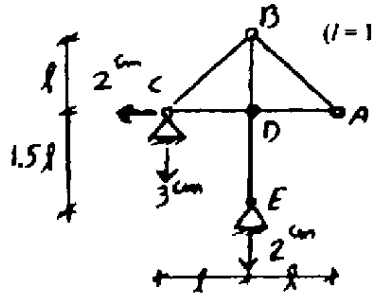
سوال: تکیه گاه A به اندازه xcm به سمت راست نشست دارد. مقدار x چقدر باشد تا نقطه B در اثر این نشست 3cm بالا رود (برگردد سر جایش)؟ (با حذف مولفه افقی A سازه ناپایدار شده و بنابراین در اعضا نیرویی نخواهیم داشت).

حال بار واحد را به نقطه B وارد می کنیم (چون تغییرمکان B اندازه گیری می شود) و عکس العمل های تکیه گاهی ناشی از آن بار واحد را می یابیم:

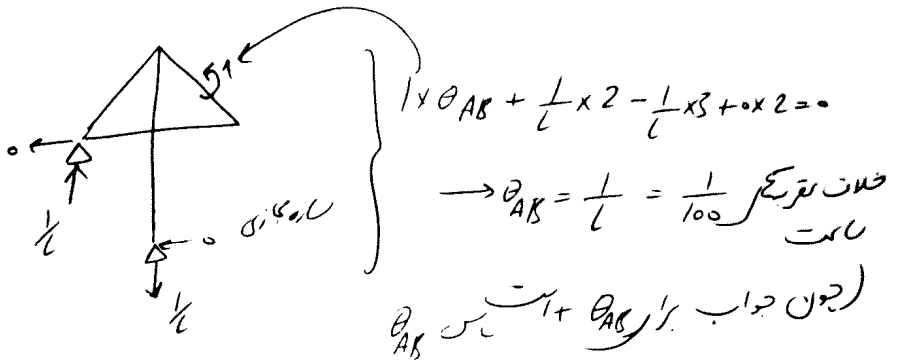


آزاد ۸۸

۶۹- میزان چرخش عضو **AB** در خرپای نشان داده شده کدام است؟ ($l = 1$ m)



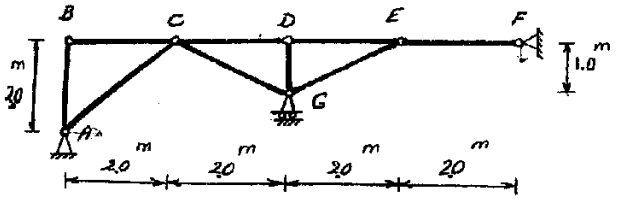
۱) 0.01 Rad در جهت خلاف عقربه های ساعت
۲) 0.02 Rad در جهت عقربه های ساعت
۳) 0.03 Rad در جهت خلاف عقربه های ساعت
۴) 0.04 Rad در جهت عقربه های ساعت



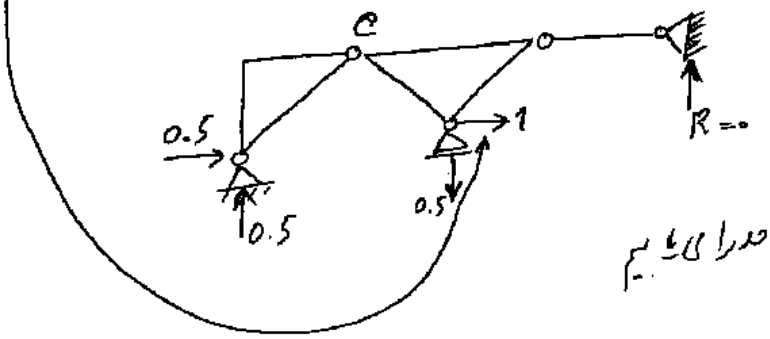
سراسری ۹۰

۶۰- اگر تکیه‌گاه A در امتداد افق به سمت راست به اندازه ۲ cm و تکیه‌گاه F در امتداد قائم به اندازه ۱ cm به سمت پایین نشست کند تغییر مکان افقی تکیه‌گاه G چند cm است؟

۱) ۰/۵ →
۲) ۱ →
۳) ۰/۵ ←
۴) ۱ ←



۶۰ با استفاده از روش کار مجازی در محل تغییر مکان نقطه‌ای که خواسته شده یک بار واحد قرار می‌دهیم



چون نشست تکیه‌گاهی نداریم، تمام العمل‌های تکیه‌گاهی ناشی از بار واحد را می‌یابیم

$R \times \delta + 1 \times \Delta_G = 0 \Rightarrow \underline{0.5 \times 2} + \underline{0 \times 1} + 1 \times \Delta_G = 0$

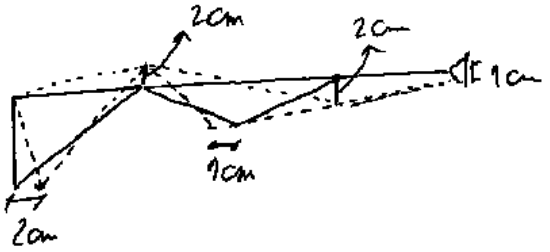
تمام العمل در جهت نشست یکی از آنها دیگر نباید

تکیه‌گاه F

با علامت منفی قرارداد

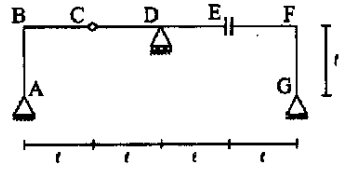
$\longrightarrow \Delta_G = -1$

چون منفی شده پس خلاف جهت بار واحد مجازی حرکت می‌کند



سراسری ۹۱

۶۲- در سازه شکل مقابل اگر تکیه‌گاه D به اندازهٔ 1 cm به سمت پایین نشست کند، اختلاف شیب سمت چپ و راست مفصل C بر حسب رادیان چقدر است؟

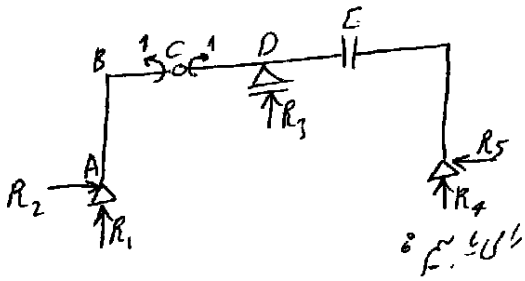


۱) ۰/۰۰۵

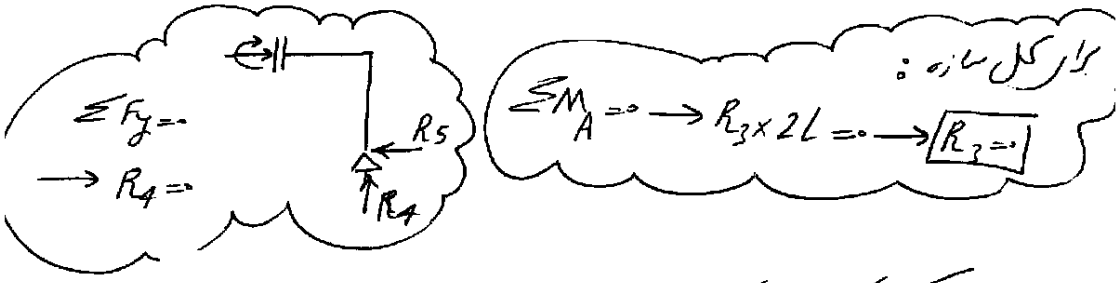
۲) ۰/۰۰۱۲۵

۳) ۰/۰۰۲۵

۴) صفر



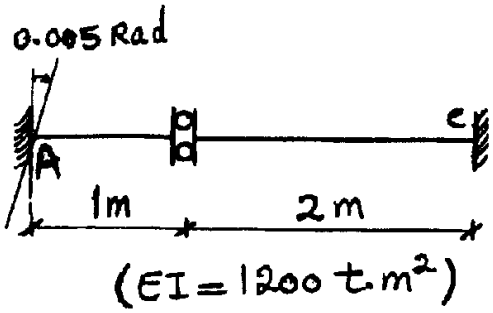
برای یافتن اختلاف زاویه یک صفحه تکیه‌گاه واحد در دو طرف مفصل C اعمال می‌کنیم و عکس العمل تکیه‌گاه D را می‌یابیم:



با توجه به اینکه عکس العمل تکیه‌گاه D تحت اثر بار واحد، برابر صفر است، دوران بین نقطه C صفر است (گزینه 4)

سراسری ۹۳

۵۹- در تیر شکل مقابل تحت نشست دورانی تکیه‌گاه A، ممان در تکیه‌گاه C بر حسب t.m چقدر است؟



۱) ۰

۲) ۱

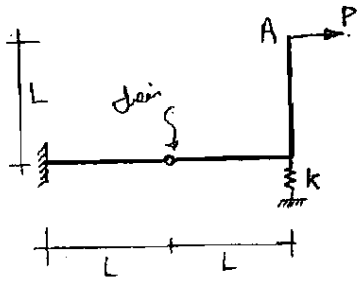
۳) ۲

۴) ۳

۹-۶-کار داخلی در فنرهای معین

سراسری ۸۴

۶۵- جابجایی افقی انتهای آزاد A تحت اثر بار متمرکز P چقدر است؟ (EI برای کلیه اعضاء ثابت و یکسان است.)



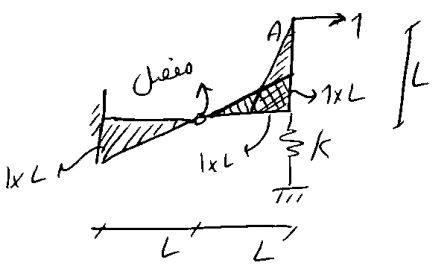
۱) $\frac{PL^3}{EI}$

۲) $\frac{2PL^3}{3EI}$

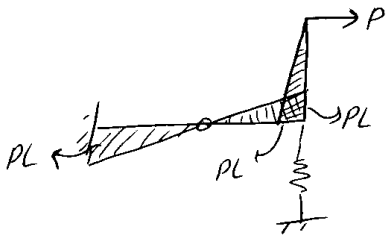
۳) $\frac{4PL^3}{3EI}$

۴) $\frac{5PL^3}{3EI}$

$$k = \frac{3EI}{L^3}$$



سازه مجازی



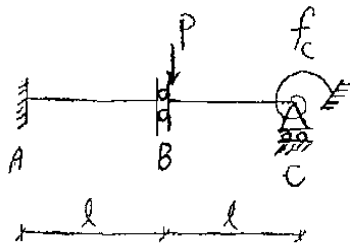
سازه اصلی

$$1 \times \Delta_A = \underbrace{L \times PL}_{\frac{PL^3}{3EI}} + \underbrace{\frac{1}{2}L \times \frac{2}{3}PL}_{\frac{PL^3}{3EI}} + \underbrace{\frac{1}{2}L \times \frac{2}{3}PL}_{\frac{PL^3}{3EI}} + \underbrace{F}_{\text{فنر در سازه مجازی}} \times \underbrace{\Delta}_{\text{فنر در سازه اصلی}}$$

$$\rightarrow \Delta_A = \frac{PL^3}{EI} + (1) \times \frac{P}{\left(\frac{3EI}{L^3}\right)}$$

سراسری ۸۶

۶۱- در تیر شکل زیر مقدار لنگر فنر را محاسبه نمایید. صلبیت خمشی اعضاء EI ، طول اعضاء l و ضریب نرمی فنر $f_c = \frac{L}{EI}$ است. (ضریب نرمی عکس ضریب سختی است.)



۱) صفر

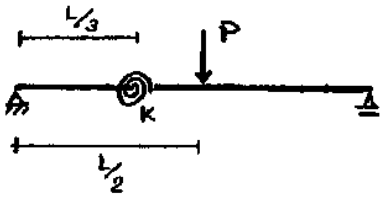
۲) pl

۳) 2pl

۴) $\frac{pl}{2}$

سراسری ۹۰

۵۶- خیز وسط دهانه تیر ساده شکل مقابل تحت بار منفرد P در وسط تیر و با وجود فنر پیچشی (دورانی) با سختی K چقدر است؟ (EI ثابت است.)



۱) $\frac{PL^3}{48K}$

۲) $\frac{PL^3}{48EI}+\frac{PL^2}{72K}$

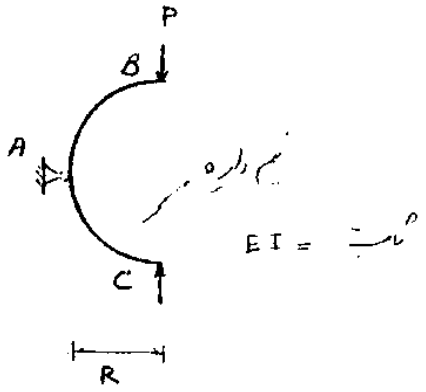
۳) $\frac{PL^3}{48EI+18(\frac{K}{L})}$

۴) $\frac{PL^3}{48EI}+\frac{PL^2}{36K}$

۹-۷-تغییر شکل سازه های دایروی

سراسری ۹۰

۵۸- در شکل مقابل تغییر مکان افقی نقطه B چقدر است؟ (فقط اثر لنگر خمشی را در نظر بگیرید.)



۱) $\frac{PR^3}{2EI}$

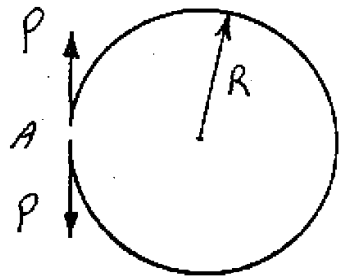
۲) $\frac{PR^3}{4EI}$

۳) $\frac{PR^3}{3EI}$

۴) $\frac{PR^3}{6EI}$

سراسری ۸۸

۸۵- حلقهٔ دایره شکلی در نقطهٔ A بریده شده و تحت اثر دو نیروی مساوی با علامت مخالف P قرار گرفته است. بین دو انتهای بریده شده چقدر فاصله، ایجاد می‌شود؟ (صلبیت خمشی حلقه را EI فرض کنید و از اثرات برش و نیروی محوری صرفنظر نمائید.)



۱) $\frac{۴\pi PR^۲}{EI}$

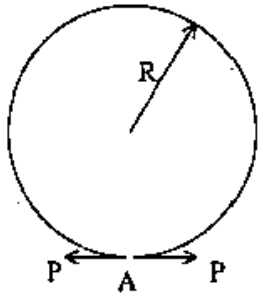
۲) $\frac{۲\pi PR^۲}{EI}$

۳) $\frac{۳\pi PR^۲}{EI}$

۴) $\frac{\pi PR^۲}{EI}$

سراسری ۹۴

۵۶- حلقهٔ دایره‌ای شکل در نقطه A بریده شده و تحت بارگذاری مطابق شکل زیر قرار گرفته است. مقدار بازشدگی در محل بریدگی چقدر است؟ از اثرات تغییر مکان‌های برشی و محوری صرفنظر کنید و صلبیت خمشی حلقه EI فرض می‌شود.



۱) $\frac{\pi PR^۳}{EI}$

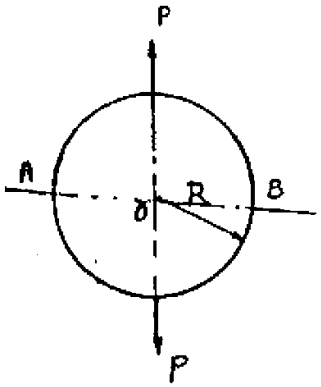
۲) $\frac{۲\pi PR^۳}{EI}$

۳) $\frac{۳\pi PR^۳}{EI}$

۴) $\frac{۴\pi PR^۳}{EI}$

سراسری ۸۸

۸۷- M_A کدام است؟ (صلبیت خمشی، برشی و محوری ثابت است.)



۱) $-\frac{PR}{\pi}$

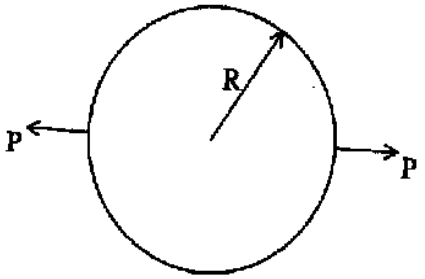
۲) $\frac{PR}{۲}$

۳) $\frac{PR}{\pi}$

۴) $PR(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{\pi})$

سراسری ۹۱

۵۹- حلقهٔ دایره‌ای شکل به شعاع R مطابق بارگذاری نشان داده شده قرار گرفته است. اگر صلبیت خمشی، برشی و محوری به ترتیب EI، $\frac{GA}{f_s}$ و EA باشد، لنگر خمشی زیر نقطهٔ بارگذاری P چقدر است؟



۱) $-\frac{PR}{2\pi}$

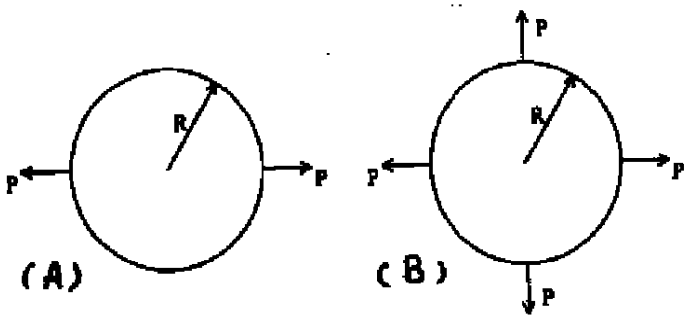
۲) $-\frac{3PR}{2\pi}$

۳) $-\frac{PR}{\pi}$

۴) $-\frac{2PR}{\pi}$

دکتری ۹۱

۱۹- حلقهٔ دایره‌ای به شعاع R مفروض است. اگر لنگر خمشی زیر بار P در حالت (A) برابر M باشد، لنگر خمشی زیر بار P در حالت (B) کدام است؟ (لنگر مثبت تار داخلی حلقه را به کشش وادار می‌کند). EI را ثابت فرض کنید.



۱) $M+PR$

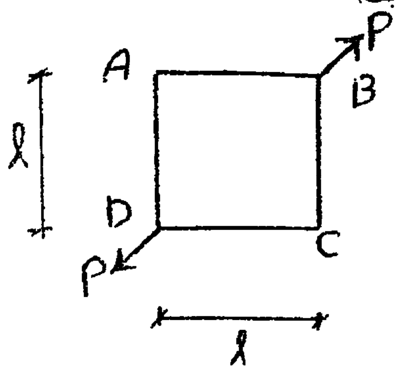
۲) $2M+PR$

۳) $M+\frac{PR}{2}$

۴) $2M+\frac{PR}{2}$

آزاد ۸۹

۸۰- در سازه مربعی شکل نشان داده شده لنگر در نقطه A و B کدام است؟ (EI ثابت)



۱) $M_A = \frac{Pl}{8}$ ، $M_B = \frac{pl}{4}$

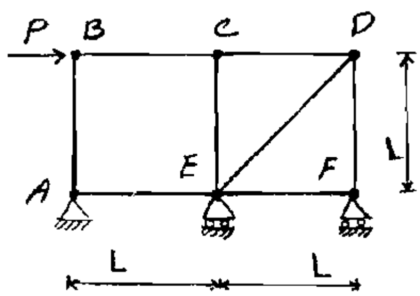
۲) $M_A = M_B = \frac{Pl}{8}$

۳) $M_A = \frac{\sqrt{2}}{8} pl$ ، $M_B = \frac{\sqrt{2}}{4} pl$

۴) $M_A = M_B = \frac{\sqrt{2}}{8} Pl$

تمرین سراسری ۸۴

۸۰- خرپای شکل مقابل مفروض است، اگر صلبیت محوری اعضا برابر EA باشد، تغییر مکان افقی B کدام است؟

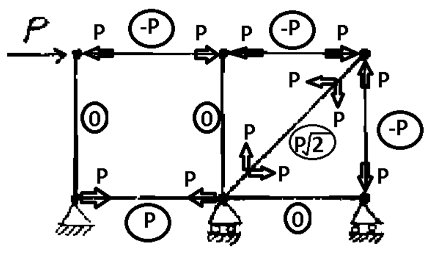


۱) $\frac{2PL}{EA}(1+\sqrt{2})$

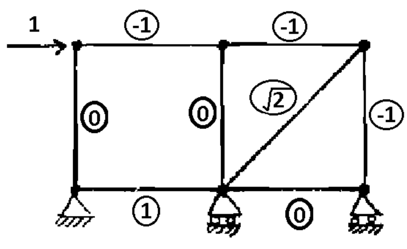
۲) $\frac{4PL}{EA}(1+\sqrt{2})$

۳) $\frac{2PL}{EA}(2+\sqrt{2})$

۴) $\frac{4PL}{EA}(1+2\sqrt{2})$



سازه اصلی

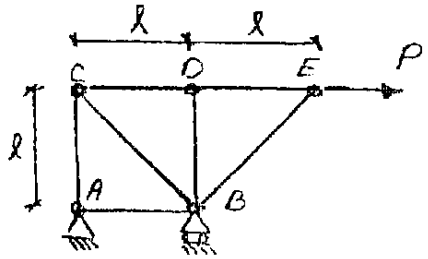


سازه مجازی

$$1 \times \Delta_B = 3\left[-1 \times \frac{-PL}{EA}\right] + \left[1 \times \frac{PL}{EA}\right] + \left[\sqrt{2} \times \frac{(P\sqrt{2})L\sqrt{2}}{EA}\right] = \frac{2PL}{EA}(2+\sqrt{2})$$

تمرین آزاد ۹۰

۶۶- در خرپای شکل زیر مقدار تغییرمکان افقی گره C برابر است با: (EA اعضاء یکسان است)



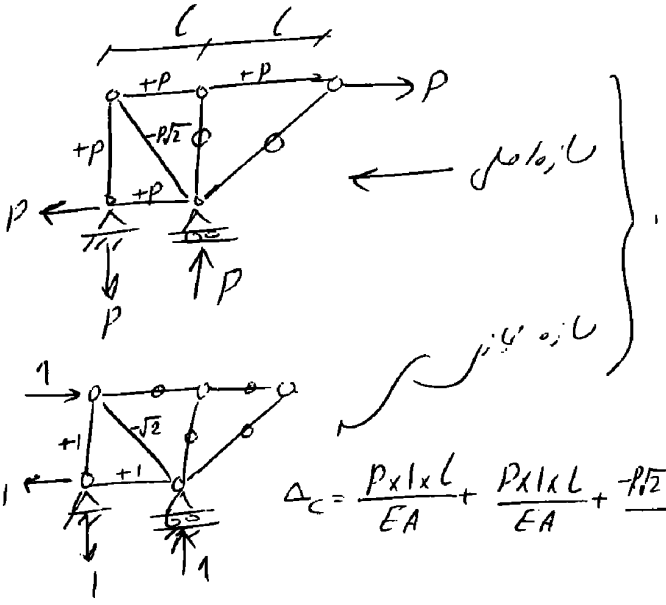
۱) $\frac{3P\ell}{EA}\left(1+\sqrt{2}\right)$

۲) $\frac{P\ell}{EA}\left(3+2\sqrt{2}\right)$

۳) $\frac{2P\ell}{EA}$

۴) $\frac{2P\ell}{EA}\left(1+\sqrt{2}\right)$

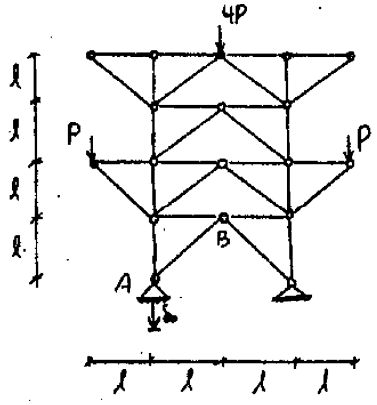
66



$$\Delta_C = \frac{P\times 1\times C}{EA} + \frac{P\times 1\times C}{EA} + \frac{-P\sqrt{2}\times -\sqrt{2}\times \sqrt{2}C}{EA} = \frac{2PL}{EA} + \frac{2\sqrt{2}PL}{EA}$$

تمرین آزاد ۹۱

۷۴- تغییرمکان قائم B تحت بارگذاری نشان داده شده و نشست تکیه‌گاهی δ_0 کدام است؟ (صلبیت محوری تمام اعضاء EA می‌باشد)



۱) $\frac{\delta_0}{2}$

۲) $\frac{P\ell}{EA}+\frac{\delta_0}{2}$

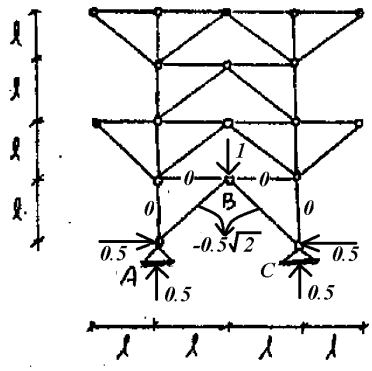
۳) $\frac{2P\ell}{EA}-\delta_0$

۴) $\frac{3P\ell}{EA}+2\delta_0$

sh3.com

گزینه ۱

از روش کار مجازی استفاده میکنیم. در سازه مجازی مطابق شکل نیروی تمامی میله ها صفر است به جز میله های AB و BC:

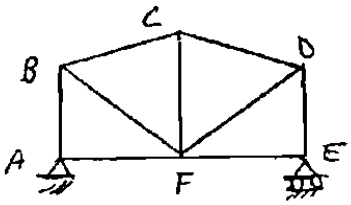


از طرفی در سازه اصلی به علت تقارن، نیروی میله های AB و BC صفر است و بنابراین نیروها در نقطه B تغییرمکان قائم ایجاد نمی کنند و تنها نشست تکیه گاه A موجب جابجایی B خواهد شد:

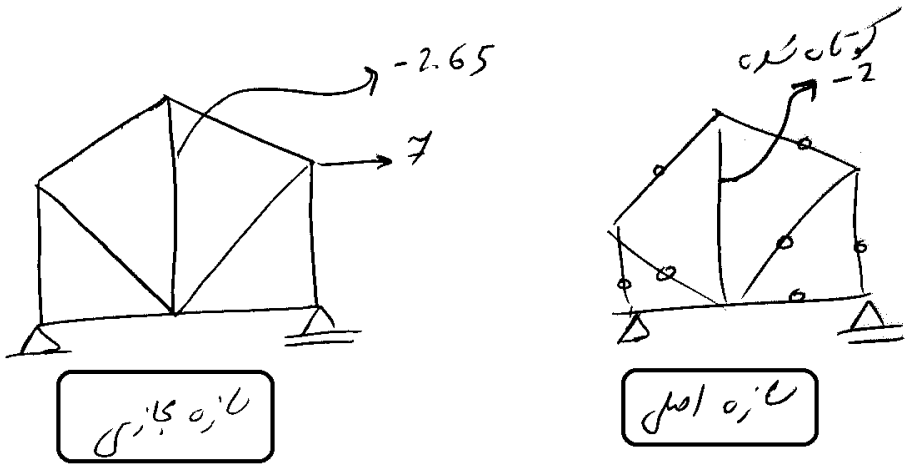
$$1\times\Delta_B + R_A\times(-\delta_0) = 0 \rightarrow \Delta_B = R_A\times\delta_0 = \frac{\delta_0}{2}$$

تمرین سراسری ۸۵

در خرپای شکل زیر CF در حین اجرا ۲ سانتی‌متر کوتاهتر اجرا شده است. تغییر مکان افقی نقطهٔ D را پس از مونتاژ حساب کنید. (می‌دانیم در صورتی که این خرپا تحت اثر بار افقی ۷ ton از چپ به راست قرار گیرد نیروی داخلی میلهٔ CF برابر ۲٫۶۲۵ ton – (فشاری) می‌باشد.)



۱) ۰٫۷۵ cm به سمت چپ
۲) ۰٫۷۵ cm به سمت راست
۳) ۵٫۲۵ cm به سمت راست
۴) برای محاسبه، ابعاد هندسی سازه می‌بایست داده شده باشد و خرپا تحلیل گردد.

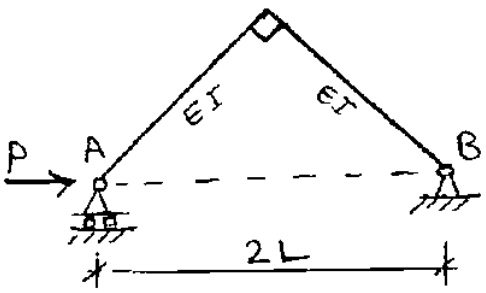


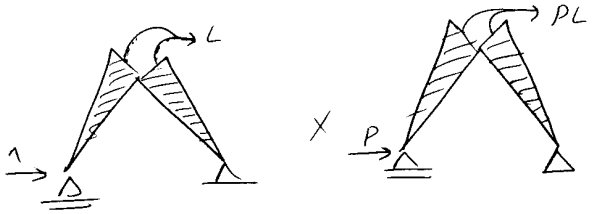
$$7 \times \Delta = -2.65 \times -2 \Rightarrow \Delta = 0.7571 \text{ cm}$$

تمرین سراسری ۸۱

۵۱- مقدار نزدیک‌شدگی تکیه‌گاه A و B سازهٔ روبرو چقدر است ؟

۱) $\frac{PL^3}{3EI}$
۲) $\frac{2PL^2}{3EI}$
۳) $\frac{\sqrt{2}PL^2}{3EI}$
۴) $\frac{2\sqrt{2}PL^3}{3EI}$

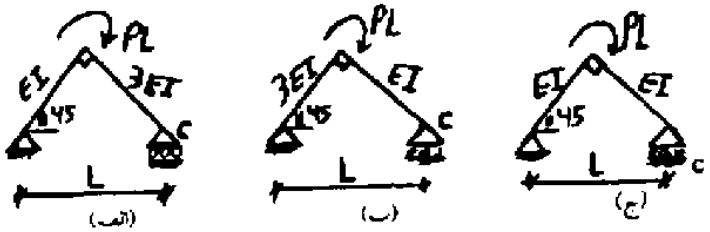




$$\bar{1} \times \Delta = 2\left[\frac{L \times PL(\sqrt{2}L)}{3EI}\right] = \frac{2\sqrt{2}PL^3}{3EI}$$

تمرین آزاد ۸۸

۶۴- کدام گزینه در مورد تغییر مکان تکیه گاه c در قابهای نشان داده شده صحیح می باشد؟



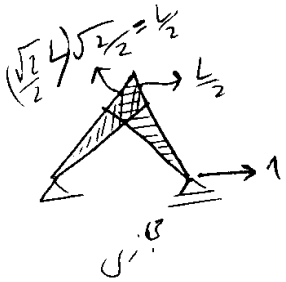
۱) تکیه گاه c به مقدار $\frac{\sqrt{2}}{36}\frac{PL^3}{EI}$ در قاب (الف) به سمت راست و در قاب (ب) به سمت چپ می رود و در قاب (ج) جابجا نمی شود.

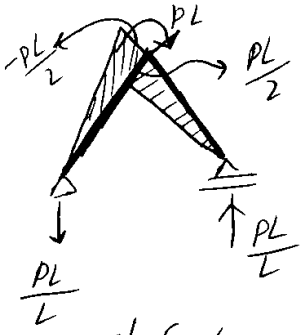
۲) تکیه گاه c به مقدار $\frac{\sqrt{2}}{36}\frac{PL^3}{EI}$ در قاب (الف) به سمت چپ و در قاب (ب) به سمت راست می رود و در قاب (ج) جابجا نمی شود.

۳) تکیه گاه c در هر دو قاب (الف) و (ب) به مقدار $\frac{\sqrt{2}}{9}\frac{PL^3}{EI}$ به سمت چپ می رود و در قاب (ج) به مقدار $\frac{\sqrt{2}}{18}\frac{PL^3}{EI}$ به سمت چپ می‌رود.

۴) در هر سه قاب (الف) و (ب) و (ج) تکیه گاه c جابجا نمی شود.

گزینه ۲





بارگذاری اصلی

این → $\Delta_C = \left\{\text{▽} \times \text{◺}\right\} + \left\{\text{▱} \times \text{▱}\right\}$

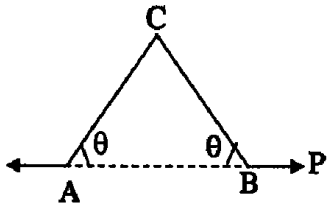
$$\left\{\frac{-\frac{L}{2}\times PL/2\times\frac{L\sqrt{2}}{2}}{3EI}\right\}+\left\{\frac{\frac{L}{2}\times PL/2\times\frac{L\sqrt{2}}{2}}{3(3EI)}\right\}=-\frac{\sqrt{2}PL^3}{36EI}$$

ب) $\Delta_C = \left\{\frac{\frac{L}{2}\times PL/2\times\frac{L\sqrt{2}}{2}}{3(3EI)}\right\}+\left\{\frac{L/2\times PL/2\times L\sqrt{2}/2}{3EI}\right\}=+\frac{\sqrt{2}PL^3}{36EI}$

ج) $\Delta_C = \left\{\frac{''}{3EI}\right\}+\left\{\frac{''}{3EI}\right\}=0$

تمرین آزاد ۹۳

۵۳- بازشدگی نقاط A و B نسبت به یکدیگر کدام است؟



۱) $\frac{2PL^3\sin^2\theta}{3EI}$

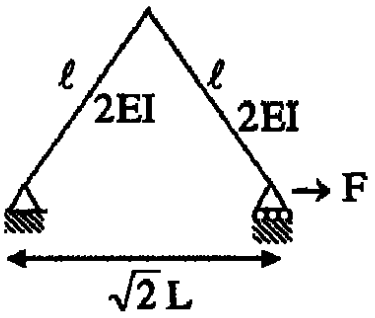
۲) $\frac{PL^3\sin^2\theta}{3EI}$

۳) $\frac{2PL^3\sin^2\theta}{3EI}+\frac{2PL\cos^2\theta}{EA}$

۴) $\frac{PL^3\sin^2\theta}{3EI}+\frac{PL\cos^2\theta}{EA}$

تمرین آزاد ۹۳

۵۱ـ تغییر مکان افقی تکیه‌گاه B کدام است؟



۱) $\frac{FL^3}{3EI}$

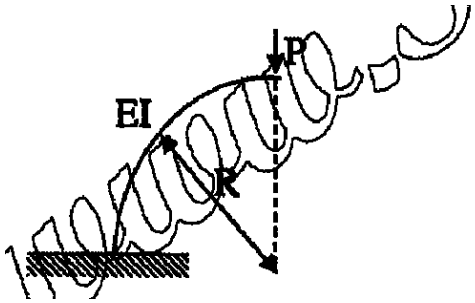
۲) $\frac{2FL^3}{3EI}$

۳) $\frac{FL^3}{6EI}$

۴) $\frac{\sqrt{2}FL^3}{6EI}$

تمرین آزاد ۹۳

۵۲ـ در ربع حلقه زیر میزان تغییر مکان قائم نقطه اثر نیرو کدام است؟



۱) $\frac{\pi PR^3}{4EI}$

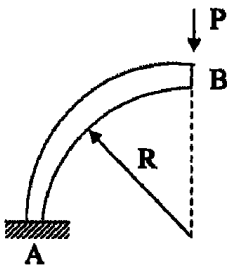
۲) $\frac{\pi PR^3}{2EI}$

۳) $\frac{2\pi PR^3}{4EI}$

۴) $\frac{4\pi PR^3}{4EI}$

تمرین آزاد ۹۳

۵۳ـ در میله بکنواخت زیر با بارگذاری نشان داده شده مطلوب است تعیین تغییر مکان افقی و عمودی نقطه B .



۱) $\frac{PR^3\pi}{2EI}, \frac{PR^3}{2EI}$

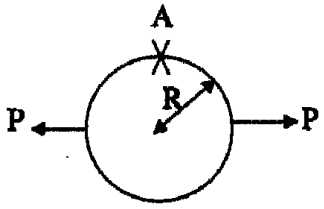
۲) $\frac{PR^3\pi}{2}, \frac{PR^3}{2EI}$

۳) $\frac{PR^3}{2EI}, \frac{PR^3\pi}{2EI}$

۴) $\frac{PR^3\pi}{4EI}, \frac{PR^3}{2EI}$

تمرین آزاد ۹۳

۵۴ـ در حلقه روبرو لنگر و نیروی برش دو نقطه A کدام است؟



۱) $V_A = P, M = \frac{PR}{2}$

۲) $V_A = P, M = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\right)PR$

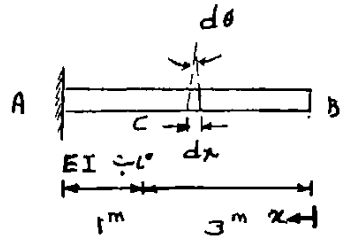
۳) $V_A = \frac{P}{2}, M = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\right)PR$

۴) $V_A = \frac{P}{2}, M = \frac{PR}{2}$

۱۰-تیر مزدوج

سراسری ۹۲

۶۰- اگر $d\theta$ در تیر AB که تحت شرایط خارجی تغییر شکل داده و خم برداشته است با رابطه $d\theta = \frac{x\,dx}{EI}$ بیان شود، Δ_C کدام است؟ (نقطهٔ c به فاصلهٔ یک متر از تکیه‌گاه A قرار گرفته است.)



۱) $-۵/۳۳/EI$
۲) $-۹/EI$
۳) $۱/۸۳/EI$
۴) $-۲۱/۳۳/EI$

$$\left.\begin{aligned} q &= \frac{d}{dx}(V) \\ V &= \frac{d}{dx}(M) \\ \frac{M}{EI} &= \frac{d}{dx}(\theta) \\ \theta &= \frac{d}{dx}(y) \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{aligned} V &= \int q\ dx \\ M &= \int V\ dx \\ \theta &= \int \frac{M}{EI}\ dx \\ y &= \int \theta\ dx \end{aligned}$$

روش اول:

$$\frac{d}{dx}(\theta) = \frac{x}{EI} \rightarrow \theta = \int \frac{x}{EI}\,dx = \frac{x^2}{2EI} + C \xrightarrow{x=4\rightarrow\theta=0} C = -\frac{8}{EI} \rightarrow \theta = \frac{x^2}{2EI} - \frac{8}{EI}$$

$$y = \int \theta\ dx = \frac{x^3}{6EI} - \frac{8x}{EI} + C \xrightarrow{x=4\rightarrow y=0} C = \frac{21.33}{EI} \rightarrow y = \frac{x^3}{6EI} - \frac{8x}{EI} + \frac{21.33}{EI}$$

$$\xrightarrow{x=3} y_C = \frac{x^3}{6EI} - \frac{8x}{EI} + \frac{21.33}{EI} = \frac{1.83}{EI}$$

روش دوم: با توجه به روابط فوق معادله لنگر تیر نشان می دهد که تیر تحت اثر بار متمرکز واحد در انتهای آزاد خود قرار دارد:

$$\frac{M}{EI} = \frac{d}{dx}(\theta) = \frac{x}{EI}$$

بنابراین تغییر شکل نقطه C برابر است با:

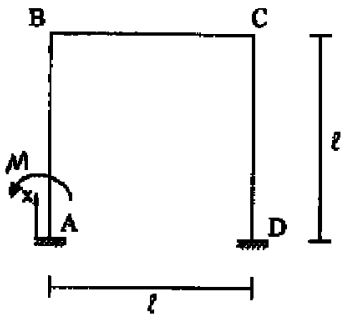
$$y_C = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{ML^2}{2EI} = 1\left(\frac{1^3}{3EI}\right) + 3\left(\frac{1^2}{2EI}\right) = \frac{11}{6EI} = \frac{1.83}{EI}$$

دکتری ۹۱

۱۸- قاب مطابق شکل، تحت اثر بارگذاری خاصی قرار گرفته و لنگر خمشی در عضو AB:

$$M = ۶Wx^۲ + ۳Wlx + Wl^۲$$

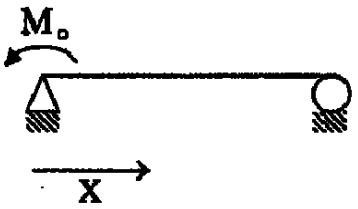
شده است. تغییر مکان افقی B تحت آن بارگذاری کدام است؟ (EI تمام اعضا یکسان است.)



۱) $\frac{۱}{۲}\frac{Wl^۴}{EI}$
۲) $\frac{۳}{۲}\frac{Wl^۴}{EI}$
۳) $۲\frac{Wl^۴}{EI}$
۴) $\frac{۵}{۲}\frac{Wl^۴}{EI}$

تمرین: آزاد ۹۳

۶۲ـ بیشینه خیز در چه فاصله‌ای از ابتدای تیر است؟



۱) $X = \frac{2L}{\sqrt{3}}$

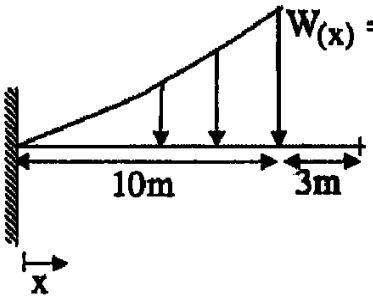
۲) $X = \frac{L}{2\sqrt{3}}$

۳) $X = \frac{L}{\sqrt{3}}$

۴) $X = \frac{L}{3}(3-\sqrt{3})$

تمرین: آزاد ۹۳

۶۳ـ تغییر مکان انتهای تیر تحت بار گسترده W چیست؟



۱) $\frac{1356}{EI}$

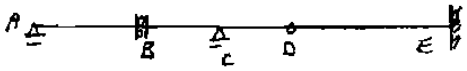
۲) $\frac{4089}{EI}$

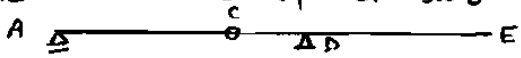
۳) $\frac{1389}{EI}$

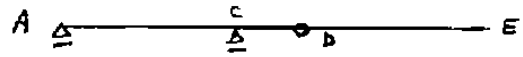
۴) $\frac{2056}{EI}$

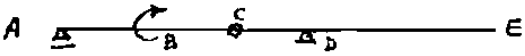
سراسری ۸۳

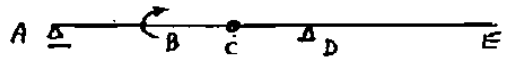
۶۶. تیر مزدوج تیر شکل زیر مطابق کدام یک از اشکال داده شده می‌باشد؟



۱) 

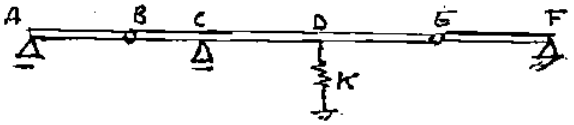
۲) 

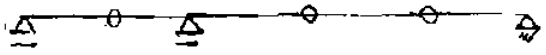
۳) 

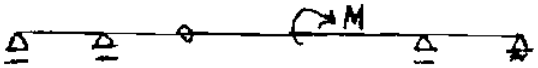
۴) 

سراسری ۸۵

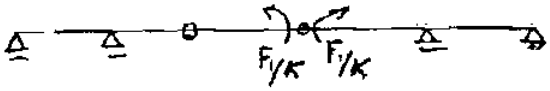
۶۳- تیر مزدوج تیر شکل زیر کدام است؟



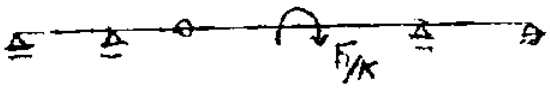
۱) 

۲) 

M از تعادل تیر مزدوج به دست می‌آید.

۳) 

F_1 نیروی فنر است.

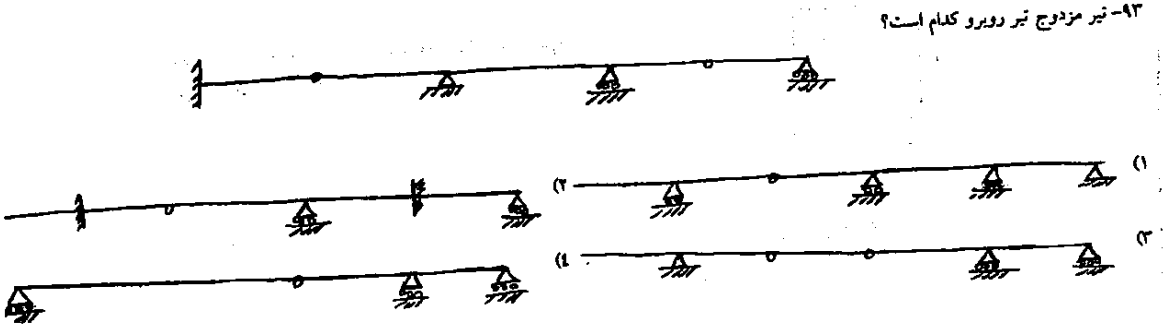
۴) 

F_1 نیروی فنر است.

گزینه ۳

آزاد ۸۵

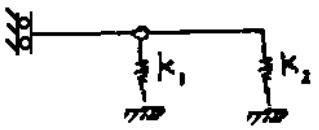
۹۳- تیر مزدوج تیر روبرو کدام است؟

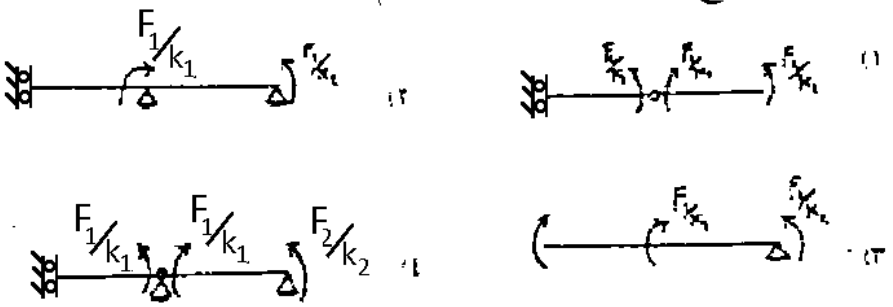


گزینه ۳

آزاد ۸۷

۶۳- تیر مزدوج سازه نشان داده شده کدام است؟

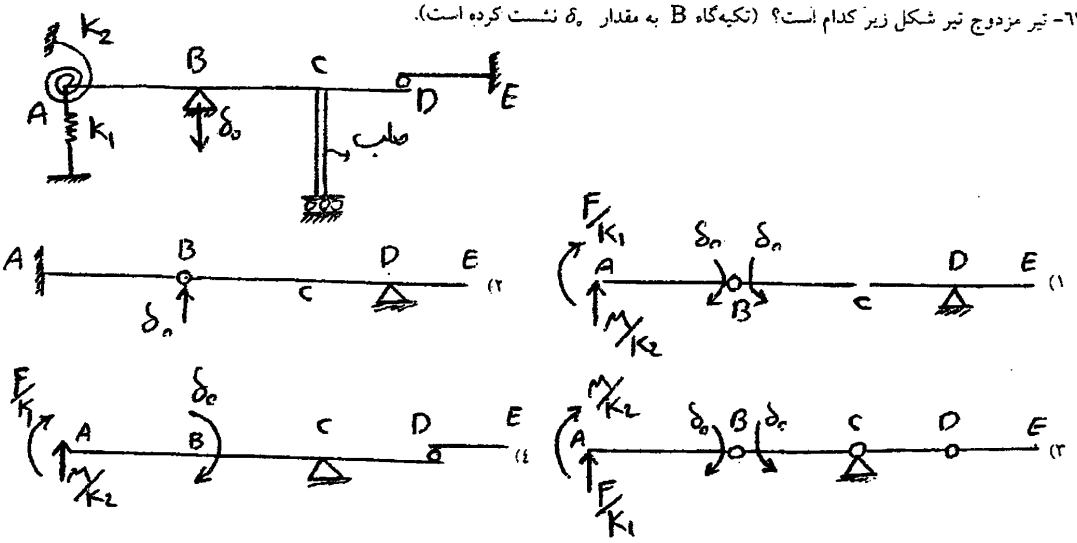




گزینه ۴

آزاد ۸۹

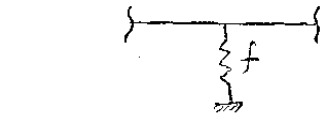
۶۷- تیر مزدوج تیر شکل زیر کدام است؟ (تکیه‌گاه B به مقدار δ_0 نشست کرده است).

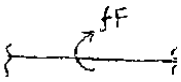


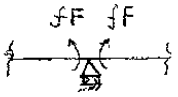
گزینه ۱

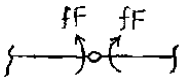
سراسری ۸۶

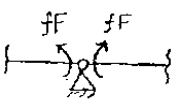
۶۲- تکیه‌گاه میانی فنری به صورت شکل مقابل مفروض است. تظیر این تکیه‌گاه در تیر مزدوج مطابق کدام یک از گزینه‌ها است؟ f ضریب نرمی فنر است و F نیروی کششی فنر می‌باشد. (ضریب نرمی عکس ضریب سختی است.)



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

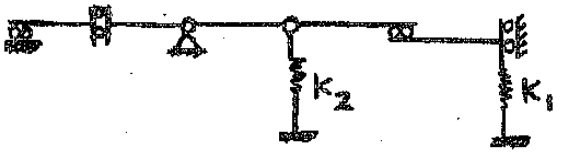
گزینه ۳

نکته: نرمی $= \frac{1}{\text{سختی}}$

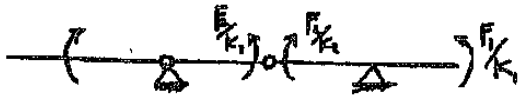
بنابراین سختی فنر برابر $K = \frac{1}{f}$ می باشد. در نتیجه به جای فرمول $F = K\Delta$ می توان نوشت $\Delta = fF$

آزاد ۹۲

۷۷- تیر مزدوج تیر نشان داده شده کدام است؟ (k_2 , k_1 سختی فنرها می‌باشند)



۱)

۲) 

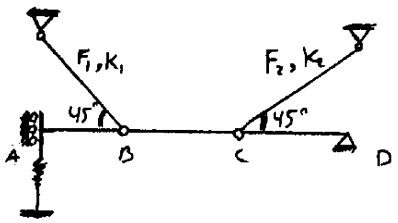
۳)

۴)

گزینه ۳

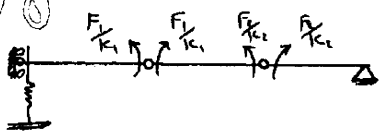
آزاد ۹۱

۶۸- تیر مزدوج سازه نشان داده شده کدام است؟ (نیرو (F) و سختی مجوری (K) اعضاء در کنار هر یک آمده است)

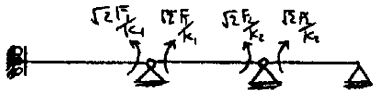


۱)

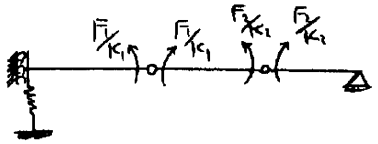
۲)



۳)

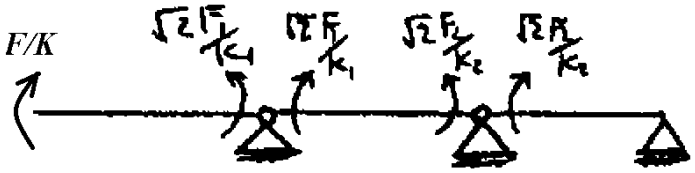


۴)

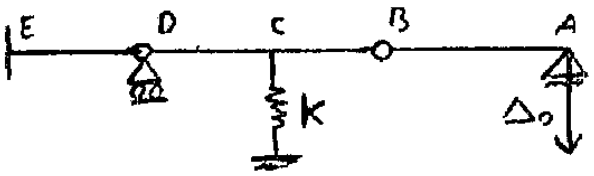


www.Sanjesh3.com

تیر مزدوج سازه فوق به صورت زیر می باشد که در گزینه ها نیست.

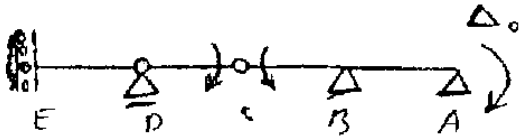


آزاد ۹۰

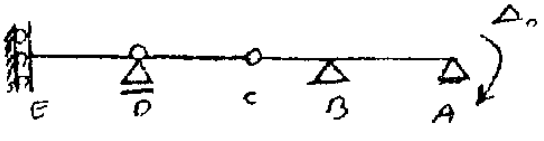


۷۰- سازه مزدوج تیر نشان داده شده که بارگذاری آن به صورت نشست تکیه‌گاهی Δ_0 در تکیه‌گاه A می‌باشد کدام است؟

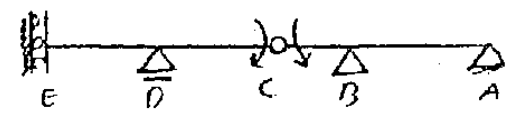
۱)



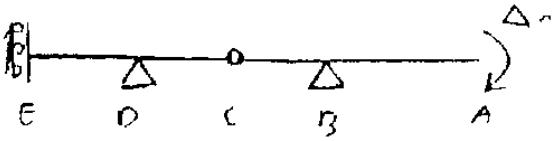
۲)



۳)

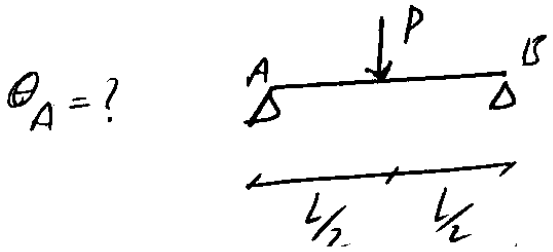


۴)



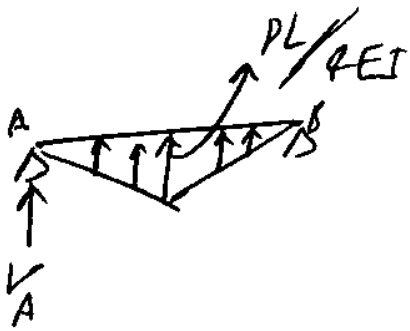
۱۰-۱-محاسبه تغییرشکل سازه ها با استفاده از روش تیر مزدوج

مثال:دوران نقطه A را در تیر مقابل بیابید:



حل:

ابتدا تیر مزدوج آنرا رسم می کنیم:

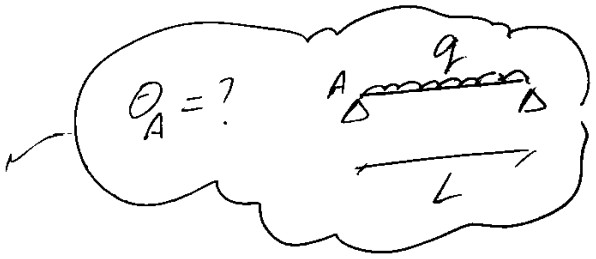


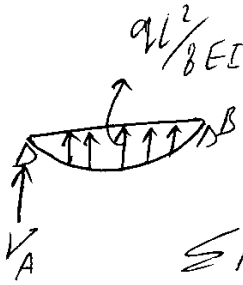
سپس عکس العمل تکیه گاه A را در تیر مزدوج می یابیم:

$\theta_A = V_A \rightarrow \sum M_B = 0 \rightarrow V_A \times L + \left(\frac{PL}{4} \times L\right) \times \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow V_A = \frac{-PL^2}{16EI}$

یعنی θ_A خلاف جهت فلش فرضی است

مثال



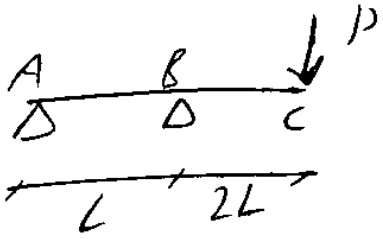


$\sum M_B = 0 \rightarrow V_A \times L + \left(\frac{qL^2}{8EI} \times L\right) \times \frac{2}{3} \times \frac{L}{2} = 0$

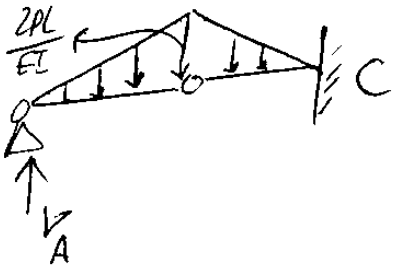
سطح

$\rightarrow V_A = \frac{-qL^3}{24EI}$

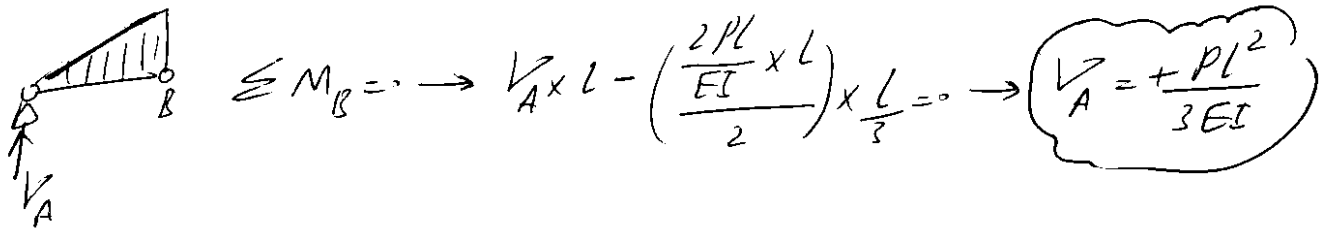
مثال:



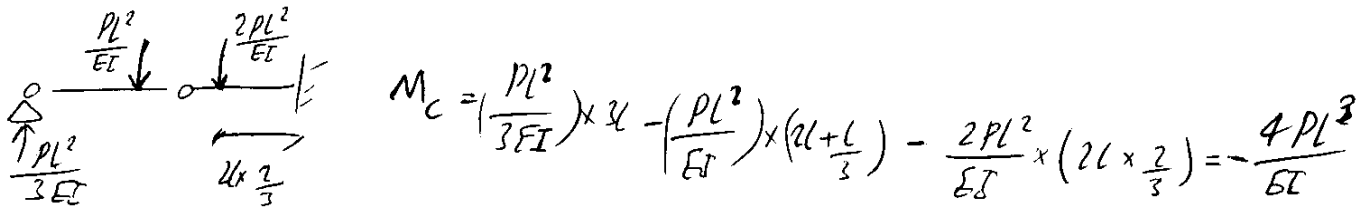
تیر مزدوج را رسم می کنیم:

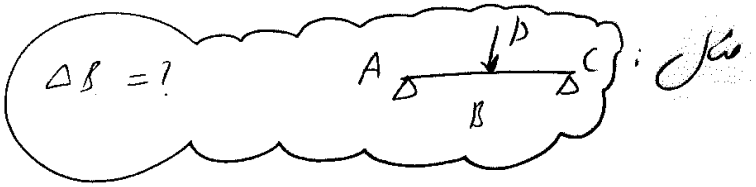


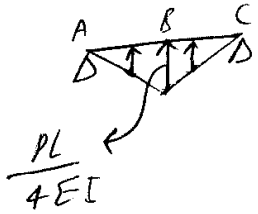
برای یافتن V_A باید تیر مزدوج را تحلیل کنیم و برای این منظور باید سازه مزدوج را از محل مفصل جدا کنیم:



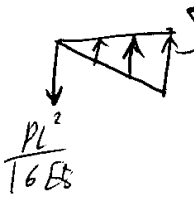
بنابراین مقدار θ_A برابر $\frac{PL^2}{3EI}$ می باشد. مقدار Δ_C نیز برابر M_C در تیر مزدوج می باشد. پس باید M_C را بیابیم. برای این منظور بارهای گسترده مثلثی را در تیر مزدوج با بار متمرکز معادل جایگزین می کنیم:







$$\downarrow R_A = \frac{\left(\frac{PL}{4EI} \times \frac{L}{2}\right)}{2} = \frac{PL^2}{16EI}$$

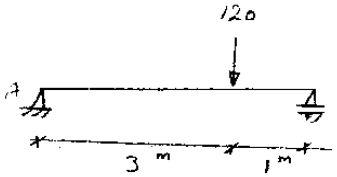


$$M_B = \frac{-PL^2}{16EI} \times \frac{L}{2} + \frac{\left(\frac{PL}{4EI} \times \frac{L}{2}\right)}{2} \times \frac{L/2}{3} =$$

$$= \frac{-PL^3}{32EI} + \frac{PL^3}{96EI} = \frac{-PL^3}{48EI}$$

آزاد ۸۹

۶۵- زاویه θ_A در اثر اعمال بار نشان داده شده چقدر است. مدول ارتجاعی تیر E و ممان اینرسی مقطع T است . ET ثابت است.



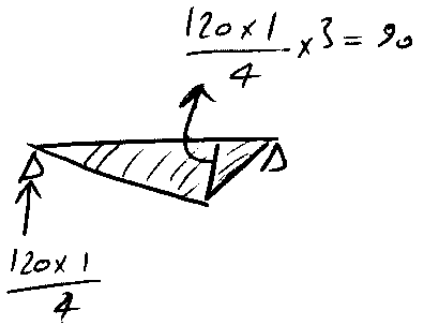
۱) $\frac{۱۵۰}{EI}$

۲) $\frac{۱۰۰}{EI}$

۳) $\frac{۶۰۰}{EI}$

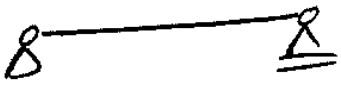
۴) $\frac{۳۰۰}{EI}$

۱- رسم دیاگرام لنگر در تیر اصلی:

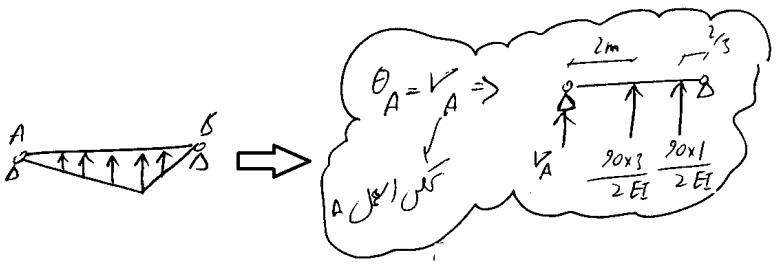


۲- تبدیل تیر اصلی به تیر مزدوج

(که در این مثال تیر اصلی و مزدوج یکی می شود)



۳- یافتن عکس العمل تکیه گاه A در تیر مزدوج:

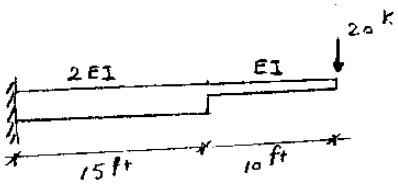


$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A \times 4 + \left(\frac{90\times 3}{2EI}\right)\times 2 + \left(\frac{90\times 1}{2EI}\right)\times\frac{2}{3} = 0$$

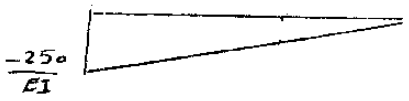
$$\rightarrow V_A = \frac{-75}{EI}$$

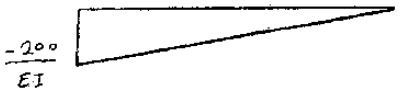
آزاد ۸۹

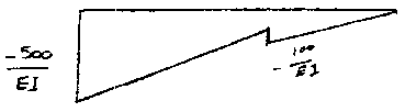
۶۴- تیر مزدوج تیر روبرو کدام است؟



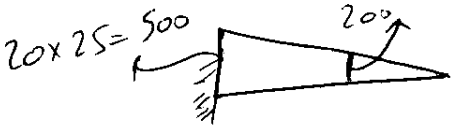
۱)

۲) 

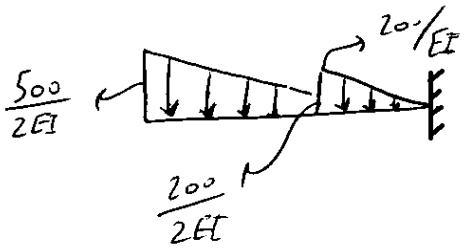
۳) 

۴) 

دیاگرام لنگر بدون درنظر گرفتن تغییرات EI در طول تیر:

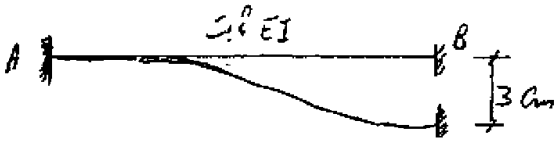


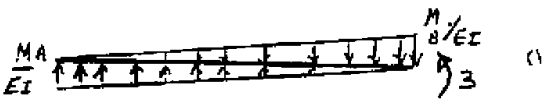
دیاگرام لنگر پس از اعمال تغییرات EI در طول تیر:

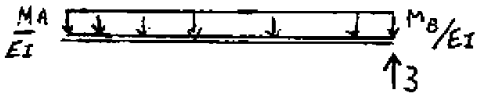


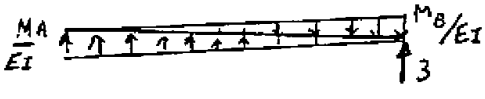
سراسری ۸۸

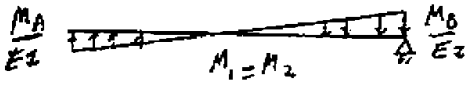
۷۰- در تیر شکل مقابل، تکیه‌گاه B، ۳ سانتی‌متر نشست کرده است، تیر مزدوج این تیر کدام است؟



۱) 

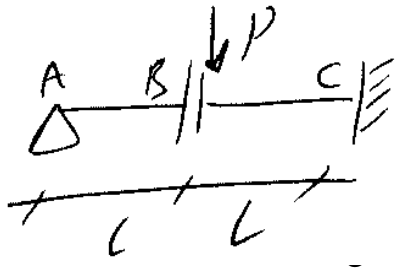
۲) 

۳) 

۴) 

گزینه ۱

مثال: تغییر مکان نسبی دو طرف مفصل برشی B؟

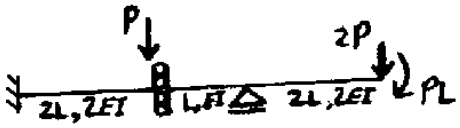


در مسائلی که تغییرمکان نسبی دوطرف مفصل برشی را می خواهند مزدوج در محل مفصل برشی بیابیم. تیر مزدوج سازه فوق به شکل زیر خواهد بود که مقدار M نشان دهنده تغییرمکان نسبی دو طرف مفصل B می باشد.

$$\sum M_A = 0 \rightarrow M + \frac{\left(\frac{PL}{EI}\right) \times L}{2} \times \left(L + \frac{2L}{3}\right) = 0 \rightarrow M = \frac{-5PL^3}{6EI} \Rightarrow \Delta_B = \frac{-5PL^3}{6EI}$$

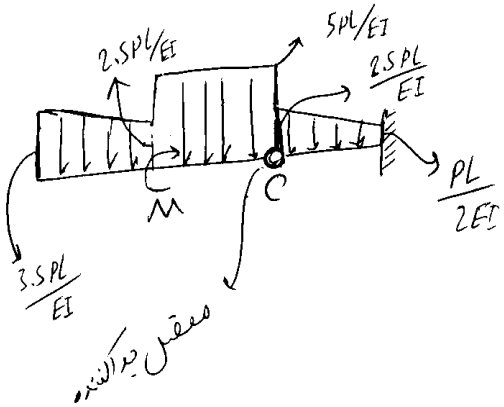
آزاد ۸۸

۶۲- اختلاف ارتفاع در محل مفصل برشی کدام است؟ (نیروی P در سمت چپ مفصل برشی وارد شده است)

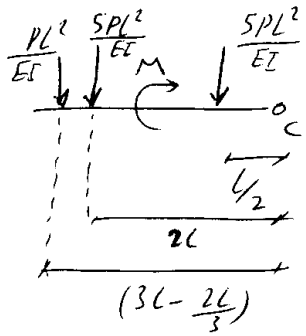


۱) $\frac{59}{3}\frac{PL^3}{EI}$ ۲) $\frac{4}{3}\frac{PL^3}{EI}$ ۳) $\frac{89}{6}\frac{PL^3}{EI}$ ۴) $\frac{55}{6}\frac{PL^3}{EI}$

دیاگرام لنگر در تیر مزدوج:



باید مقدار M را در تیر فوق بیابیم برای این منظور از محل مفصل جداکننده تیر را دو قسمت کرده و برای قسمت سمت چپ معادله لنگر می نویسیم. منتها قبل از نوشتن معادله لنگر بارهای گسترده را معادل سازی می کنیم:



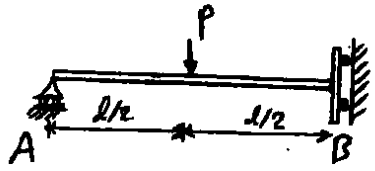
$$\sum M_C = 0$$

$$\Rightarrow \frac{PL^2}{EI}\left(5 \times \frac{L}{2} + 5 \times 2L + 1 \times \frac{7L}{3}\right) - M = 0$$

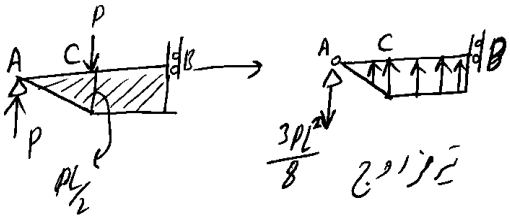
$$\rightarrow M = \left(\frac{15 + 60 + 14}{6}\right)\frac{PL^3}{EI} = \frac{89PL^3}{6EI}$$

تمرین آزاد ۸۳

۳۴- تغییرمکان قائم نقطه اثر P چقدر است؟



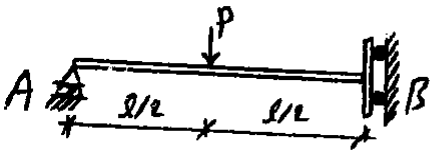
۱) $Pl^3/6EI$
۲) $Pl^3/3EI$
۳) $Pl^3/4EI$
۴) هیچکدام



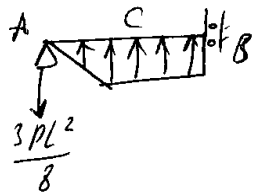
$$\delta_C = M_C = \frac{3PL^2}{8} \times \frac{L}{2} - \frac{\frac{PL}{2} \times \frac{L}{2}}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{L}{2} \longrightarrow \boxed{\delta_C = \frac{PL^3}{6EI}}$$

تمرین آزاد ۸۳

۳۵- تغییرمکان قائم تکیه گاه B چقدر است؟



۱) $13Pl^3/96EI$
۲) $11Pl^3/48EI$
۳) $Pl^3/6EI$
۴) هیچکدام



$$\delta_B = M_B = \frac{-\frac{3PL^2}{8} \times L + \frac{\frac{PL}{2} \times \frac{L}{2}}{2} \times \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{6}\right) + \frac{PL}{2} \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{4}}{EI} = \frac{-11PL^3}{48EI}$$

۱۱-بتی- ماکسول

بتی ماکسول : دربازه‌ی که { تغییرات دما دارند / نشست تکیه‌گاه دارند / اعضا رفتار غیرالاستیک دارند } صادق نیست

سراسری ۸۵

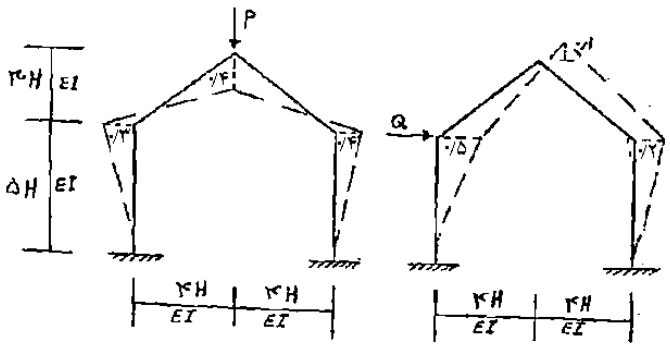
چه رابطه‌ای بین P و Q در قاب دروازه‌ای زیر برقرار است؟

۱) $P = Q$

۲) $P = 2Q$

۳) $P = -2Q$

۴) $P = 3Q$



$-P \times 0.1 = -Q \times 0.3 \rightarrow P = 3Q$

سراسری ۸۴

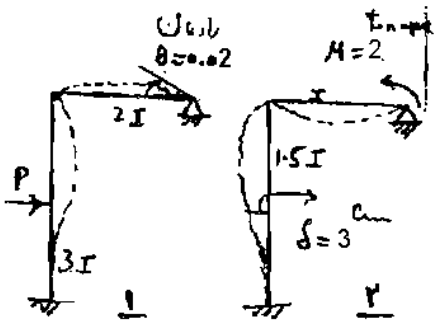
۷۴- با توجه به اشکال ۱ و ۲ مقدار P چقدر است؟

۱) $P = -1$ ton

۲) $P = \frac{2}{3}$ ton

۳) $P = \frac{4}{3}$ ton

۴) $P = \frac{8}{3}$ ton



$-P \times 0.03 = -2 \times 0.04 \rightarrow P = \frac{8}{3}$ ton

سراسری ۸۱

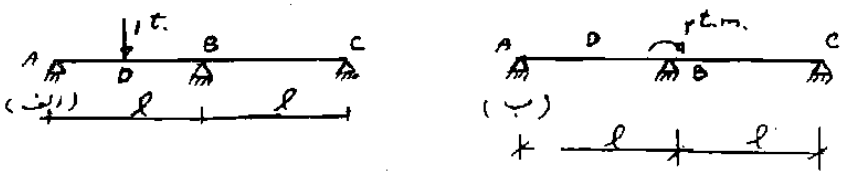
۵۰- تیر ABC تحت بارگذاری (الف) و (ب) قرار گرفته است . اگر تحت اثر بارگذاری (الف) $\theta_B = 0/01$ R باشد ، تغییر مکان نقطهٔ D تحت بارگذاری (ب) چقدر است؟

۱) ۰/۰۱

۲) ۰/۰۲

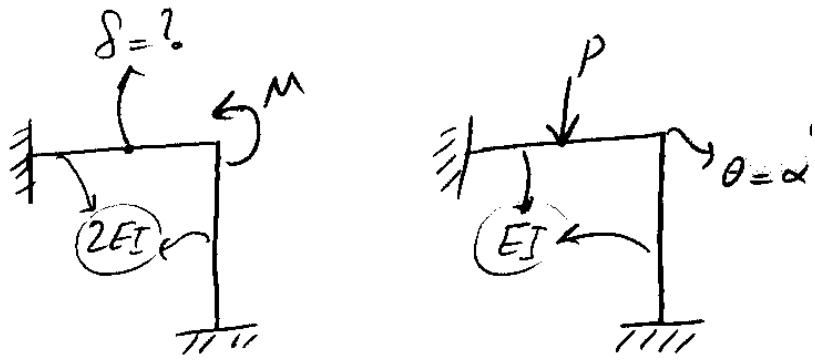
۳) ۱cm

۴) ۲cm



$1 \times \Delta_D = 2 \times 0.01 \rightarrow \Delta_D = 0.02\ m = 2\ cm$

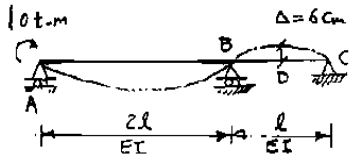
مثال:

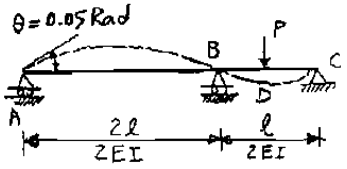


$$P \times \delta = M \times \frac{\alpha}{2} \rightarrow \delta = \frac{M \times \alpha}{2P}$$

سراسری ۸۲

۴۶- با توجه به اشکال زیر مقدار P را به دست آورید. تغییر شکل تیر در اثر اعمال بار در شکل نشان داده شده است سختی هر تیر در کنار آن نوشته شده است؟





۱) $\frac{۱}{۶}$ ton

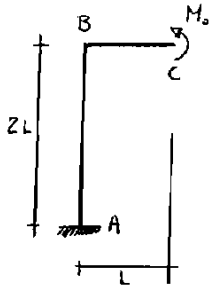
۲) $\frac{۲۵}{۳}$ ton

۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ton

۴) $\frac{۵۰}{۳}$ ton

$$-10 \times 0.1 = -P \times 0.06 \rightarrow P = \frac{50}{3}\ ton$$

سراسری ۸۳



۷۰. اگر جابجایی افقی نقطه B تحت اثر ممان متمرکز M_0 در انتهای آزاد C مطابق شکل روبرو برابر Δ باشد، آنگاه جابجایی قائم انتهای آزاد C تحت اثر بار افقی $\frac{M_0}{2L}$ در نقطه B چقدر خواهد بود؟

۱) Δ

۲) 2Δ

۳) $\frac{\Delta}{2}$

۴) 4Δ

سراسری ۸۸

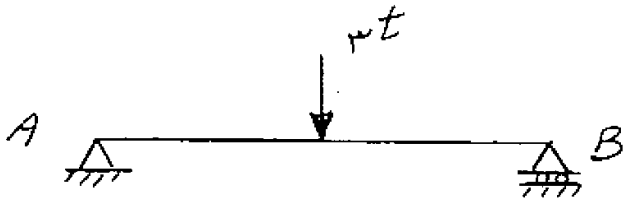
۸۲- تیر AB به طول ۴m و صلبیت خمشی $EI = 10^7\ t.m^2$ مفروض است. مساحت زیر منحنی تغییر شکل بر حسب cm^2 چقدر است؟ (منظور منحنی تغییر شکل ناشی از خمش می‌باشد.)

۱) ۲۰

۲) ۱۰

۳) ۱۵

۴) ۵



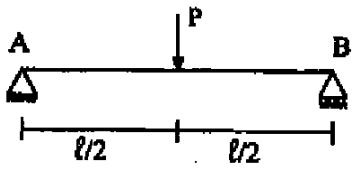
1× مساحت زیرسنی = 3× Δ2 → مساحت زیرسنی = $3\times\frac{5}{384}\frac{1\times4^4}{EI}$

$=\frac{15\times4^4}{384\times10^4}=$

$=0.001\ m^2=10\ cm^2$

دکتری ۹۱

۱۳- مساحت زیر منحنی تغییر شکل تیر AB تحت اثر بار P در وسط دهانه چقدر است؟



۱) $\frac{Pl^4}{96EI}$

۲) $\frac{Pl^4}{72EI}$

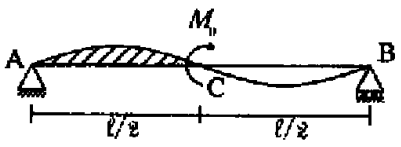
۳) $\frac{Pl^4}{64EI}$

۴) $\frac{5Pl^4}{384EI}$

دکتری ۹۲

۱۹- لنگر خمشی متمرکز M_0 به وسط تیر AB اعمال شده است. مساحت زیر منحنی تغییر شکل یافتهٔ تیر بین A و C (هاشورخورده) کدام است؟

EI تیر ثابت فرض می‌شود. (راهنمایی: استفاده از قضیهٔ تقابل)



۱) $\frac{5M_0\ell^2}{384EI}$

۲) $\frac{7M_0\ell^2}{384EI}$

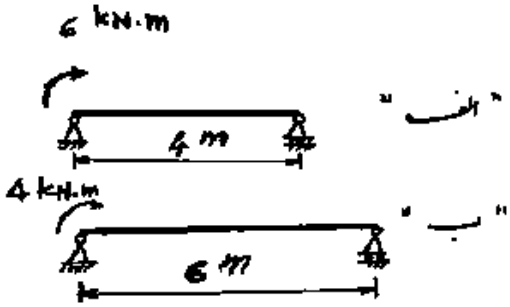
۳) $\frac{11M_0\ell^2}{384EI}$

۴) $\frac{M_0\ell^2}{384EI}$

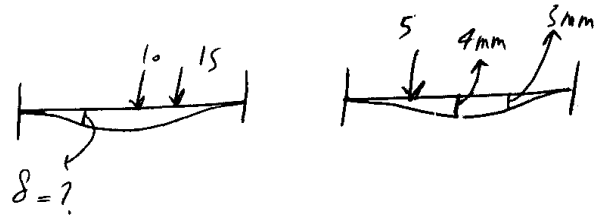
سراسری ۹۴

۶۳- در تیرهای داده شده با EI یکسان، سطح زیر منحنی تغییر شکل تیر ب چند برابر سطح زیر منحنی تغییر شکل تیر الف است؟

۱) ۰/۲۴۶
۲) ۰/۴۴۴
۳) ۲/۲۵
۴) ۳/۳۷۵

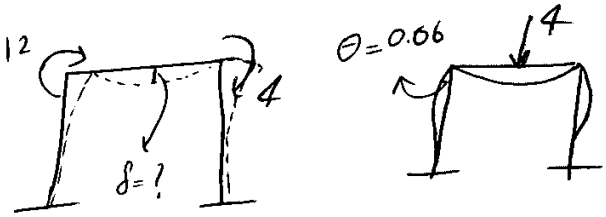


مثال

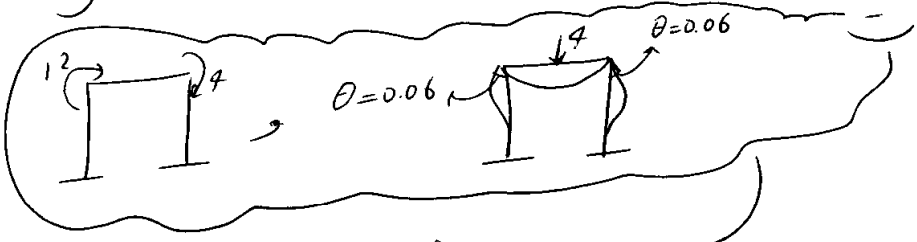


$10\times 4+15\times 3 = 5\times\delta \rightarrow \delta = \frac{85}{5} = 17mm$

مثال



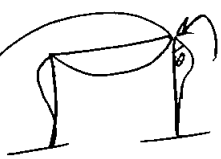
نکته: در برخی مسائل تغییر شکل که را ناقص می دهند! برای مثال اگر مسئله فوق به صورت



می بود

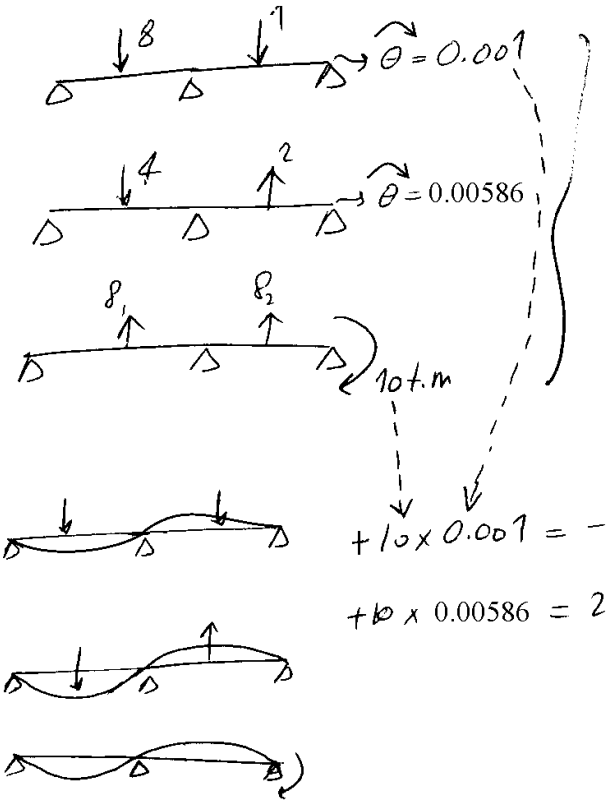
$12\times 0.06 + 4(-0.06) = 4\times\delta \rightarrow \delta = 0.12m$

ولی باتوجه به تقارن لازم نیست



می دانیم که $\theta_L = \theta_R = 0.06$ است

مثال ۵

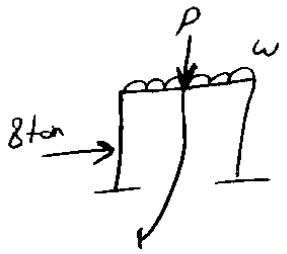


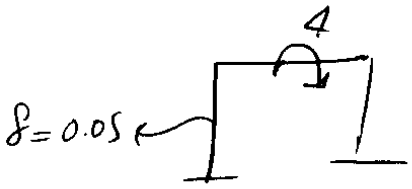
$+10 \times 0.001 = -1 \times \delta_2 - 8 \times \delta_1$

$+10 \times 0.00586 = 2 \times \delta_2 - 4 \times \delta_1$

$\rightarrow \quad \delta_1 = -3.95 \times 10^{-3}\,m \quad , \quad \delta_2 = 2.143 \times 10^{-2}\,m$

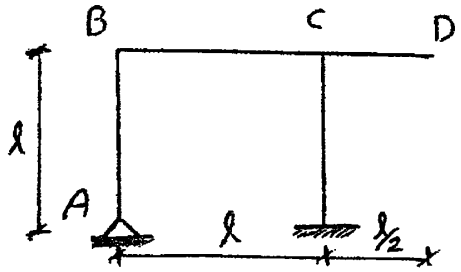
مثال





آزاد ۸۹

۷۵- در اثر اعمال لنگر $M = PL$ به گرهٔ C، این نقطه به مقدار Δ تغییرمکان می‌دهد. جابجایی قائم D در اثر اعمال نیروی افقی 2P به گرهٔ B کدام است؟ (EI ثابت است)

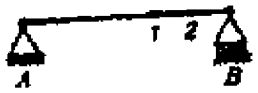


۱) 2Δ ۲) Δ

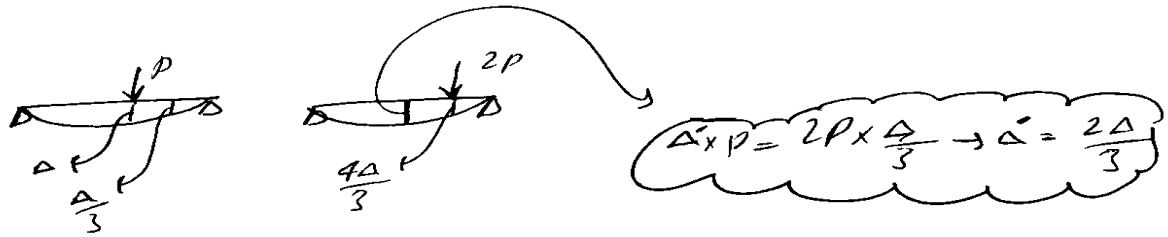
۳) $\frac{\Delta}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}\Delta$

آزاد ۸۸

۶۰- در تیر زیر تغییر مکان نقاط ۱ و ۲ تحت اثر بار قائم P در نقطه ۱ به ترتیب برابر Δ و $\frac{\Delta}{3}$ می باشد و تغییر مکان نقطه ۲ تحت اثر بار قائم 2P در نقطه ۲ برابر $\frac{4}{3}\Delta$ می باشد. اگر بارهای قائم P و 2P بطور همزمان در نقاط ۱ و ۲ وارد شوند انرژی کرنشی تیر چقدر می شود؟



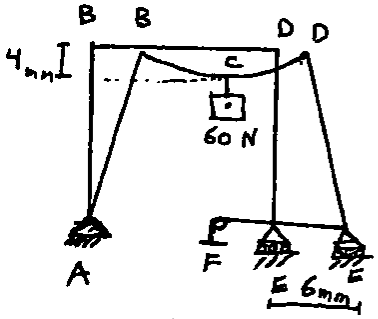
۱) $\frac{7}{3}P\Delta$ ۲) $\frac{5}{3}P\Delta$ ۳) $\frac{11}{6}P\Delta$ ۴) $\frac{5}{2}P\Delta$



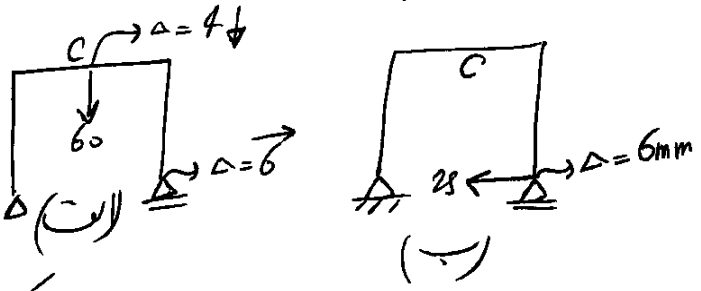
$$U = \frac{P\left(\Delta + \frac{2\Delta}{3}\right) + 2P \times \left(\frac{\Delta}{3} + \frac{4\Delta}{3}\right)}{2} = \frac{5P\Delta}{2}$$

آزاد ۸۵

۷۸- تغییر شکل قابی تحت اثر بار ۶۰ نیوتن مطابق شکل زیر است. برای اینکه جابجایی تکیه گاه E در جهت افقی صفر شود باید بار ۲۵ نیوتن در آویز F قرار دهیم. تغییر مکان قائم C تحت اثر مشترک بارهای ۲۵ و ۶۰ نیوتنی چقدر است؟



۱) ۱/۵ mm ۲) ۲ mm
۳) ۲/۵ mm ۴) 0



بتی ماکسول → $(\Delta_{C_{\downarrow}}^{\text{ب}}) \times 60 = -25 \times 6 \rightarrow \Delta_C = -2.5\,mm$

$\Delta_C = 4 - 2.5 = 1.5\,mm$ ↓

آزاد ۸۳

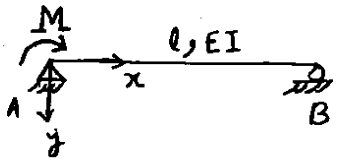
۲۹- در تیر زیر منحنی تغییر شکل تحت اثر لنگر M در تکیه گاه A بصورت $y(x)=\frac{M}{6EIl}(x^3-3x^2l+2xl^2)$ ی باشد. بار قائم P را در چه فاصله‌ای از تکیه گاه B اعمال کنیم تا شیب تکیه گاه A ماکزیمم شود؟

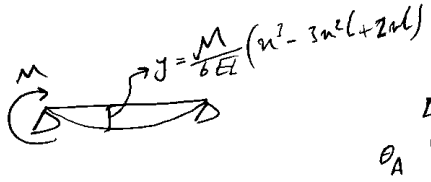
۱) $\frac{l}{2}$

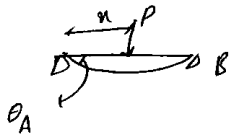
۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}l$

۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}l$

۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}l$







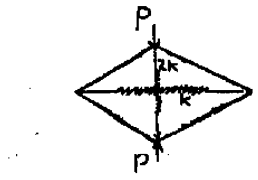
بتی ماکسول

$M\times\theta_A = P\times y \rightarrow \theta_A = \frac{Py}{M} \rightarrow \theta_A = \frac{P}{6EI}(x^3-3x^2l+2xl^2) \longrightarrow \theta_A' = 0 \rightarrow 3x^2-6xl+2l^2=0$

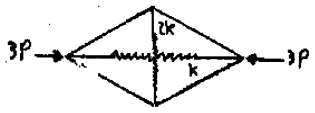
$\rightarrow x = \left(\frac{6\pm\sqrt{36-4\times3\times2}}{2\times3}\right)l \rightarrow x = \begin{cases}(1+\frac{\sqrt{3}}{3})l \longrightarrow \text{غیر قابل قبول} \\ (1-\frac{\sqrt{3}}{3})l \checkmark\end{cases} \longrightarrow \text{فاصله از B} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

تمرین آزاد ۹۱

۷۸- اگر تحت بارگذاری نشان داده شده در سازه (الف)، نیروی ایجاد شده در فنر افقی برابر با F_0 باشد آنگاه تحت بارگذاری سازه (ب) چه نیرویی در فنر قائم آن ایجاد می‌شود؟



(الف)



(ب)

۱) $2F_0$

۲) $4F_0$

۳) $6F_0$

۴) $8F_0$

iran-archive.com

گزینه ۳

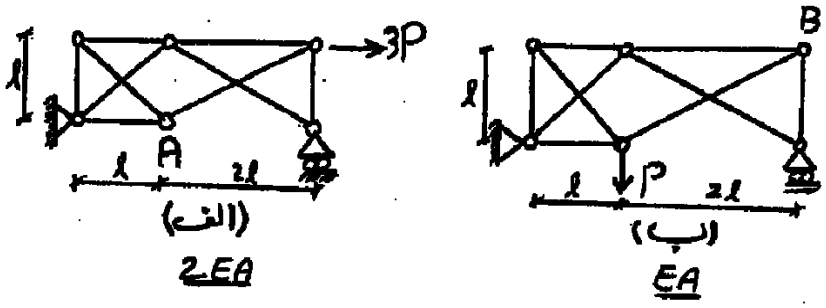
با استفاده از قانون بتی ماکسول می توان نوشت:

$$P\left(\text{الف}\right)\times\Delta\left(\text{ب}\right)=3p(\text{ب})\times\Delta(\text{الف})$$

با توجه به اینکه نیروی فنر در سازه الف برابر $F0$ می باشد، و سختی فنر k می باشد، Δ فنر افقی در سازه الف برابر $\frac{F_0}{k}$ می باشد. با فرض اینکه نیرو در فنر قائم سازه ب F باشد، داریم:

$$P\times\frac{F}{2k}=3p\times\frac{F_0}{k}\rightarrow F=6F_0$$

تمرین آزاد ۹۲



۶۵- اگر در خرپای الف (با صلبیت محوری 2EA)، تغییرمکان قائم گره A برابر با Δ باشد آنگاه تغییرمکان افقی گره B در خرپای ب (با صلبیت محوری EA) کدام است؟

۱) $\frac{\Delta}{3}$ ۲) $\frac{\Delta}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}\Delta$ ۴) $\frac{3}{2}\Delta$

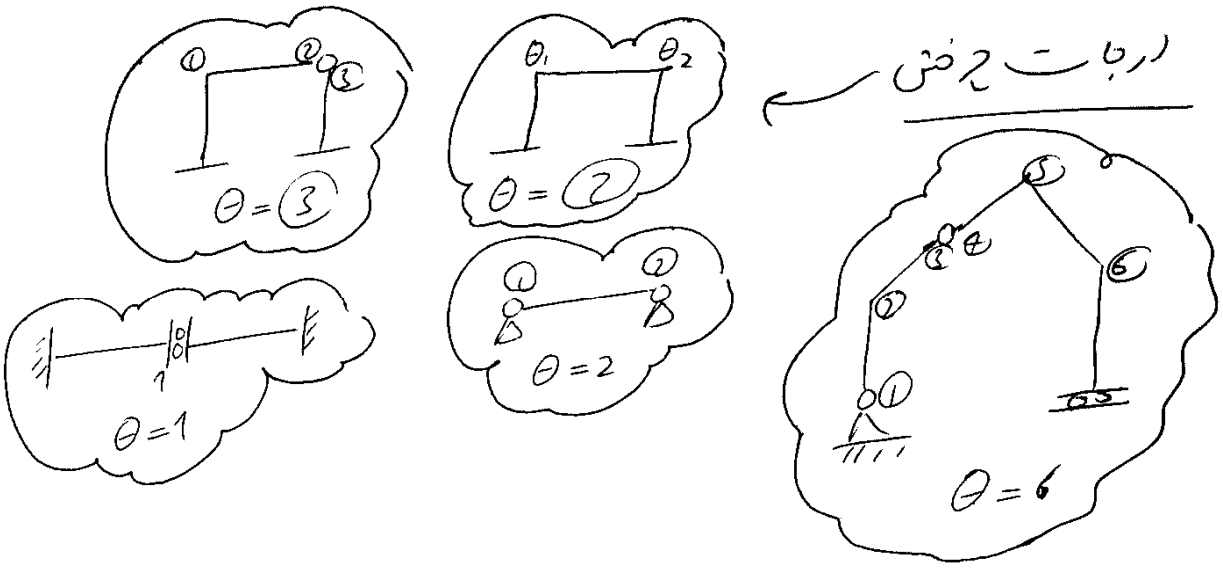
گزینه ۳: ازقضیه بتی ماکسول استفاده می کنیم. دقت شود که در صورتی که سختی خرپای الف به جای 2EA برابر EA باشد، تغییرشکلهای آن دو برابر خواهند شد:

$$\left(2\Delta_{A-\text{الف}}\right)\times P=\Delta_{B-\text{ب}}\times 3P \quad \rightarrow \Delta_{B-\text{ب}}=\frac{2}{3}\Delta$$

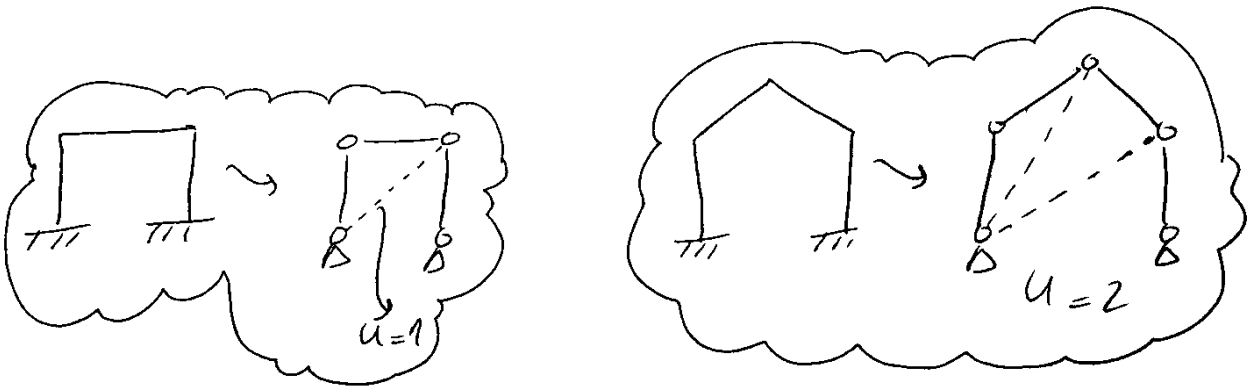
۱۲-شیب افت

درجات آزادی انتقالی و چرخش :

درجات چرخش ←



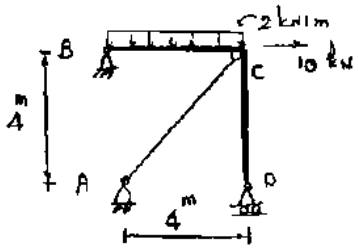
درجات انتقالی



سراسری ۸۴

با صرف نظر کردن از اثر نیروی محوری در قطعه BCD، مقدار F_{AC} کدام است؟

$E=$ ثابت، I (کلیه اعضاء) $= ۱۰۰\ cm^۴$، سطح مقطع میله AC $= ۲\ cm^۲$



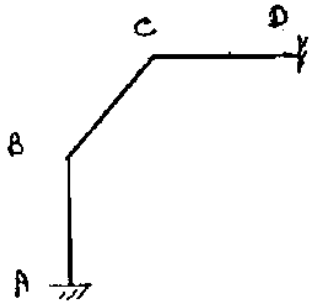
۱) صفر

۲) ۵ kN

۳) ۱۰ kN

۴) ۲۰ kN

سراسری ۸۴



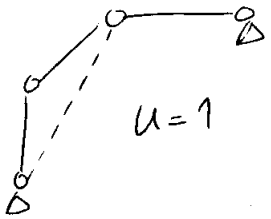
سازه شکل مقابل کلاً چند Δ مستقل دارد؟ (جابجایی هر گره: Δ)

۱) صفر

۲) یکی

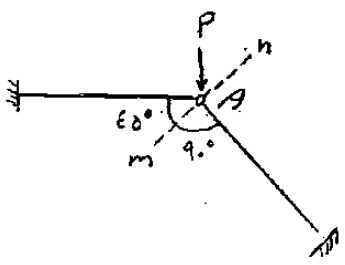
۳) دو

۴) سه



سراسری ۸۵

۷۸- تغییر مکان نقطهٔ A در راستای mn چقدر است؟ (طول اعضا ℓ و صلبیت خمشی آنها EI است.)



۱) صفر

۲) $\frac{P\ell^۳}{۳EI}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}P\ell^۳}{۶EI}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}P\ell^۳}{۳EI}$

دکتری ۹۳

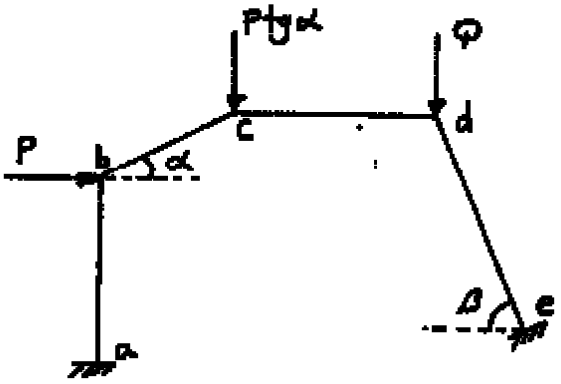
۱۳- اگر هیچکدام از نقاط d،c،b در قاب زیر حرکت نداشته باشند، مقدار $\frac{Q}{P}$ چه قدر می‌باشد؟ (عضو ab عمودی و عضو cd افقی می‌باشد.)

۱) $\cos\beta$

۲) $tg\,\beta$

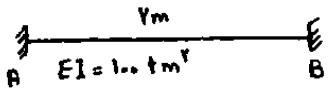
۳) $tg\,\alpha$

۴) $tg\,\alpha \times tg\,\beta$



آزاد ۸۴

۳۱- لنگر گیرداری ناشی از نشست تکیه گاه B به اندازه ۵ سانتی متر در تکیه گاه A چقدر است؟



۱) ۷/۵ تن متر ۲) ۳/۷۵ تن متر ۳) ۱/۲۵ تن متر ۴) ۱۵ تن متر

$$M_A = \frac{-6EI\delta}{L^2} = \frac{-6 \times 100 \times 0.05}{2^2} = -7.5\ t.m$$

سراسری ۸۱

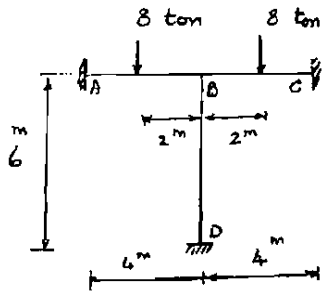
M_A را بر حسب t.m حساب کنید؟

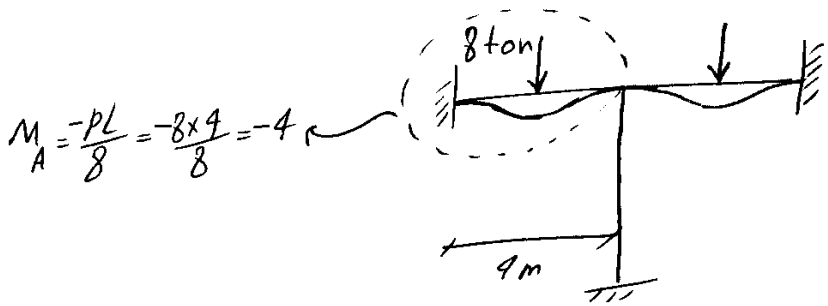
۱) -۲

۲) -۴

۳) -۸

۴) -۱۶

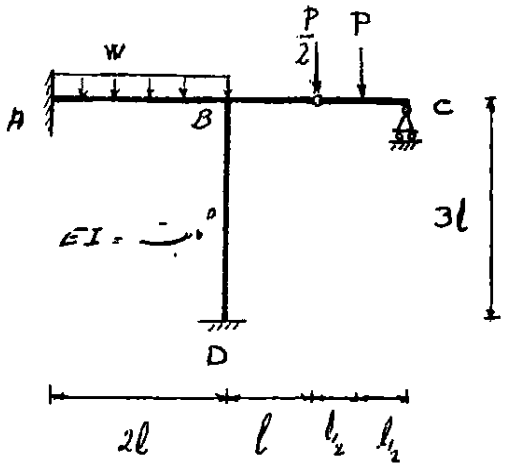




$$M_A = \frac{-PL}{8} = \frac{-8 \times 9}{8} = -9$$

سراسری ۹۲

۵۶- در سیستم روبه‌رو، P چقدر انتخاب شود تا M_D صفر شود؟



۱) $\frac{w\ell}{۳}$

۲) $\frac{۳w\ell}{۸}$

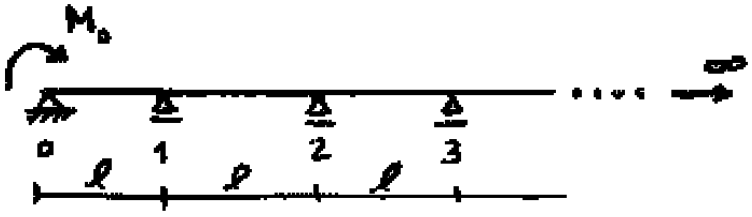
۳) $\frac{w\ell}{۶}$

۴) $\frac{w\ell}{۱۲}$

با استفاده از روش شیب افت، گزینه ۱ صحیح است (MD زمانی صفر می شود که دوران در گره B صفر باشد).

دکتری ۹۳

۱۶- در تیر یکسره زیر با تعداد دهانه‌های بینهایت، طول هر دهانه ℓ و صلبیت خمشی EI می‌باشد. اگر تحت اثر لنگر $M_۰$، لنگر در تکیه‌گاهها از قانون $M_{i+۱} = \alpha M_i (i = ۰,۱,...)$ تبعیت کند میزان دوران در تکیه‌گاه ابتدایی ($\theta_۰$) چه مقدار می‌باشد؟ ($\alpha = ۲ - \sqrt{۳}$)



۱) $\frac{۳\alpha^۲ M_۰ \ell}{۱۰ EI}$

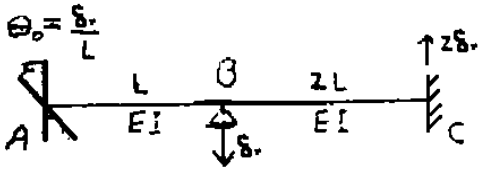
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۶}\frac{M_۰ \ell}{EI}$

۳) $\frac{۲\alpha^۲ M_۰ \ell}{EI}$

۴) $\frac{۳M_۰ \ell}{۱۰ EI}$

آزاد ۸۷

دوران گره B بر اثر نشست های تکیه گاهی نشان داده شده کدام است؟



۱) $\frac{25}{12}\frac{\delta_0}{L}$

۲) $\frac{7}{12}\frac{\delta_0}{L}$

۳) $\frac{7}{8}\frac{\delta_0}{L}$

۴) $\frac{8}{25}\frac{\delta_0}{L}$

$$\begin{cases} M_{BC} = \frac{4EI\,\theta_B}{(2L)} + \frac{2EI(\theta_C)}{(2L)} - \frac{6EI(-\delta_0)}{(2L)^2} \\ M_{BA} = \frac{4EI\,\theta_B}{L} + \frac{2EI(-\frac{\delta_0}{L})}{L} - \frac{6EI(\delta_0)}{L^2} \end{cases}$$

$$M_{BC} + M_{BA} = 0 \longrightarrow \left(2\theta + 4.5\frac{\delta_0}{L}\right) + 4\theta - \frac{2\delta_0}{L} - 6\frac{\delta_0}{L} = 0$$

$$\longrightarrow \theta = \frac{3.5\,\delta_0}{6 \times L} = \frac{7\delta_0}{12L}$$

سراسری ۸۴

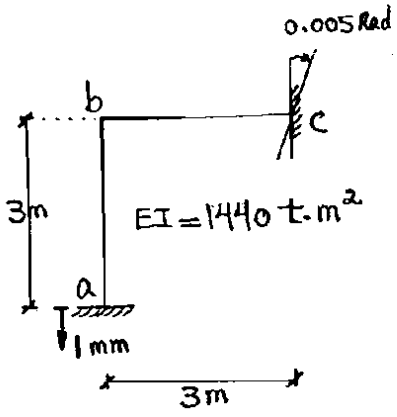
در قاب شکل مقابل تحت نشست در تکیه‌گاه a و دوران در تکیه‌گاه c ، M_{cb} بر حسب kg.m چقدر است؟ (از تغییر شکل‌های محوری و برشی صرفنظر می‌گردد.)

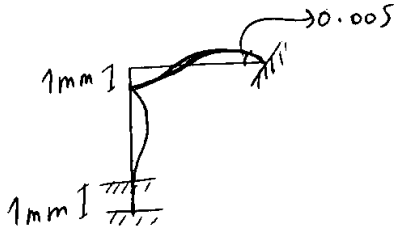
۱) ۸۱۶۰

۲) ۸۶۴۰

۳) ۹۱۲۰

۴) ۱۰۵۶۰





برای یافتن M_{cb}

نیاز به θ_b داریم بنابراین ابتدا θ_b را حساب می‌کنیم

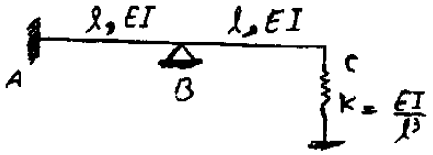
$$M_{bc} + M_{ba} = 0$$

$$\left(\frac{4EI\theta_b}{3} + \frac{2\times 0.005\times EI}{3} - \frac{6EI(-0.001)}{3^2}\right) + \left(\frac{4EI\theta_b}{3}\right) = 0$$

$$\longrightarrow \theta_b = \frac{-0.002 - 0.01}{8} \Rightarrow M_{cb} = \frac{4EI(0.005)}{3} + \frac{2EI(-0.0015)}{3} - \frac{6EI(0.001)}{3^2}$$

$$\longrightarrow M_{cb} = 9.12\ t.m = 912\ kg.m$$

آزاد ۹۱



۶۹- اگر تحت بارگذاری عرضی نامشخص در قسمت AB، فنر به اندازه δ_0 فشرده شود. آنگاه دوران گره C کدام است؟

۱) $\frac{1}{6}\frac{\delta_0}{\ell}$ ۲) $\frac{5}{6}\frac{\delta_0}{\ell}$

۳) $\frac{2}{3}\frac{\delta_0}{\ell}$ ۴) $\frac{\delta_0}{\ell}$

گزینه ۲

نیروی وارد بر فنر برابر است با: $F_C = \frac{EI}{L^3}\delta_0$ **و در نتیجه لنگر در نقطه** B **برابر است با:** $M_B = FL = \frac{EI}{L^2}\delta_0$

حال با استفاده از روابط شیب افت برای قسمت BC **داریم:**

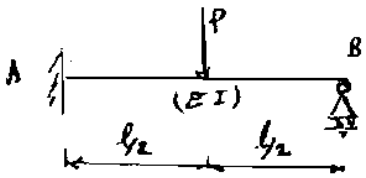
$$M_{CB} = 0 = \frac{4EI\theta_C}{l} + \frac{2EI\theta_B}{l} - \frac{6EI\delta_0}{l^2} \rightarrow \frac{4EI\theta_B}{l} = -\frac{8EI\theta_C}{l} + \frac{12EI\delta_0}{l^2}$$

$$M_{BC} = FL = \frac{EI}{l^2}\delta_0 = \frac{4EI\theta_B}{l} + \frac{2EI\theta_C}{l} - \frac{6EI\delta_0}{l^2} = -\frac{6EI\theta_C}{l} + \frac{6EI\delta_0}{l^2} \quad \rightarrow \quad \theta_C = \frac{5\delta_0}{6l}$$

۱۲-۱-روش اصلاح شده

سراسری ۸۳

۷۴. تکیه‌گاه B به اندازه $1cm$ نشست می‌کند، M_A را حساب کنید؟

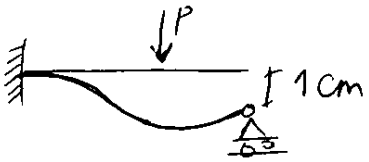


۱) $M_A = -\frac{p\ell}{8} - \frac{3EI}{\ell^2}$

۲) $M_A = -\frac{3p\ell}{16} - \frac{6EI}{\ell^2}$

۳) $M_A = -\frac{3p\ell}{16} - \frac{3EI}{\ell^2}$

۴) $M_A = -\frac{p\ell}{8} - \frac{6EI}{\ell^2}$



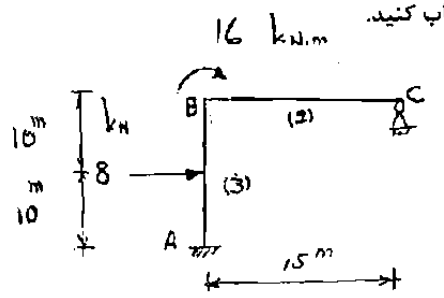
$$M_A = \frac{3EI\left(\frac{1}{6}\right)^{\theta_A}}{\ell} - 1.5\frac{PL}{8} - \frac{3EI(1)}{\ell^2}$$

$$= -\frac{3PL}{16} - \frac{3EI}{\ell^2}$$

سراسری ۸۵

اعداد نوشته شده داخل پرانتز مقادیر نسبی $\frac{I}{l}$ اعضا می‌باشد. M_A را حساب کنید.

۱) $-۴/۳۳$ kN.m
۲) $-۱۶/۳۳$ kN.m
۳) $-۲۱/۳۳$ kN.m
۴) $-۴۰/۳۳$ kN.m



لنگر خارجی ↑

$$M_{BC} + M_{BA} = 16$$

$$\left[3(2)(E)\theta_B\right] + \left[4(3)(E)\theta_B + \frac{8\times 20}{8}\right] = 16$$

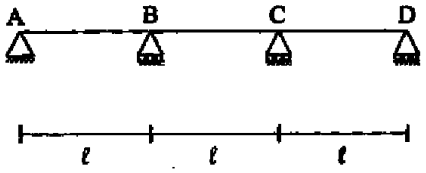
$$\rightarrow \theta_B = \frac{-2}{7E} \Longrightarrow M_A = \frac{2EI\theta_B}{20} - \frac{8\times 20}{8} = 2(3)E\theta_B - 20$$

$$\Rightarrow M_A = 6\times\left(\frac{-2}{7}\right) - 20 = -21.33$$

دکتری ۹۱

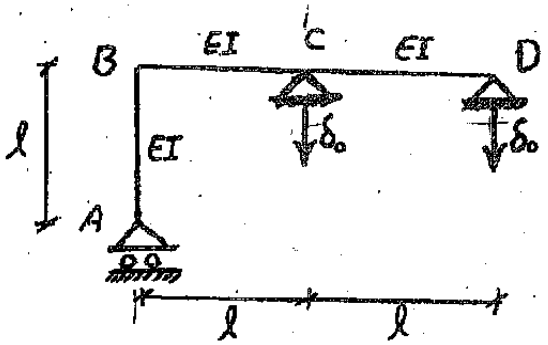
۲۰- تکیه‌گاه B تیر مطابق شکل به اندازهٔ $۰/۰۲$ m به سمت پائین نشست می‌کند. لنگر خمشی آن تکیه‌گاه کدام است؟ (EI را ثابت فرض کنید.)

۱) $۰/۰۱۸\ \frac{EI}{l^2}$
۲) $۰/۰۳۶\ \frac{EI}{l^2}$
۳) $۰/۰۷۲\ \frac{EI}{l^2}$
۴) $۱/۴۴\ \frac{EI}{l^2}$



آزاد ۹۲

۷۶- دوران گره C در قاب نشان داده شده تحت نشست‌های تکیه‌گاهی به مقدار δ_0 کدام است؟



۱) $\frac{1}{2}\frac{\delta_0}{\ell}$

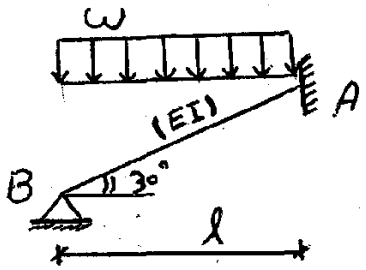
۲) $2\frac{\delta_0}{\ell}$

۳) $3\frac{\delta_0}{\ell}$

۴) $4\frac{\delta_0}{\ell}$

آزاد ۹۲

۶۲- لنگر تکیه‌گاه گیردار A کدام است؟



۱) $\frac{\omega\ell^2}{4}$

۲) $\frac{\omega\ell^2}{8}$

۳) $\frac{\omega\ell^2}{12}$

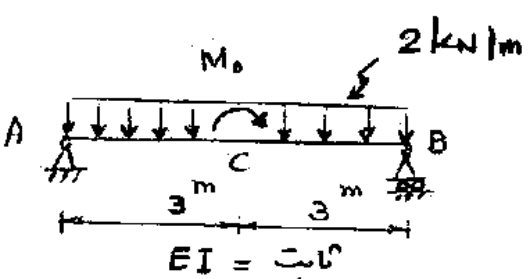
۴) $\frac{\omega\ell^2}{24}$

گزینه ۲: $M = 1.5\frac{wl^2}{12} = \frac{wl^2}{8}$

۱۲-۲-تقارن در شیب افت

سراسری ۸۷

۷۷- M_0 را آنچنان تعیین کنید که θ_C برابر ۰/۰۲ رادیان گردد.



۱) ۰/۰۱ EI

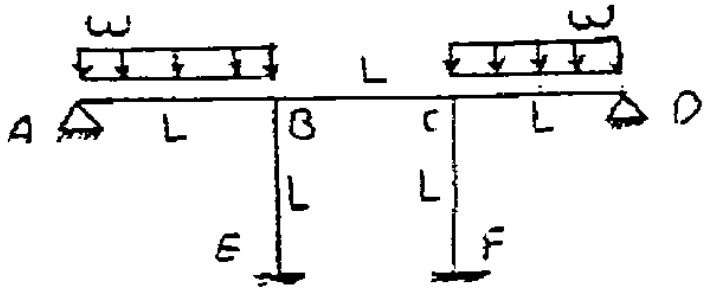
۲) ۰/۰۲ EI

۳) ۰/۰۴ EI

۴) ۰/۰۸ EI

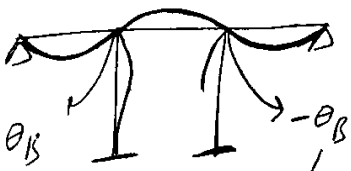
آزاد ۸۷

M_{BE} کدام است؟



۱) $\frac{\omega L^2}{28}$ ۲) $\frac{\omega L^2}{8}$

۳) $\frac{\omega L^2}{18}$ ۴) $\frac{5\omega L^2}{72}$



برای بدست آوردن M_{BE} باید θ_B را داشته باشیم

با حل تقارن

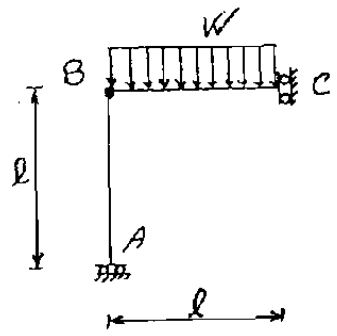
$$M_{BA} + M_{BE} + M_{BC} = 0$$

$$\left(\frac{3EI\theta}{L} + 1.5\times\frac{\omega L^2}{12}\right) + \left(\frac{4EI\theta}{L}\right) + \left(\frac{4EI\theta}{L} - \frac{2EI\theta}{L}\right) = 0$$

$$\longrightarrow \theta(3+4+2) = \frac{-\omega L^3}{8EI} \rightarrow \theta = \frac{-\omega L^3}{72EI} \rightarrow M_{BE} = \frac{4EI\theta}{L} = \frac{-\omega L^2}{18}$$

سراسری ۸۴

۶۴- در قاب شکل مقابل صلبیت خمشی اعضا **EI** می‌باشد. دوران سمت راست مفصل **B** (مربوط به تیر **BC**) مطابق با کدام پاسخ می‌باشد؟



۱) $\frac{Wl^3}{3EI}$

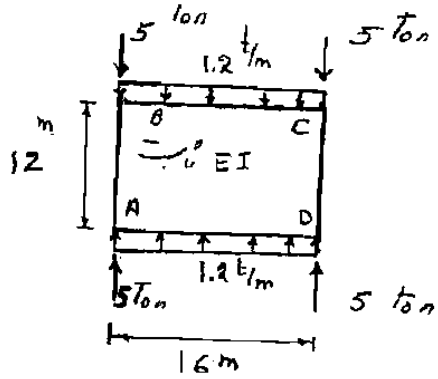
۲) $\frac{Wl^3}{2EI}$

۳) $\frac{Wl^3}{4EI}$

۴) $\frac{Wl^3}{6EI}$

سراسری ۸۶

۶۱- در سازهٔ شکل زیر چرخش θ_B چقدر است؟

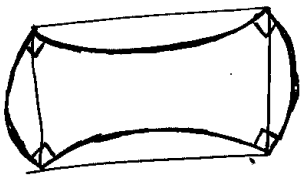


۱) $\frac{۲۵/۶}{EI}$

۲) $\frac{۶۱۴/۴}{EI}$

۳) $\frac{۴۳/۹}{EI}$

۴) $\frac{۸۷/۸}{EI}$



با توجه به تقارن $\theta_C = -\theta_B$

$\theta_A = -\theta_B$

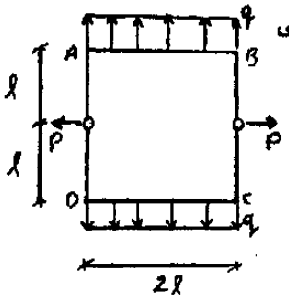
برای B داریم $M_{BC} + M_{BA} = 0$

$$\left[\frac{4EI\theta_B}{16} + \frac{2EI(-\theta_B)}{16} - \frac{q\,(12)^2}{12}\right] + \left[\frac{4EI\theta_B}{12} + \frac{2EI(-\theta_B)}{12}\right] = 0$$

$$\rightarrow \theta_B = \frac{87.8}{EI}$$

آزاد ۹۱

۷۳- در شکل نشان داده شده، مقدار q چقدر باشد تا دوران در گوشه‌های سازه مربعی صفر گردد؟ (EI ثابت می‌باشد)



۱) $q = \frac{2}{3}\frac{P}{\ell}$

۲) $q = \frac{3}{2}\frac{P}{\ell}$

۳) $q = \frac{5}{2}\frac{P}{\ell}$

۴) $q = \frac{2}{5}\frac{P}{\ell}$

گزینه ۲

با توجه به اینکه دوران گرهها صفر است:

$$M_{BA} = \frac{q(2L)^2}{12} \quad , \quad M_{BC} = \frac{p}{2} \times L \quad \rightarrow M_{BA} = M_{BA} \rightarrow q = \frac{3P}{2L}$$

سراسری ۹۱

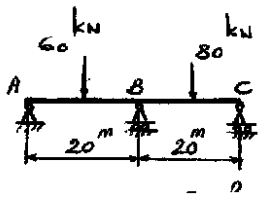
۶۴- در صورتی که تیر در نقطه B قطع شود، چه مقدار لنگر خمشی به صورت ($\overset{M}{\curvearrowleft}$) باید به دو لبه تیر در این نقطه اعمال گردد تا تیر به حالت اولیه برگردد؟

۱) ۵۲۵

۲) ۱۸۷٫۵۵

۳) ۲۶۲٫۵

۴) ۹۳٫۷۷



در واقع مسأله مقدار لنگر خمشی را در نقطه B می خواهد

با استفاده از روش شیب افت:

$$B \text{ گره: } \sum M_B = 0 \rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0$$

$$\rightarrow \left[\frac{3EI\theta_B}{20} + 1.5 \times \frac{60 \times 20}{8}\right] + \left[\frac{3EI\theta_B}{20} - 1.5 \times \frac{80 \times 20}{8}\right] = 0$$

$$\rightarrow \frac{3EI\theta_B}{20} = \frac{1}{2} \times 1.5 \times \frac{20 \times 20}{8}$$

$$\rightarrow M_{BA} = \frac{3EI\theta_B}{20} + 1.5 \times \frac{60 \times 20}{8} = 1.5 \times \frac{70 \times 20}{8} = \frac{2100}{8} = \boxed{262.5}$$

سراسری ۸۳

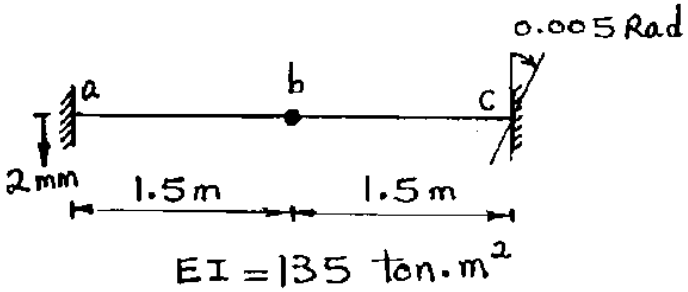
۷۶. در تیر شکل مقابل تحت نشست و چرخش تکیه‌گاهی نشان داده شده M_{ab} بر حسب $kg.m$ کدام است؟

۱) ۴۰۵

۲) ۴۹۵

۳) ۸۵۵

۴) ۹۲۵



دکتری ۹۳

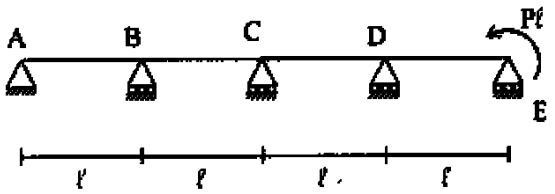
۲۰- تیر سراسری مطابق شکل و با صلبیت خمشی ثابت EI مفروض است. نسبت لنگر خمشی تکیه‌گاه D به تکیه‌گاه B برابر است با:

۱) ۵

۲) ۲۰

۳) ۱۵

۴) ۱۰



سراسری ۹۴

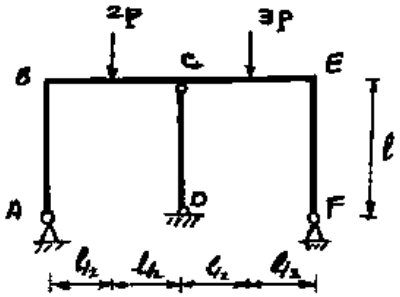
۶۲- θ_C کدام است؟ (ثابت = EI)

۱) $\frac{P\ell^2}{16EI}$

۲) $\frac{P\ell^2}{24EI}$

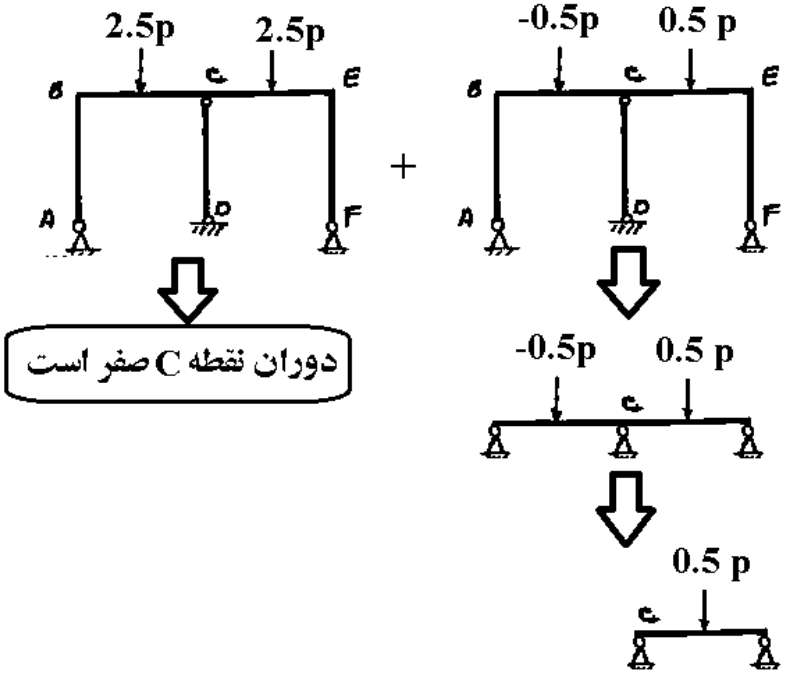
۳) $\frac{P\ell^2}{32EI}$

۴) $\frac{5P\ell^2}{48EI}$



بارگذاری را می توان به مجموع دو سازه متقارن و پادمتقارن تبدیل کرد. در سازه متقارن مقدار دوران صفر خواهد بود. مقدار دوران در سازه پادمتقارن با استفاده از روش شیب افت قابل محاسبه می باشد:

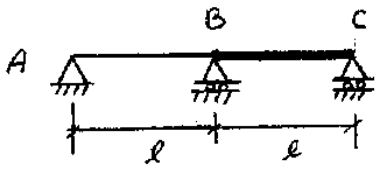
$$\sum M_C = 0 \rightarrow \quad M_{CE} = 0 \rightarrow \frac{3EI}{L}\theta_C - 1.5\left(\frac{0.5PL}{8}\right) = 0 \quad \rightarrow \quad \theta_C = \frac{PL^2}{32EI}$$



۱۲-۳-میله صلب در شیب افت

سراسری ۸۷

۷۱- تیر دو دهانه ABC مفروض است. دهانهٔ AB با صلبیت خمشی EI و دهانهٔ BC با صلبیت خمشی بینهایت است. اگر تکیه‌گاه C به اندازهٔ δ به سمت بالا حرکت کند. لنگر خمشی تکیه‌گاه B را محاسبه کنید.



۱) $\frac{EI\delta}{\ell^2}$

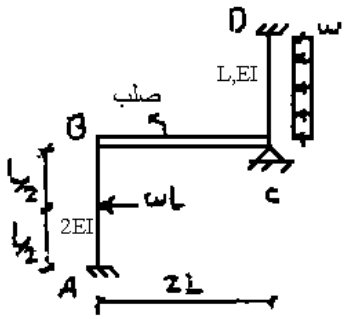
۲) $\frac{2EI\delta}{\ell^2}$

۳) $\frac{3EI\delta}{\ell^2}$

۴) $\frac{6EI\delta}{\ell^2}$

آزاد ۸۷

۶۶- لنگر تکیه گاه گیردار A و D کدام است؟



۱) $M_A = M_D = \frac{\omega L^2}{8}$

۲) $M_A = \frac{\omega L^2}{8}$ ، $M_D = \frac{\omega L^2}{12}$

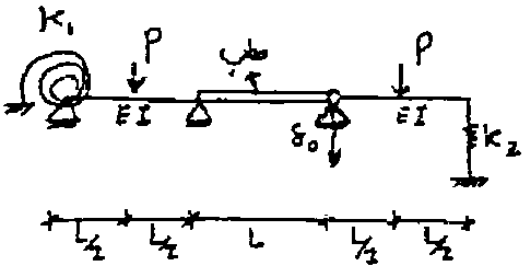
۳) $M_A = \frac{3\omega L^2}{8}$ ، $M_D = \frac{3\omega L^2}{16}$

۴) $M_A = M_D = \frac{\omega L^2}{12}$

آزاد ۸۷

۷۴- لنگر فنر تحت بارگذاری نشان داده شده و نشست تکیه گاهی به مقدار δ_0 کدام است؟

$$\left(K_1=\frac{4EI}{L}\ ,\ K_2=\frac{EI}{L^3}\right)$$

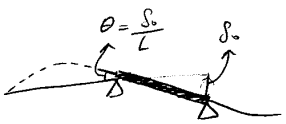


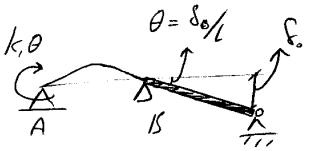
۱) $\frac{EI\delta_0}{L^2}-\frac{PL}{16}$

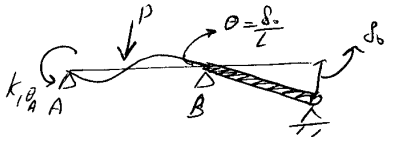
۲) $\frac{2EI\delta_0}{L^2}+\frac{PL}{8}$

۳) $\frac{PL}{16}-\frac{EI\delta_0}{2L^2}$

۴) $\frac{4EI\delta_0}{L^2}+\frac{3PL}{8}$







لنگر داخلی

A گیردار $M_{AB}=M_0 \Rightarrow M_{AB}=-k_1\theta_A$

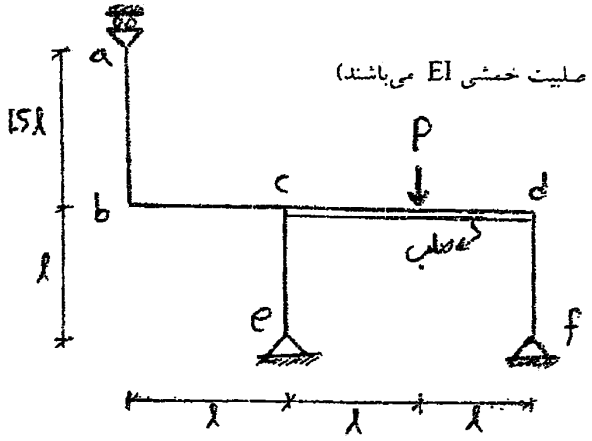
$$\left(\frac{4EI\theta_A}{L}-\frac{PL}{8}+\frac{2EI\theta_B}{L}\right)=\frac{-4EI}{L}\theta_A$$

$$\rightarrow \frac{4EI\theta_A}{L}-\frac{PL}{8}+\frac{2EI\delta_0}{L^2}=-\frac{4EI\theta_A}{L} \rightarrow \theta_A\left(\frac{8EI}{L}\right)=\frac{PL}{8}-\frac{2EI\delta_0}{L^2}$$

$$\rightarrow \theta_A=\frac{PL^2}{64EI}-\frac{\delta_0}{4L} \rightarrow M=-k_1\theta=-\frac{PL}{16}+\frac{EI\delta_0}{L^2}$$

آزاد ۸۹

۷۷- دوران گره b کدام است؟ (میله cd صلب و سایر اعضاء دارای صلبیت خمشی EI می‌باشند)



۱) $\frac{Pl^2}{3EI}$

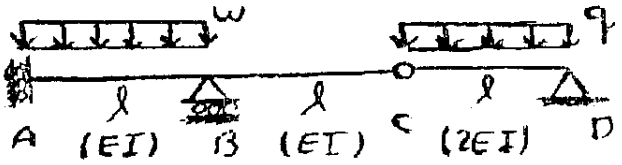
۲) $\frac{Pl^2}{EI}$

۳) صفر

۴) $\frac{Pl^2}{2EI}$

آزاد ۹۰

۷۵- نسبت $\frac{w}{q}$ چقدر باشد تا تغییرمکان تکیه‌گاه A صفر گردد؟



۱) $\frac{5}{6}$

۲) $\frac{6}{5}$

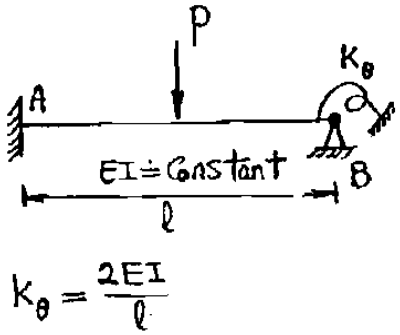
۳) $\frac{5}{24}$

۴) $\frac{24}{5}$

۱۲-۴-فنر پیچشی در شیب افت

سراسری ۸۲

۵۰-در تیر شکل مقابل ممان در فنر پیچشی تکیه گاه B کدامست؟



۱) $\frac{Pl}{۱۲}$

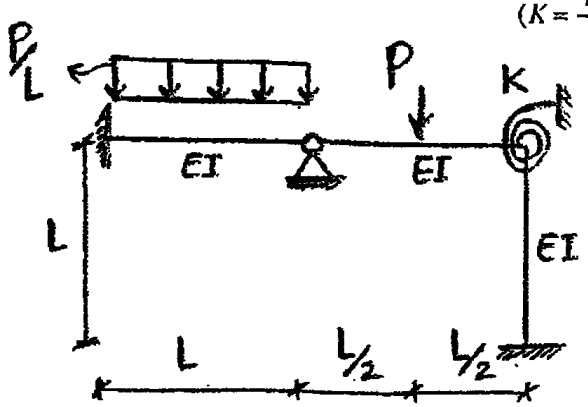
۲) $\frac{Pl}{۱۶}$

۳) $\frac{Pl}{۲۴}$

۴) $\frac{Pl}{۸}$

آزاد ۸۹

۷۶- در سازه نشان داده شده لنگر فنر کدام است؟ $(K=\frac{7EI}{L})$



۱) $\frac{PL}{16}$ ۲) $\frac{PL}{8}$

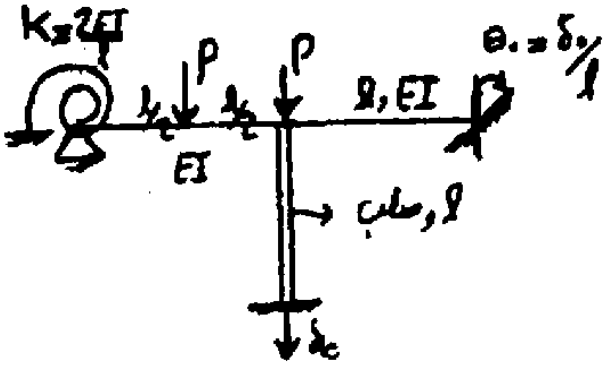
۳) $\frac{PL}{24}$ ۴) صفر

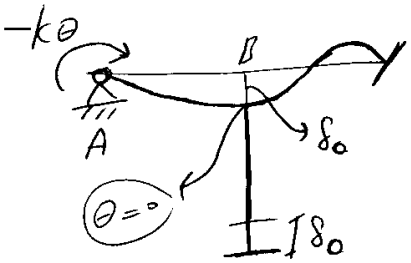
آزاد ۸۸

۷۵- در سازه نشان داده شده لنگر فنر کدام است؟
(δ_0 و θ_0 نشت های تکیه گاهی و k سختی فنر می باشد.)

۱) $\frac{EI\,\delta_0}{l^2}+\frac{Pl}{8}$ ۲) $\frac{2EI\,\delta_0}{l^2}+\frac{Pl}{16}$

۳) $\frac{EI\,\delta_0}{l^2}+\frac{3Pl}{16}$ ۴) $\frac{2EI\,\delta_0}{l^2}+\frac{Pl}{24}$





گره A

لنگر فنری

$M_{AB}=-k\theta$

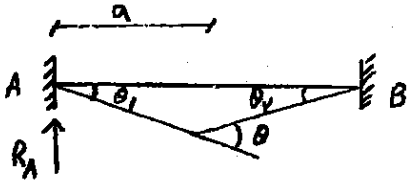
$$\left(\frac{4EI\theta_A}{l}-\frac{6EI\,\delta_0}{l^2}-\frac{Pl}{8}\right)=-\frac{2EI}{l}\theta_A$$

$$\longrightarrow \theta_A=\frac{\delta_0}{l}+\frac{Pl^2}{48EI}$$

$$M_{\text{فنر}}=k\theta_A=\frac{2EI}{l}\theta_A=\frac{2EI\,\delta_0}{l^2}+\frac{Pl}{24}$$

آزاد ۸۴

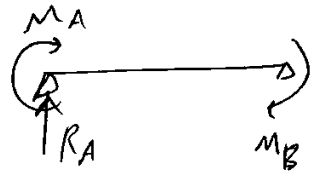
۴۰- عکس العمل تکیه گاه A ناشی از خطای ساخت نشان داده شده در شکل چقدر است؟



EI , l

۱) $R_A=\left(1-\frac{2a}{l}\right)\frac{2EI}{l^2}\theta$ ۲) $R_A=\left(1-\frac{a}{l}\right)\frac{6EI\theta}{l^2}$

۳) $R_A=\left(1-\frac{a}{l}\right)\frac{2EI\theta}{l^2}$ ۴) $R_A=\left(1-\frac{2a}{l}\right)\frac{6EI\theta}{l^2}$



$$\begin{cases}\theta_1=\frac{(l-a)\theta}{l}\\ \theta_2=-\frac{a\theta}{l}\end{cases}$$

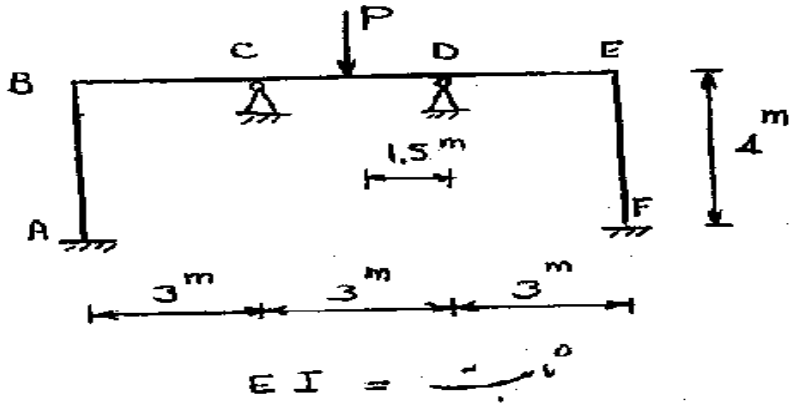
$$M_B=\frac{4EI(-a\theta)}{l^2}+2\left[\frac{(l-a)\theta}{l}\right]\times\frac{EI}{l}\qquad M_A=\frac{4EI}{l}\left[\frac{(l-a)\theta}{l}\right]+\frac{2EI}{l}\left(\frac{-a\theta}{l}\right)$$

$$R_A\times l+M_A+M_B=0\rightarrow R_A=\frac{-(M_A+M_B)}{l}=\frac{EI}{l^2}\theta\left[\frac{4a}{l}-\frac{2(l-a)}{l}-\frac{4(l-a)}{l}+\frac{2a}{l}\right]$$

$$=\frac{EI\theta}{l^2}\left[\frac{12a-6l}{l}\right]=\frac{6EI\theta}{l^2}\left[\frac{2a}{l}-1\right]$$

سراسری ۸۷

P - را آنچنان انتخاب کنید که : $\theta_C=\frac{1}{EI}\ rad$ و $M_{CD}=0$



۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{16}{9}$ ۳) $\frac{9}{16}$ ۴) $\frac{3}{4}$

EI = ثابت

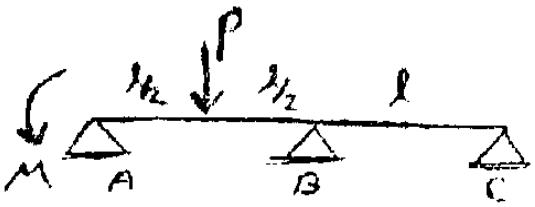
$$M_{CD}=\frac{4EI\theta_C}{l}+\frac{2EI\theta_D}{l}-\frac{Pl}{8}\xrightarrow[\theta_D=-\theta_C]{\text{تقارن}}$$

$$M_{CD}=\frac{2EI\theta_C}{3}-\frac{3P}{8}$$

$$\left.\begin{matrix}M_{CD}=0\\ \theta_C=\frac{1}{EI}\end{matrix}\right\}\rightarrow\frac{2}{3}-\frac{3P}{8}=0\rightarrow P=\frac{16}{9}$$

آزاد ۹۰

۷۶- مقدار M چقدر باشد تا عکس العمل قائم تکیه‌گاه C صفر گردد؟ (صلبیت خمشی تیر EI ثابت می‌باشد)



۱) $\frac{1}{16}Pl$

۲) $\frac{1}{6}Pl$

۳) $\frac{3}{8}Pl$

۴) $\frac{3}{16}Pl$

سراسری ۹۴

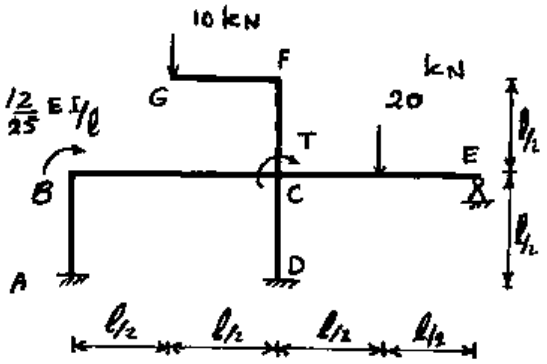
۶۰- اگر T آنچنان باشد که انرژی خمشی در سازه را حداقل کند، θ_B چقدر است؟ (از تغییر شکل ناشی از سایر انرژی‌ها صرفنظر می‌شود) (ثابت = EI)

۱) ۰/۰۸

۲) ۰/۰۴

۳) ۰/۰۲

۴) ۰/۰۱



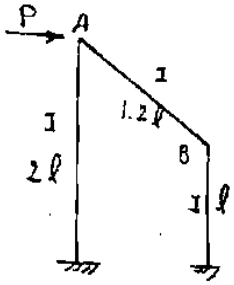
برای حداقل شدن انرژی مقدار T باید چنان باشد که دوران نقطه C صفر شود.

اگر مقدار دوران C صفر باشد، با نوشتن روابط شیب افت برای نقطه B مقدار دوران آن بدست می آید:

$$\frac{4EI}{L}\theta_B + \frac{4EI}{\frac{L}{2}}\theta_B = \frac{12}{25}\frac{EI}{L}$$

$$\theta_B = \frac{1}{25} = 0.04$$

سراسری ۸۴



در قاب شکل مقابل، چنانچه θ_A و θ_B معلوم باشد، در مورد تعیین M_{AB} کدام درست است؟

۱) با نوشتن معادلهٔ شیب افت به دست می‌آید.

۲) بدون محاسبهٔ Δ (تغییر مکان جانبی) نمی‌توان M_{AB} را به دست آورد.

۳) با داشتن θ_A و θ_B برش پای ستون‌ها را باید حساب کرد و سپس لنگر M_{AB} را به دست آورد.

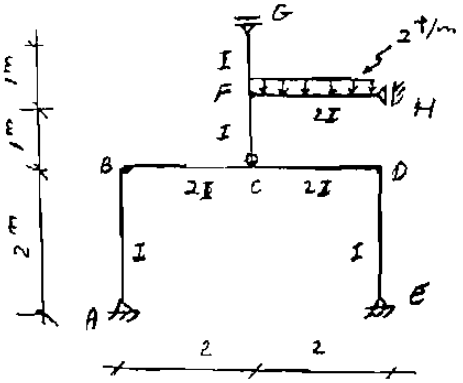
۴) ابتدا باید معادلات شیب افت را برای ستون‌ها نوشت سپس از معادلات تعادل M_{AB} را محاسبه نمود.

چون از تغییرشکلهای محوری صرف نظر می شود، عضو AB تغییرشکل جانبی ندارد ($\delta_{AB}=0$).

$$M_{AB}=\frac{4EI\theta_A}{1.2L}+\frac{2EI\theta_B}{1.2L}$$

بنابراین با داشتن θ_A و θ_B می توان مقدار M را محاسبه نمود (گزینه ۱)

سراسری ۸۱



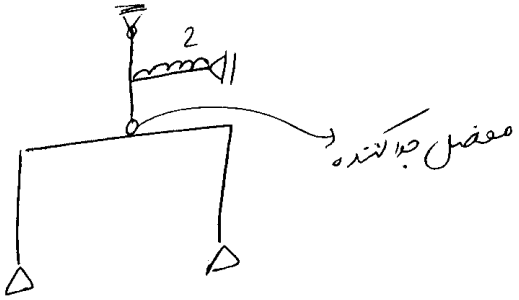
M_{BC} را بر حسب t.m حساب کنید(از تغییر طول اعضاء صرفنظر شود)

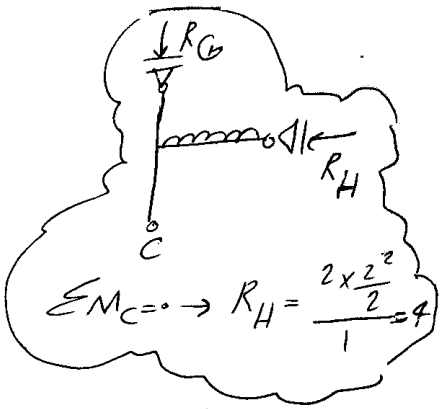
۱)-صفر

۲) ۴

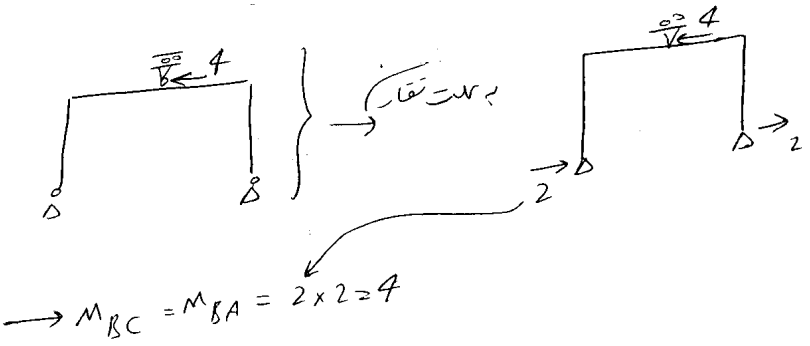
۳) ۶

۴) ۸



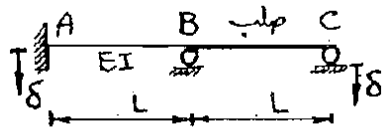


با صرف نظر از تغییرشکل محوری تغییرمکان قائم C صفر است:



تمرین سراسری ۸۴

۶۷- در تیر شکل مقابل تحت نشست‌های تکیه‌گاهی نشان داده شده، M_{AB} چقدر است؟

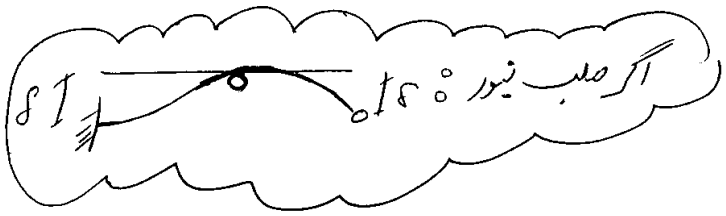


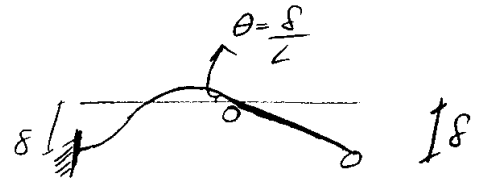
۱) $\frac{8EI\delta}{L^2}$

۲) $\frac{6EI\delta}{L^2}$

۳) $\frac{4EI\delta}{L^2}$

۴) $\frac{3EI\delta}{L^2}$

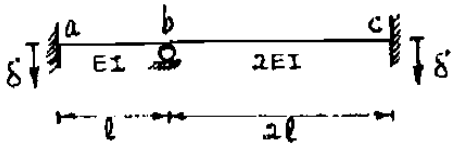




$$M_{AB} = \frac{2EI\left(\frac{\delta}{\ell}\right)}{\ell} - \frac{6EI(-\delta)}{\ell^2} = +\frac{8EI\delta}{\ell^2}$$

تمرین سراسری ۸۳

۶۶. در تیر شکل مقابل تحت نشست‌های تکیه‌گاهی نشان داده شده M_{ab} کدام است ؟

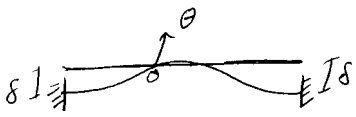


۱) $3\frac{EI\delta}{\ell^2}$

۲) $6\frac{EI\delta}{\ell^2}$

۳) $3/75\frac{EI\delta}{\ell^2}$

۴) $5/25\frac{EI\delta}{\ell^2}$



$$M_{ba} + M_{bc} = 0$$

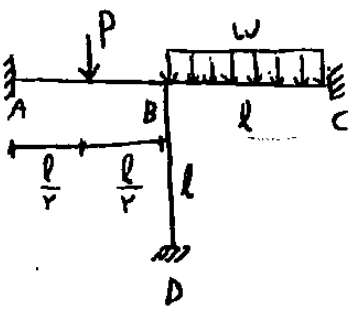
$$\left(\frac{4EI\theta}{\ell} - \frac{6EI(-\delta)}{(\ell)^2}\right) + \left(\frac{4(2EI)\theta}{2\ell} - \frac{6(2EI)\delta}{(2\ell)^2}\right) = 0$$

$$\rightarrow \frac{\theta EI}{\ell}(4+4) = -\frac{6EI\delta}{\ell^2} + \frac{3EI\delta}{\ell^2} \rightarrow \boxed{\theta = \frac{-3\delta}{8\ell}}$$

$$\rightarrow M_{ab} = \frac{2EI\theta}{\ell} - \frac{6EI(-\delta)}{\ell^2} = EI\left(-\frac{6}{8}\frac{\delta}{\ell^2} + 6\frac{\delta}{\ell^2}\right) = 5.25\frac{EI\delta}{\ell^2}$$

تمرین آزاد ۸۳

۲۷- در سازه زیر بار P چقدر باشد تا ممان در تکیه گاه D برابر صفر شود؟



۱) $\frac{wl}{3}$

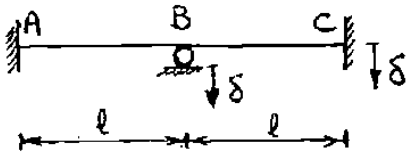
۲) wl

۳) $\frac{2}{3}wl$

۴) $\frac{4}{3}wl$

تمرین سراسری ۸۱

در تیر ممتد شکل مقابل با صلبیّت خمشی ثابت EI، تحت نشست‌های تکیه‌گاهی نشان داده شده، M_{AB} کدام است؟

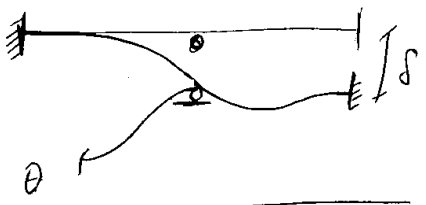


۱) $\frac{3EI\delta}{l^2}$

۲) $\frac{6EI\delta}{l^2}$

۳) $\frac{7/5EI\delta}{l^2}$

۴) $\frac{4/5EI\delta}{l^2}$



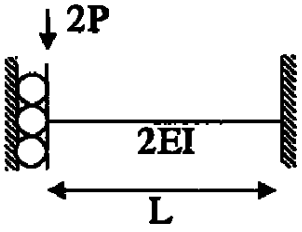
$$M_{BA} + M_{BC} = 0$$

$$\left(\frac{4EI\theta}{L} - \frac{6EI\delta}{L^2}\right) + \left(\frac{4EI\theta}{L}\right) = 0$$

$$\rightarrow \boxed{\theta = \frac{3}{4}\frac{\delta}{L}} \rightarrow M_{AB} = \left(\frac{2EI\theta}{L} - \frac{6EI\delta}{L^2}\right) = -\frac{4.5EI\delta}{L^2}$$

تمرین: آزاد ۹۳

۶۵ـ شیب در وسط دهانه تیر مقابل کدام است؟



۱) $\frac{PL^2}{8EI}$

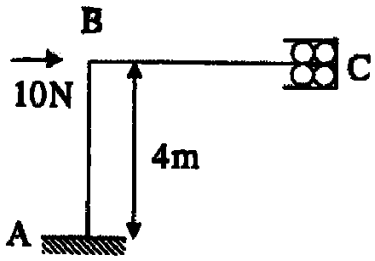
۲) $\frac{PL^2}{4EI}$

۳) $\frac{PL}{8EI}$

۴) $\frac{PL}{4EI}$

تمرین: آزاد ۹۳

۶۹ـ لنگر در C کدام است؟



۱) $-16KN.m$

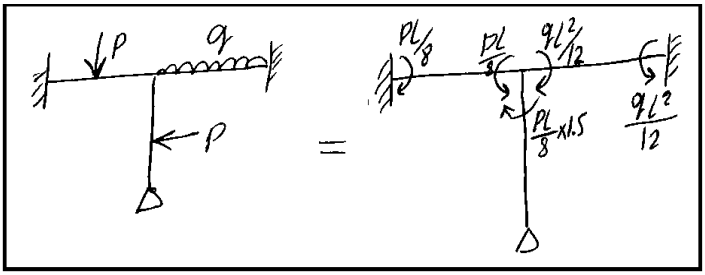
۲) $+16KN.m$

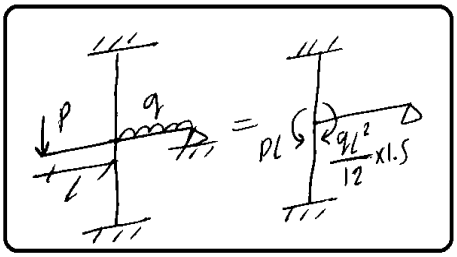
۳) $-8KN.m$

۴) صفر

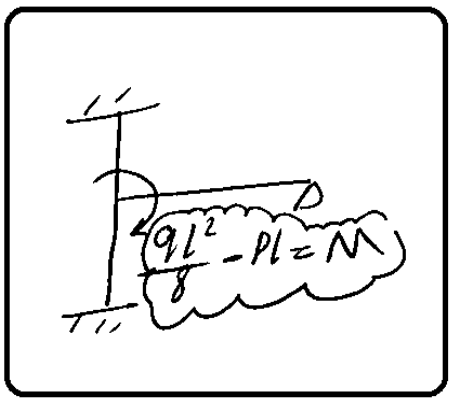
۱۳-پخش لنگر

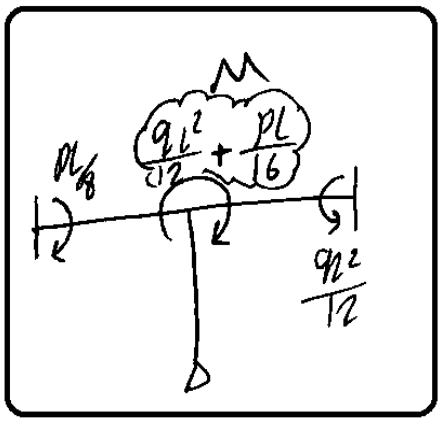
۱- ابتدا لنگر های ناشی از بارها را به گره های کناری منتقل می کنیم:



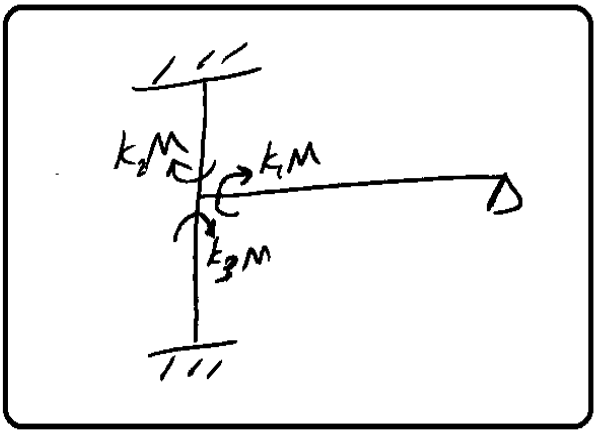


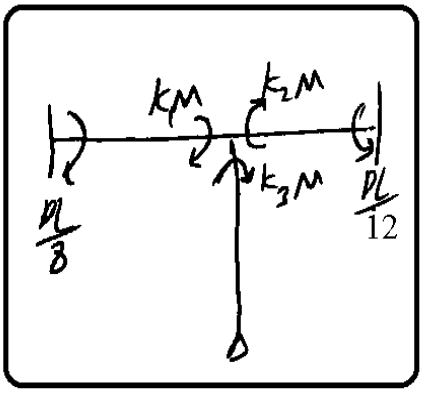
۲- برآیند لنگر ها را می نویسیم:



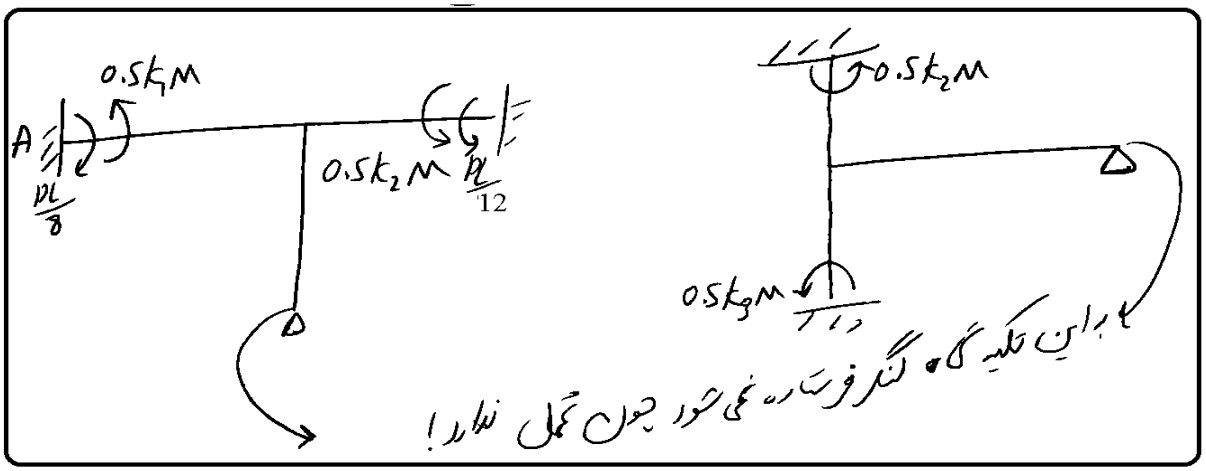


۳- لنگر نامتعادل پس فرستاده می شود:





۴- لنگر های تقسیم شده به تکیه گاههای کناری فرستاده می شوند:



سراسری ۸۷

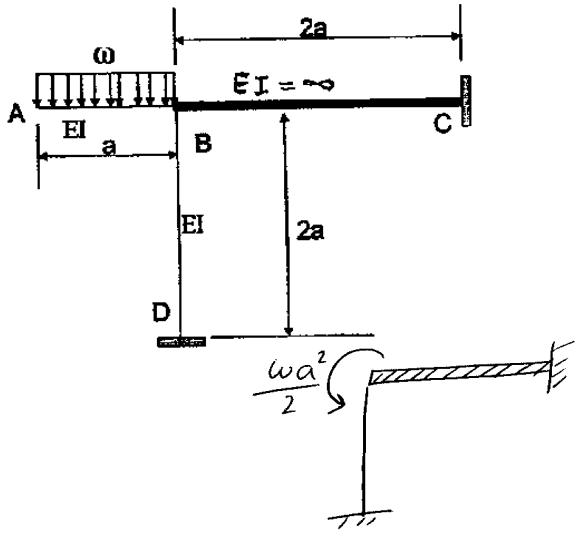
۷۲- در قاب مقابل لنگر انتهای B در ستون BD چقدر است؟

۱) صفر

۲) $\omega a^2/2$

۳) $2\omega a^2/3$

۴) $\omega a^2/4$



کل تیر را BC را می‌گیریم و $M_{BD}=0$ است

سراسری ۸۶

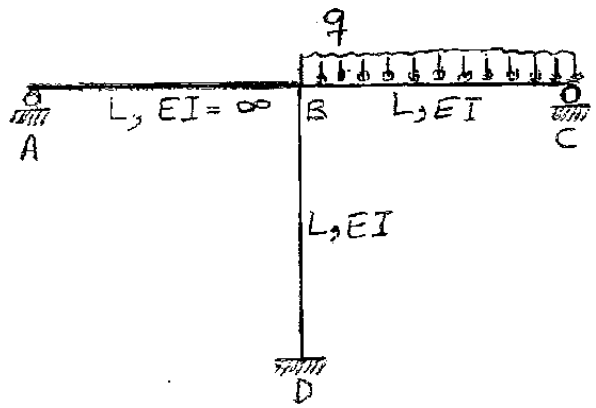
۸۰- در سازه نشان داده شده عکس‌العمل A کدام است؟

۱) $\frac{qL}{4}$

۲) $\frac{qL}{2}$

۳) $\frac{qL}{12}$

۴) $\frac{qL}{8}$



سراسری ۸۲

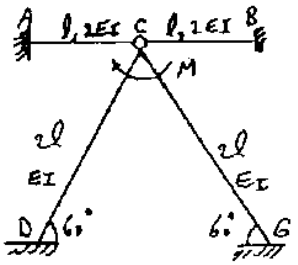
۵۲- در سازهٔ شکل زیر لنگر M_{DC} و M_{AC} چقدر خواهد شد؟

۱) $\frac{M}{4}$ و صفر

۲) $\frac{M}{4}$ و $\frac{M}{3}$

۳) $\frac{M}{2}$ و صفر

۴) $\frac{M}{2}$ و $\frac{M}{6}$

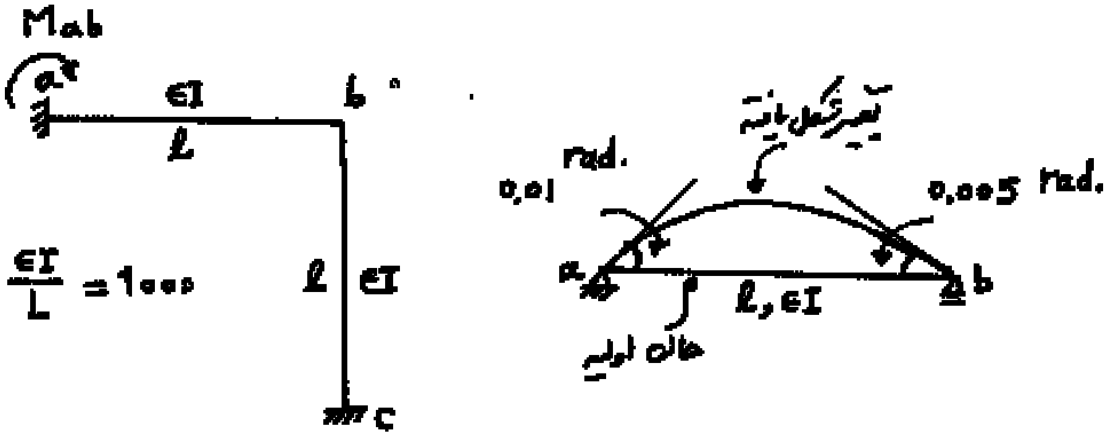


لنگر M تنها توسط اعضای DC و GC جذب می شود و چون سختی آنها برابر است بین آندو تقسیم می شود:

$$\begin{cases} M_{AC} = 0 \\ M_{DC} = \frac{1}{2}\left(\frac{M}{2}\right) = \frac{M}{4} \end{cases}$$

دکتری ۹۳

۱۵- میزان لنگر تکیه‌گاه a در قاب زیر در اثر تغییر درجه حرارت در تیر ab چه مقدار می‌باشد، اگر عضو ab روی تکیه‌گاه‌های مفصلی تحت اثر تغییر درجه حرارت مشابه به صورت زیر تغییر شکل دهد؟

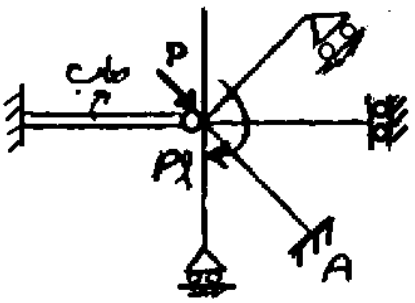


۱) ۳۰−　　۲) ۳۵−

۳) ۳۰　　۴) ۳۵

آزاد ۸۸

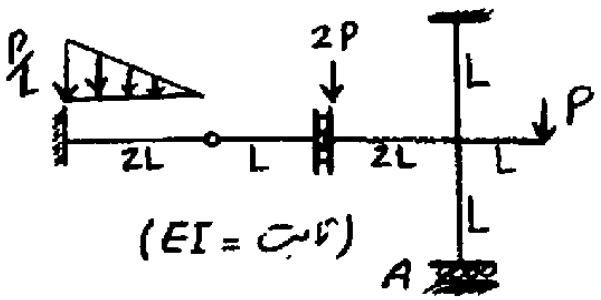
۷۰- لنگر تکیه گاه گیردار A کدام است؟ (EI ثابت و طول تمام اعضاء l می باشد.)



۱) $\frac{Pl}{4}$　　۲) $\frac{Pl}{2}$　　۳) $\frac{2}{11}Pl$　　۴) صفر

آزاد ۸۸

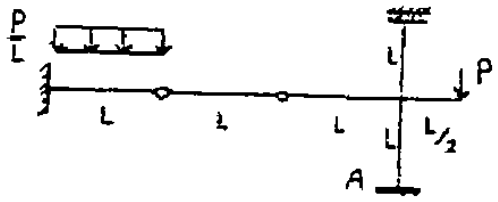
۸۰- لنگر تکیه گاه خطکی برشی A کدام است؟
(نیروی 2P در سمت راست مفصل برشی وارد شده است.)



۱) $\frac{1}{2}PL$
۲) $\frac{3}{5}PL$
۳) $\frac{6}{11}PL$
۴) $\frac{2}{11}PL$

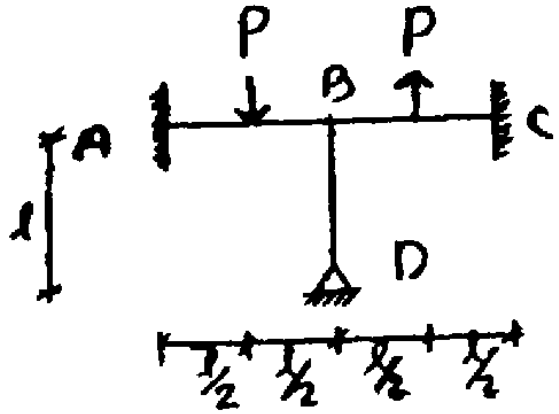
آزاد ۸۷

لنگر تکیه گاه گیردار A کدام است؟ (صلبیت خمشی اعضاء EI ثابت می باشد)



۱) $\frac{PL}{5}$
۲) $\frac{PL}{4}$
۳) $\frac{PL}{8}$
۴) $\frac{PL}{10}$

آزاد ۸۸



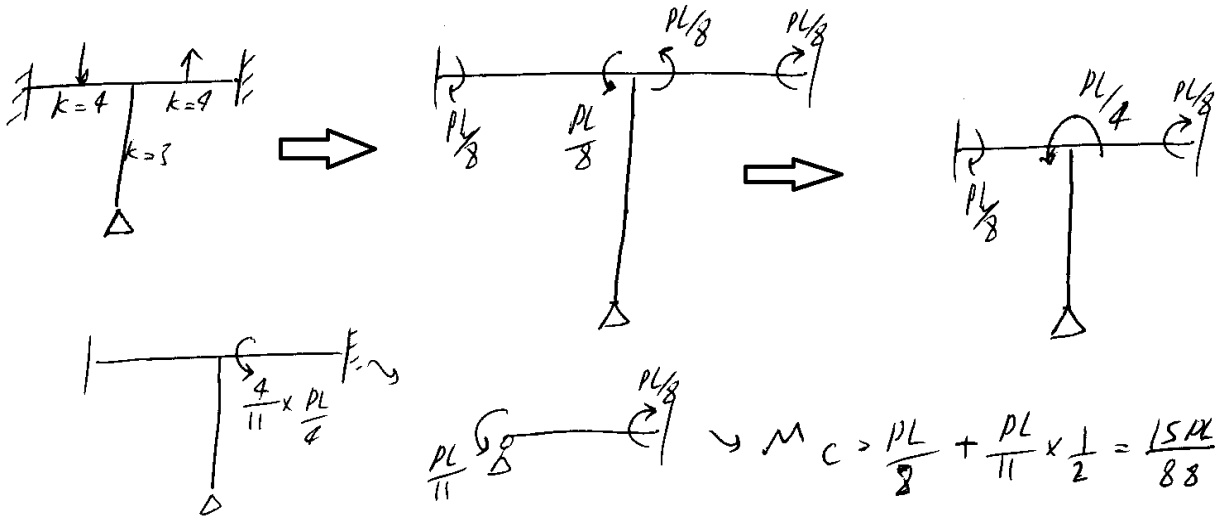
۷۷- لنگر تکیه گاه C کدام است؟ (EI ثابت)

۱) $\frac{7}{88}Pl$

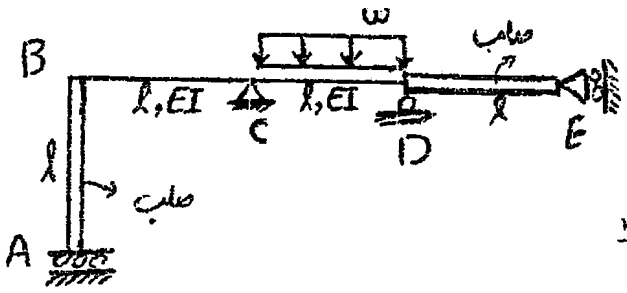
۲) $\frac{15}{88}Pl$

۳) $\frac{Pl}{8}$

۴) $\frac{11}{56}Pl$



آزاد ۸۹



۷۸- تنگر B کدام است؟

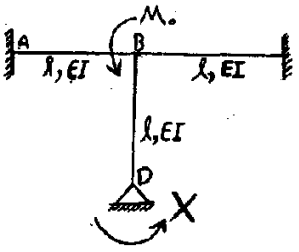
۱) صفر

۲) $\frac{wl^2}{24}$

۳) $\frac{wl^2}{32}$

۴) $\frac{wl^2}{28}$

آزاد ۹۲



۶۹- مقدار لنگر X چقدر باشد تا انرژی ذخیره شده در قاب مقابل حداقل گردد؟ (صلبیت خمشی اعضاء EI می‌باشد)

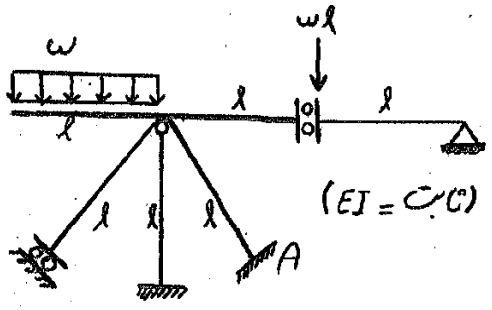
۱) $\frac{M_0}{2}$ ۲) $\frac{M_0}{4}$

۳) $\frac{M_0}{3}$ ۴) $\frac{M_0}{6}$

گزینه ۴: مقدار X باید چنان باشد که دوران گره D صفر شود (تا انرژی حداقل شود). بنابراین فرض می کنیم که تکیه گاه D گیردار است و عکس العمل آنرا بدست می آوریم. در این صورت با توجه به مبحث پخش لنگر، لنگر M0 به نسبت مساوی بین سه عضو تقسیم می شود و سهم ستون BD از لنگر برابر M0/3 خواهد بود که نصف آن به تکیه گاه D منتقل می شود و مقدار لنگر X برابر M0/6 خواهد بود.

آزاد ۹۲

۷۹- لنگر تکیه‌گاه گیردار A کدام است؟ (طول تمام اعضاء ℓ و صلبیت خمشی ثابت برابر با EI می‌باشد)

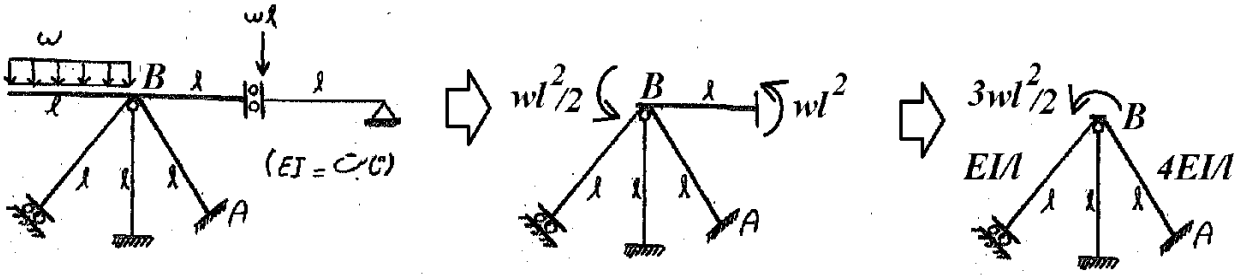


۱) $\frac{2}{5}\omega\ell^2$ ۲) $\frac{3}{5}\omega\ell^2$

۳) $\frac{4}{5}\omega\ell^2$ ۴) $\frac{7}{5}\omega\ell^2$

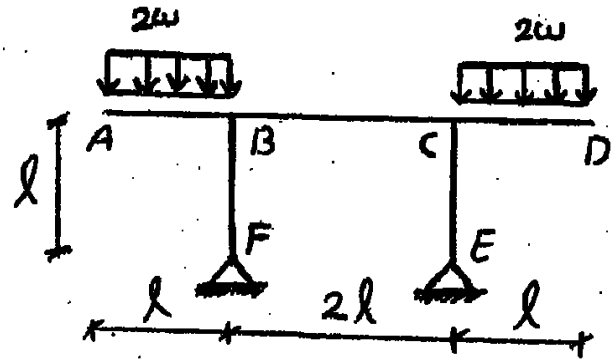
گزینه ۲ – لنگر متمرکز به نسبت سختی بین دو عضو مایل پخش می شود. اتصال ستون میانی به گره مفصلی بوده و در تحمل لنگر مشارکت ندارد. سختی ستونها در کنار آنها نشان داده شده است.

$$M_{BA}=\frac{3wl^2}{2}\times\frac{4}{4+1}=\frac{6wl^2}{5} \quad \rightarrow \quad M_{AB}=M_{BA}\times\frac{1}{2}=\frac{3wl^2}{5}$$



آزاد ۹۲

۸۰- لنگر داخلی در وسط عضو BC کدام است؟ (صلبیت خمشی تمام اعضاء EI می‌باشد)



۱) $\frac{\omega\ell^2}{16}$

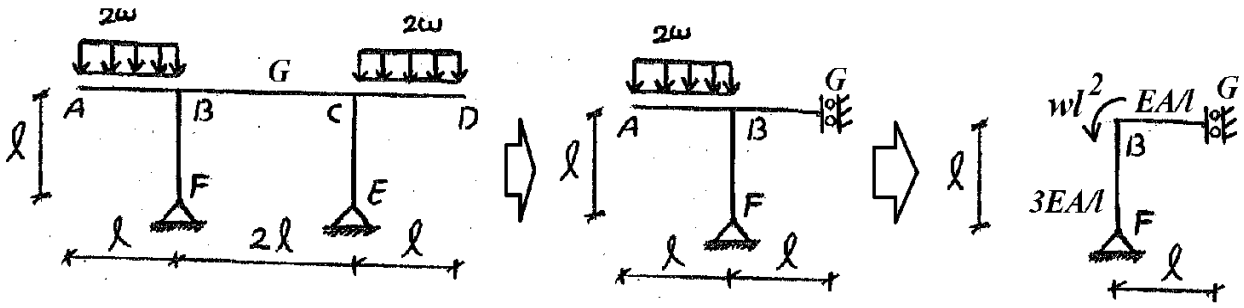
۲) $\frac{\omega\ell^2}{12}$

۳) $\frac{\omega\ell^2}{8}$

۴) $\frac{\omega\ell^2}{4}$

گزینه ۴ – با استفاده از تقارن و استفاده از روش پخش لنگر می توان لنگر در وسط تیر را محاسبه نمود. سختی ستونها در کنار آنها نشان داده شده است.

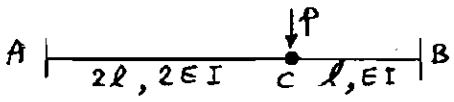
$$M_{GB} = M_{BG} = \frac{1}{1+3} w l^2 = \frac{wl^2}{4}$$



۱۴-مدل سازی با فنر

سراسری ۸۳

۶۷. مقدار جابجایی نقطه C و لنگر M_{AL} در تیر شکل زیر برابر است با:



۱) $-\frac{p\ell}{۲}, \frac{۸p\ell^۲}{۱۵EI}$

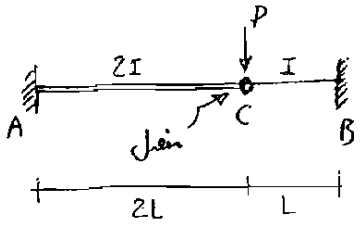
۲) $-\frac{۲p\ell}{۵}, \frac{۴p\ell^۲}{۳EI}$

۳) $-\frac{۲p\ell}{۵}, \frac{۴p\ell^۲}{۱۵EI}$

۴) $-\frac{۴p\ell}{۵}, \frac{p\ell^۲}{۲EI}$

سراسری ۸۲

۴۷- در تیر مقابل قدر مطلق لنگرهای انتهایی تحت اثر بار متمرکز P کدامند؟ (توجه: ممان اینرسی قطعهٔ AC دو برابر ممان اینرسی قطعهٔ است.)



۱) $M_A = \frac{PL}{۵}$, $M_B = \frac{۴PL}{۵}$

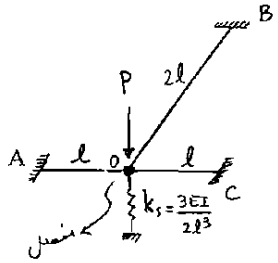
۲) $M_A = \frac{۲PL}{۵}$, $M_B = \frac{۴PL}{۵}$

۳) $M_A = \frac{۲PL}{۵}$, $M_B = \frac{۳PL}{۵}$

۴) $M_A = \frac{PL}{۲}$, $M_B = \frac{PL}{۲}$

سراسری ۸۲

۵۲- در سازه مسطح شکل مقابل، بار P عمود بر صفحه سازه در نقطه O به آن اعمال می شود. لنگر خمشی در تکیه گاه B چقدر است؟ صلبیت خمشی اعضاء AO و CO برابر با $\frac{EI}{۲}$ و صلبیت خمشی عضو BO ، $۴EI$ است.)



۱) $\frac{PI}{۲}$

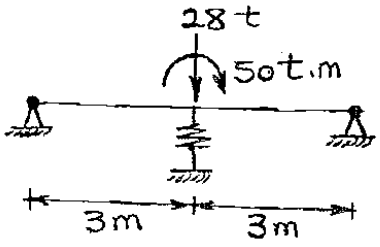
۲) $\frac{PI}{۴}$

۳) $\frac{۳PI}{۴}$

۴) $\frac{۳PI}{۲}$

سراسری ۸۶

۷۰- تیر شکل مقابل با صلبیّت خمشی $۵۴۰۰\ t.m^۲$ در وسط دهانه بر فنری به سختی $۲۰۰\ \frac{t}{m}$ اتکاء دارد. نیرو در فنر بر حسب ton چقدر است؟



۱) ۴

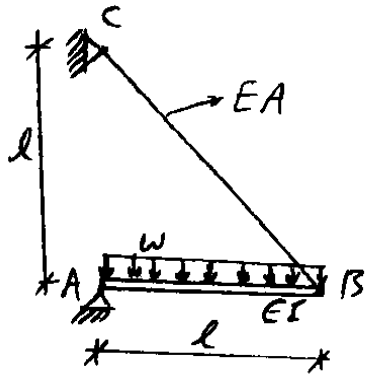
۲) ۷

۳) ۱۰

۴) ۲۸

آزاد ۸۳

۴۰- با فرض $A = 12\sqrt{2}\, I/l^2$ و E ثابت، تغییر مکان در نقطه وسط تیر AB چقدر است؟

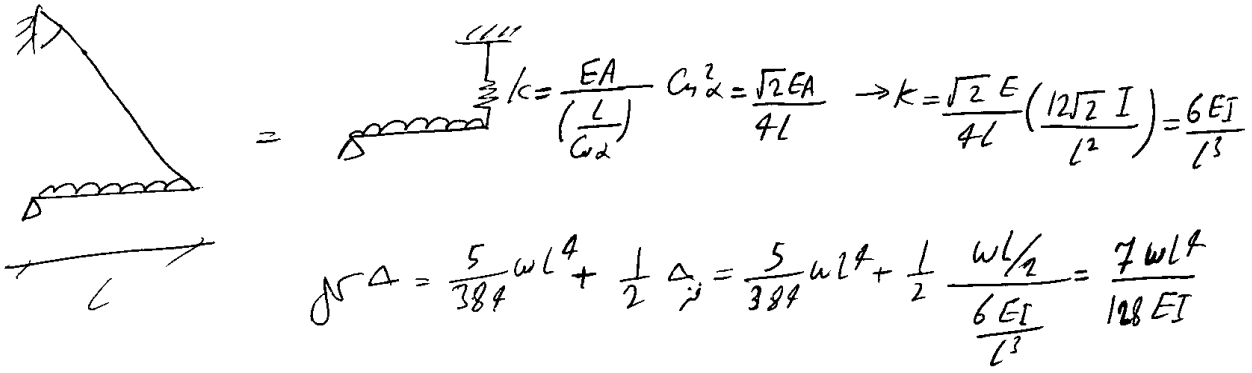


۱) $(1/48)wl^4/EI$

۲) $(13/384)wl^4/EI$

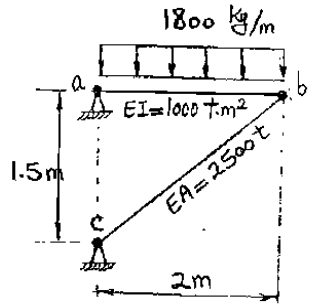
۳) $(3/128)wl^4/EI$

۴) هیچکدام



سراسری ۸۶

۶۹- در سازهٔ شکل مقابل با اتصالات مفصل خمشی از تغییر شکل محوری و برشی عضو ab صرفنظر می‌شود. تغییر مکان گره b بر حسب mm کدام است؟



۱) ۳

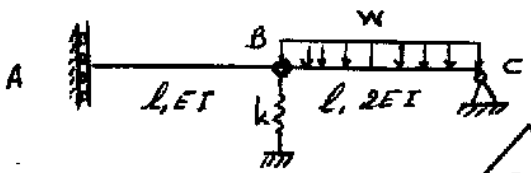
۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

سراسری ۹۱

۵۷- مقدار تغییر مکان نقطهٔ A تحت بارگذاری نشان داده شده در سازه شکل زیر چقدر است؟ $\left(k^{-1} = \frac{l^3}{EI}\right)$



۱) $\frac{2wl^4}{EI}$

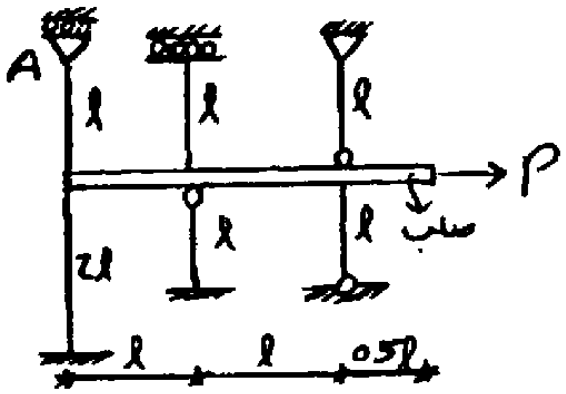
۲) $\frac{wl^4}{EI}$

۳) $\frac{3}{2}\frac{wl^4}{EI}$

۴) $\frac{wl^4}{2EI}$

azmoon

آزاد ۸۸



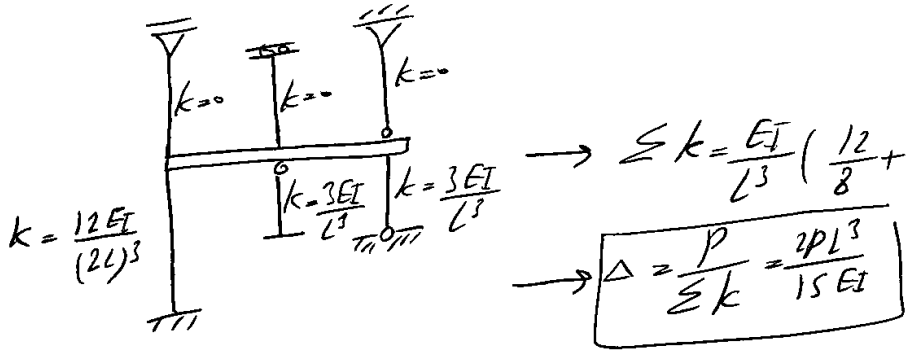
۷۶- تغییر مکان تکیه گاه A کدام است؟
(صلبیت خمشی تمام ستونها EI می باشد.)

۱) $\frac{2PL^3}{27EI}$

۲) $\frac{2PL^3}{39EI}$

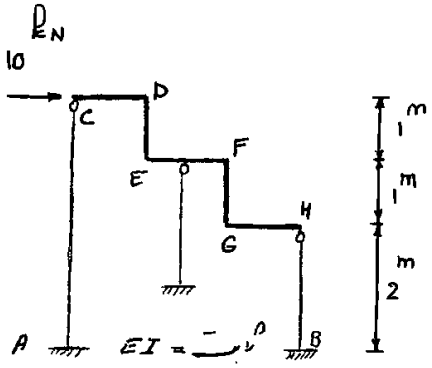
۳) $\frac{2PL^3}{15EI}$

۴) $\frac{2PL^3}{51EI}$



سراسری ۹۲

۵۹- مقدار $\frac{M_A}{M_B}$، کدام است؟ سقف قاب را صلب فرض و از تغییر طول محوری اعضای قائم صرفنظر کنید.



۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{8}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) $\frac{1}{16}$

گزینه ۳.

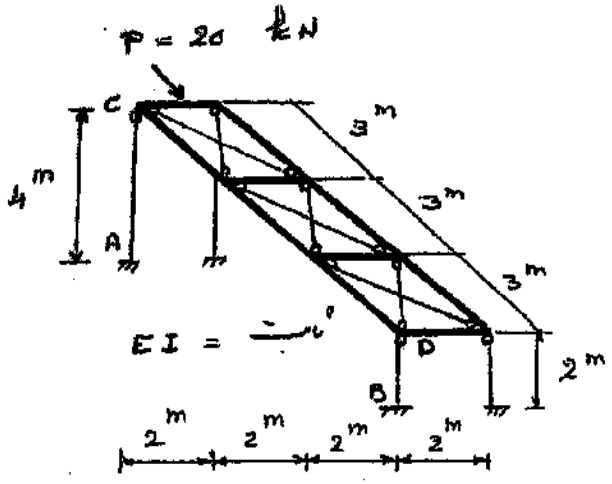
نیرو به نسبت سختی بین ستونها تقسیم می شود:

$$\left.\begin{aligned} K_{AC}=\frac{3EI}{(4L)^3} \\ K_{BH}=\frac{3EI}{(2L)^3} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{V_{AC}}{V_{BH}}=\frac{K_{AC}}{K_{BH}}=\frac{1}{8} \rightarrow \frac{M_A}{M_B}=\frac{V_{AC}\times 4}{V_{BH}\times 2}=\frac{1}{4}$$

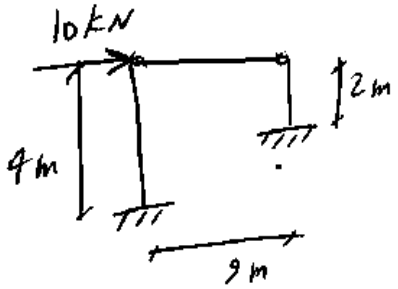
سراسری ۹۰

۵۴- اگر مسلف قاب شکل مقابل را افقی و صلب فرض کنیم، نسبت $\frac{M_A}{M_B}$ چقدر است؟

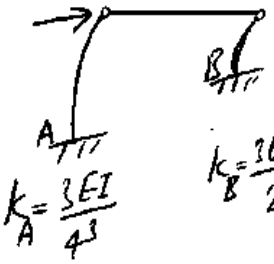
۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{1}{8}$
۳) $\frac{1}{4}$
۴) $\frac{1}{16}$



گزینه ۴

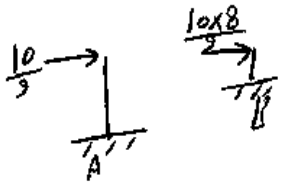


اگر از نیروی کشش در ستون صرف نظر بگیریم
به هر قاب (از دو قاب طولی)
10kN بار وارد می‌شود و چون انتقال فوقانی ستون‌ها مفصلی است
مانند یک تیر طره عمل می‌کنند و سختی آن‌ها $\frac{3EI}{L^3}$ است.
و بار 10kN به نسبت سختی بین آن‌ها تقسیم می‌شود



بنابراین 8 سهم به B می‌رسد و 1 سهم به تکیه‌گاه A
و جمع سهم‌ها هم ۹ است

$\longrightarrow k_A = \frac{1}{8} k_B \Longrightarrow$

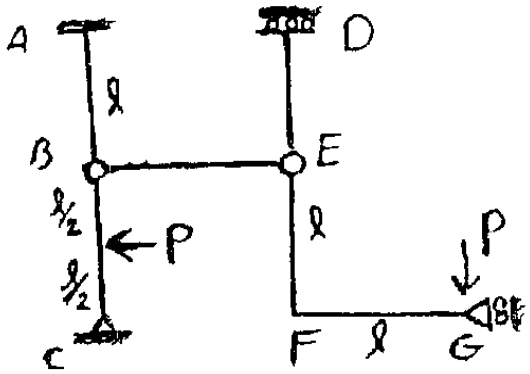


$\longrightarrow M_A = \frac{10}{9} \times 4 = \frac{40}{9}$ $\quad M_B = \frac{10\times8}{9} \times 2 = \frac{160}{9}$

$\longrightarrow \boxed{\frac{M_A}{M_B} = \frac{1}{4}}$

آزاد ۹۰

۷۴- کدام گزینه صحیح می‌باشد؟ (EI ثابت)



۱) $\delta_B = \delta_E = \delta_D = \frac{P\ell^3}{2EI}$

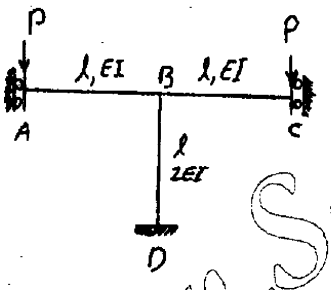
۲) $\delta_D = \frac{P\ell^3}{6EI}, \delta_B = \delta_E = \frac{P\ell^3}{3EI}$

۳) $\delta_B = \delta_E = \delta_D = \frac{P\ell^3}{3EI}$

۴) $\delta_B = \frac{P\ell^3}{2EI}, \delta_E = \delta_D = \frac{P\ell^3}{3EI}$

آزاد ۹۱

۷۱- تغییرمکان تکیه‌گاه غلتکی برشی A کدام است؟



۱) $\frac{P\ell^3}{3EI}$

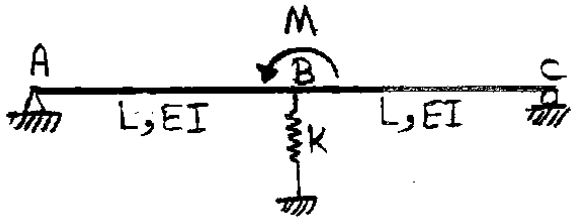
۲) $\frac{P\ell^3}{6EI}$

۳) $\frac{P\ell^3}{12EI}$

۴) $\frac{P\ell^3}{24EI}$

سراسری ۸۶

۷۷- نیرو در فنر چقدر است؟ $\left(K = \frac{3EI}{L^3}\right)$



۱) صفر

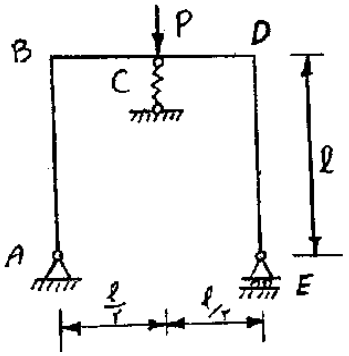
۲) $\frac{M}{L}$

۳) $\frac{M}{3L}$

۴) $\frac{M}{2L}$

سراسری ۸۷

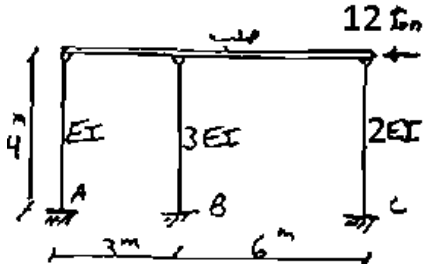
۸۳- صلبیت خمشی اعضای قاب شکل مقابل EI و ضریب فنریت فنر C برابر $\frac{\ell^3}{48EI}$ می‌باشد. نیروی فنر را محاسبه کنید.



۱) صفر
۲) $\frac{P}{2}$
۳) $\frac{P}{3}$
۴) P

سراسری ۸۲

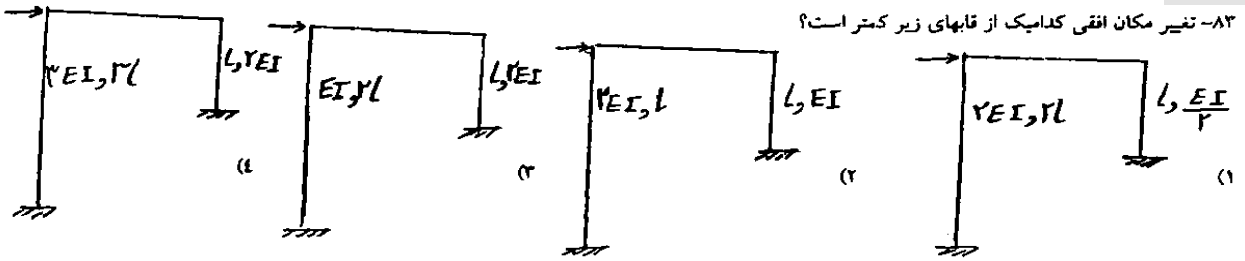
۵۶- لنگرهای انتهایی ستونها در سازهٔ داده شده برابر است با:



۱) $M_A = M_B = M_C = 16\,ton-m$
۲) $M_A = 3M_B = 2M_C = 24\,ton-m$
۳) $M_A = 8\,ton-m\,,\ M_B = 3M_A\,,\ M_C = 2M_A$
۴) $M_A = M_C = 24\,ton-m\,,$ صفر = M_B

آزاد ۸۵

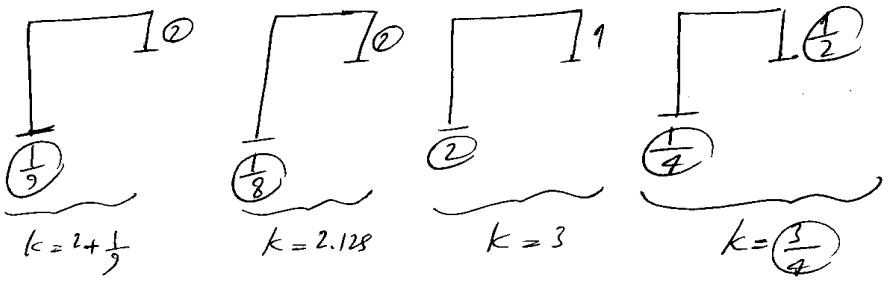
۸۳- تغییر مکان افقی کدامیک از قابهای زیر کمتر است؟



اگر تیر ها صلب باشند، سختی ستونها:

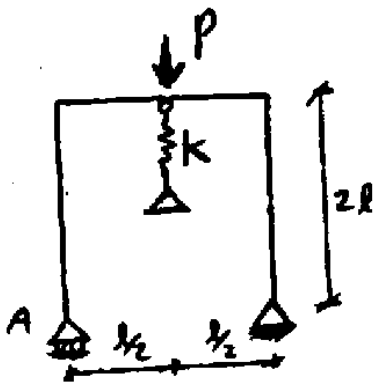
اگر تیرها شل باشند، سختی جانبی ستونها:

پس سازه ای که $\frac{EI}{L^3}$ ستونهای آن بیشتر باشد، سخت تر است و حرکت آن کمتر خواهد بود:



آزاد ۸۸

۷۸- تغییر مکان نکیه گاه A کدام است؟ (EI ثابت و $K=\frac{24EI}{l^3}$)

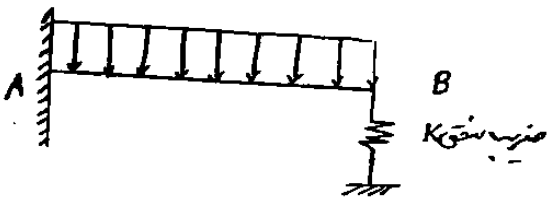


۱) $\frac{Pl^3}{6EI}$ ۲) صفر

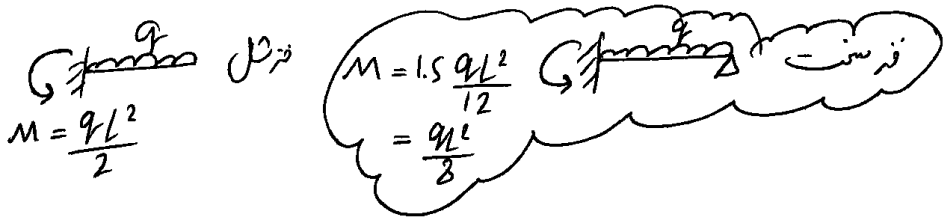
۳) $\frac{Pl^3}{12EI}$ ۴) $\frac{Pl^3}{24EI}$

آزاد ۸۵

۸۲- با افزایش سختی فنر

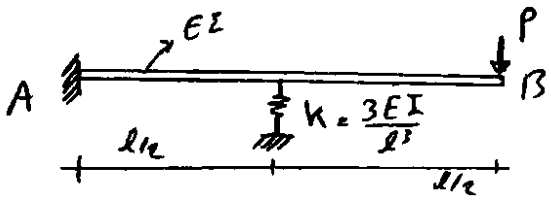


۱) لنگر تکیه گاه A افزایش می یابد. ۲) لنگر تکیه گاه A کاهش می یابد.



آزاد ۸۳

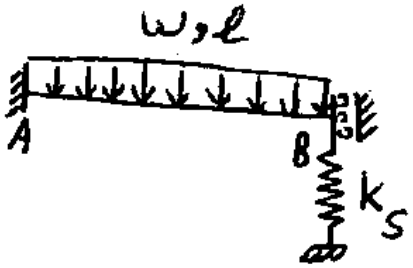
۳۸- نیروی داخلی فنر چقدر است؟



۱) 5P/18
۲) 7P/18
۳) P/3
۴) هیچکدام

آزاد ۸۳

۲۸- در تیر زیر تغییر مکان B چقدر است؟ $\left(k_s = \frac{3EI}{l^3}\right)$



۱) $\frac{wl^4}{20EI}$

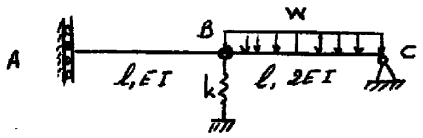
۲) $\frac{wl^4}{30EI}$

۳) $\frac{wl^4}{35EI}$

۴) $\frac{wl^4}{25EI}$

سراسری ۹۱

مقدار تغییر مکان نقطهٔ A تحت بارگذاری نشان داده شده در سازه شکل زیر چقدر است؟ $\left(k^{-1} = \frac{l^3}{EI}\right)$



۱) $\frac{2wl^4}{EI}$

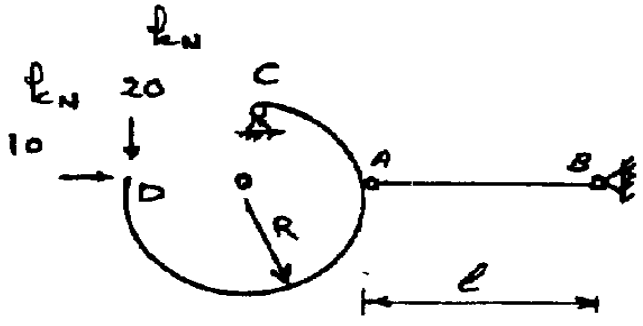
۲) $\frac{wl^4}{EI}$

۳) $\frac{3}{2}\frac{wl^4}{EI}$

۴) $\frac{wl^4}{2EI}$

سراسری ۹۳

۶۳- اگر ابعاد مقطع مربعی شکل میله AB را ۵۰٪ کاهش و شعاع دایره را ۱۰۰٪ افزایش دهیم، طول میله را باید چند برابر کنیم تا جابجایی قائم نقطه D هشت برابر شود؟ از اثر نیروی محوری و برشی در قطعه خمشی صرفنظر کنید.



۱) ۲

۲) ۴

۳) ۸

۴) بستگی به عوامل دیگر دارد و نمی‌توان گفت.

دکتری ۹۳

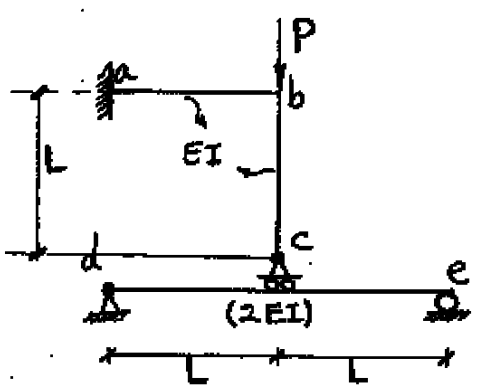
۱۱- در سازه شکل مقابل مقادیر نسبی صلبیت خمشی روی شکل مشخص شده و از تغییر شکل‌های محوری و برشی صرف نظر می‌گردد. نیرو در غلتک c کدام است؟

۱) $\frac{۲P}{۳}$

۲) P

۳) $-\frac{P}{۶}$

۴) $\frac{۴P}{۵}$



آزاد ۹۰

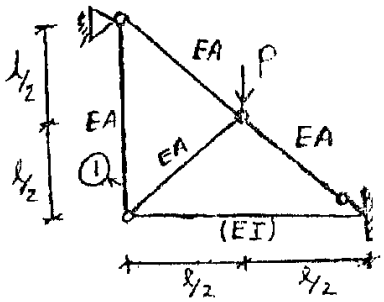
۷۸- نیروی میله (۱) کدام است؟ $(EI = EA.\ell^2)$

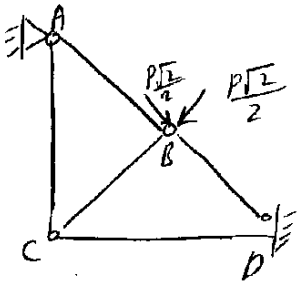
۱) $\frac{P}{6}$

۲) $\frac{P}{2}$

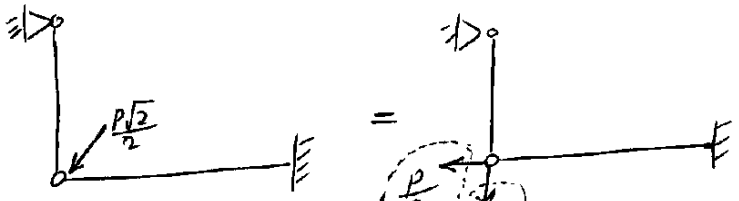
۳) $\frac{P}{4}$

۴) $\frac{P}{8}$



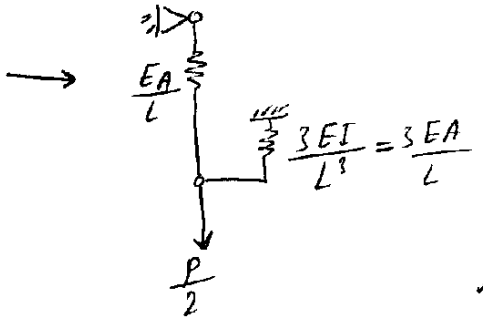


با توجه به گره B ← $f_{BC} = -\frac{P\sqrt{2}}{2}$



این نیرو مستقیماً توسط تیر تحمل می‌شود چون میله قائمی برش تحمل نمی‌کند

این نیرو به نسبت سختی بین تیر و میله تقسیم می‌شود

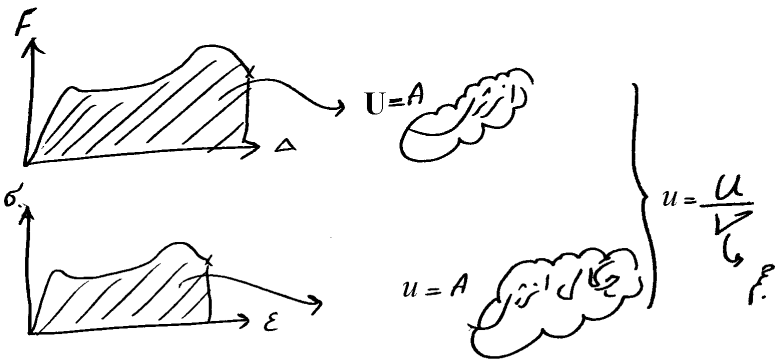


سختی تیر ۳ برابر میله است

پس ۳ سهم به تیر و یک سهم به میله می‌رسد یعنی میله $\frac{1}{4}$ نیرو را تحمل می‌کند

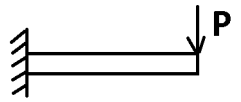
$F_{①} = \frac{1}{4} \times \frac{P}{2} = \frac{P}{8}$

۱۵-انرژی

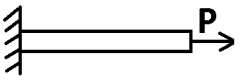


انرژی ذخیره شده در عضو را به دو طریق می توان محاسبه کرد:

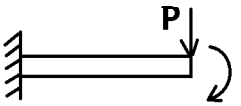
۱- کار انجام شده توسط نیروهای خارجی:



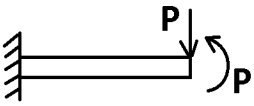
$$\Rightarrow U = \frac{P\Delta}{2} = \frac{P}{2}\left(\frac{PL^3}{3EI}\right) = \frac{P^2L^3}{6EI}$$



$$\Rightarrow U = \frac{P\Delta}{2} = \frac{P}{2}\left(\frac{PL}{EA}\right) = \frac{P^2L}{2EA}$$



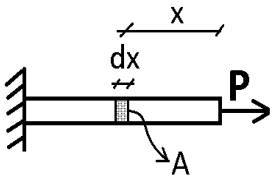
$$\Rightarrow U = \left[\frac{P\Delta}{2}\right] + \left[\frac{PL\theta}{2}\right] = \left[\frac{P}{2}\left(\frac{PL^3}{3EI} + \frac{(PL)L^2}{2EI}\right)\right] + \left[\frac{PL}{2}\left(\frac{PL^2}{2EI} + \frac{(PL)L}{EI}\right)\right] = \frac{7P^2L^3}{6EI}$$



$$\Rightarrow U = \left[\frac{P\Delta}{2}\right] + \left[\frac{PL\theta}{2}\right] = \left[\frac{P}{2}\left(\frac{PL^3}{3EI} - \frac{(PL)L^2}{2EI}\right)\right] + \left[\frac{PL}{2}\left(\frac{-PL^2}{2EI} + \frac{(PL)L}{EI}\right)\right] = \frac{P^2L^3}{6EI}$$

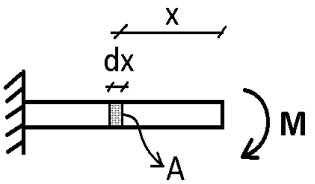
۲- کار انجام شده توسط نیروهای داخلی:

انرژی را در یک المان به طول dx و به سطح مقطع A محاسبه کرده و سپس انتگرال می گیریم:



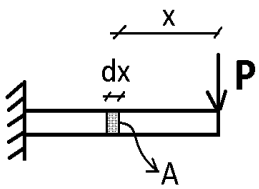
$$dU_{\text{المان}} = \frac{P_{\text{المان}} \times \Delta_{\text{المان}}}{2} = \frac{P \times \frac{Pdx}{EA}}{2} = \frac{P^2}{2EA}dx$$

$$U = \int_0^L \frac{P^2}{2EA}dx = \frac{P^2L}{2EA}$$

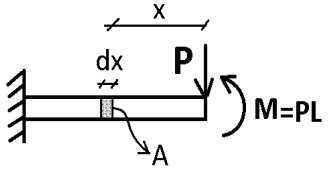


$$dU_{\text{المان}} = \frac{M_{\text{المان}} \times \theta_{\text{المان}}}{2} = \frac{-M \times \frac{-Mdx}{EI}}{2} = \frac{M^2}{2EI}dx$$

$$U = \int_0^L \frac{M^2}{2EI}dx = \frac{M^2L}{2EI}$$



$$U = \int_0^L \frac{M^2}{2EI}dx = \int_0^L \frac{(-Px)^2}{2EI}dx = \frac{P^2L^3}{6EI}$$



$$U = \int_0^L \frac{M^2}{2EI}dx = \int_0^L \frac{(-Px+PL)^2}{2EI}dx = \int_0^L \frac{(P^2x^2 + P^2L^2 - 2P^2xL)}{2EI}dx = \frac{P^2L^3}{6EI}$$

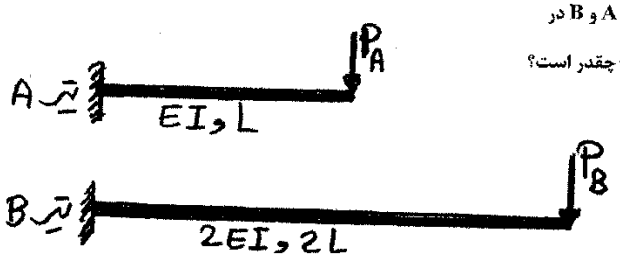
روش اول ساده تر و سریعتر می باشد و در مواردی که امکان پذیر است از روش اول برای محاسبه انرژی استفاده می شود.

نکته: در برخی از تیرهای فوق انرژی کرنشی ناشی از برش نیز داریم. مقدار انرژی کرنشی ناشی از برش در تیرها بسیار کمتر از انرژی کرنشی ناشی از خمش می باشد و معمولا در محاسبه انرژی کرنشی از آن صرف نظر می شود. در تیرهایی که طول آنها کوتاه است، مقدار انرژی برشی نسبت به خمشی افزایش می یابد و باید در تیرهای کوتاه انرژی ناشی از برش را نیز منظور کرد.

سراسری ۸۹

۶۳- اگر انرژی ذخیره شده در تیرهای A و B در اثر خمش برابر باشد، نسبت $\frac{P_A}{P_B}$ چقدر است؟

۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۱
۳) ۲
۴) $\sqrt{2}$



$$U_A = \frac{P_A \times \Delta_A}{2} = \frac{P_A\left(P_A L^3/3EI\right)}{2} = \frac{P_A^2 L^3}{6EI}$$

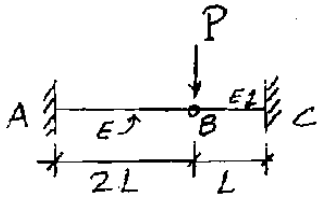
$$U_B = \frac{P_B \times \Delta_B}{2} = \frac{P_B\left(\frac{P_B (2L)^3}{3(2EI)}\right)}{2} = \frac{2P_B^2 L^3}{3EI}$$

$$U_B = U_A \Rightarrow \frac{P_A^2}{6} = \frac{2P_B^2}{3} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = 2$$

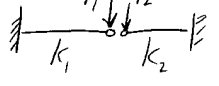
سراسری ۸۴

۵۵- چنانچه مقطع تیر شکل مقابل مربع مستطیل با پهنای ثابت باشد و انرژی ذخیره شده در قسمت AB برابر انرژی ذخیره شده در قسمت BC باشد. آنگاه ارتفاع مقطع در قسمت AB چند برابر قسمت BC می‌باشد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۸



$$U_{AB} = U_{BC} \Rightarrow \frac{P_1^2 (2L)^3}{6EI_1} = \frac{P_2^2 (L)^3}{6EI_2} \rightarrow \frac{8P_1^2}{I_1} = \frac{P_2^2}{I_2}$$



از طرفی P_1 و P_2 به نسبت سختی تقسیم می‌شوند

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{EI_1/(2L)^3}{EI_2/L^3} = \frac{I_1}{8I_2}$$

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 = \frac{I_1}{8I_2} \xrightarrow{\frac{P_1}{P_2} = \frac{I_1}{8I_2}} \left(\frac{I_1}{8I_2}\right)^2 = \frac{I_1}{8I_2} \rightarrow \frac{I_1}{8I_2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = 2$$

سراسری ۸۲

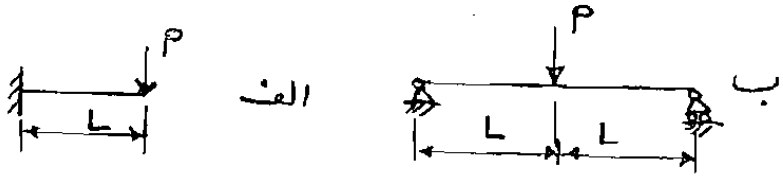
۳۱- سطح مقطع و جنس تیرهای شکل های *زیر* یکی است. اگر انرژی کرنش (تنجش) ذخیره شده در شکل الف مساوی U باشد، انرژی کرنش شکل ب چقدر است؟

۱) U

۲) ۲U

۳) $\frac{U}{2}$

۴) ۴U



$$U_{\text{الف}} = \frac{P^2L^3}{6EI} \qquad U_{\text{ب}} = \frac{P \times \frac{P(2L)^3}{48EI}}{2} = \frac{P^2L^3}{12EI} \longrightarrow U_{\text{ب}} = \frac{U_{\text{الف}}}{2} = \frac{U}{2}$$

سراسری ۹۳- دکتری

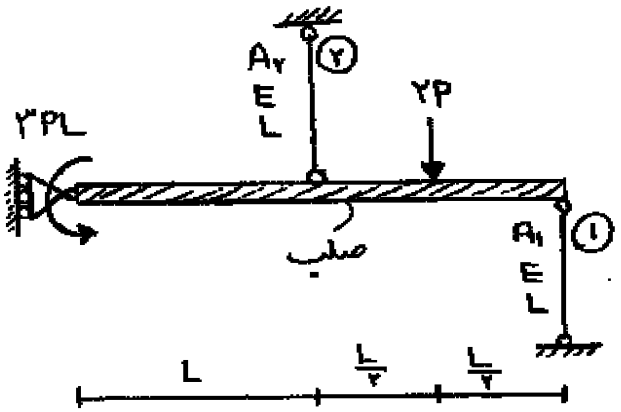
۹- در شکل نشان داده شده، نسبت سطح مقطع میله ۱ به سطح مقطع میله ۲، $\frac{A_1}{A_2}$ چقدر باشد تا انرژی کرنشی هر دو میله با هم برابر شود؟

۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{4}$

۳) ۱

۴) ۲



دکتری ۹۳

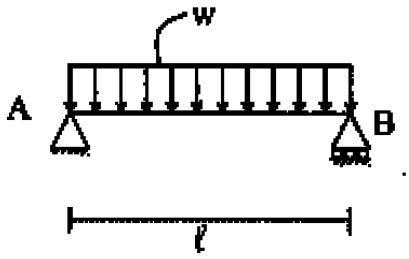
۱۹- تیر ساده به طول ℓ مفروض است. صلبیت خمشی EI، صلبیت برشی آن GA/f_s، ضریب پوآسون $\nu = ۰/۲۵$ و مقطع تیر به شکل مستطیل است. اگر انرژی تغییر شکل خمشی ده برابر انرژی تغییر شکل برشی باشد، نسبت $\frac{h}{\ell}$ چقدر است؟ h ارتفاع تیر است.

۱) ۰/۱۵

۲) ۰/۲

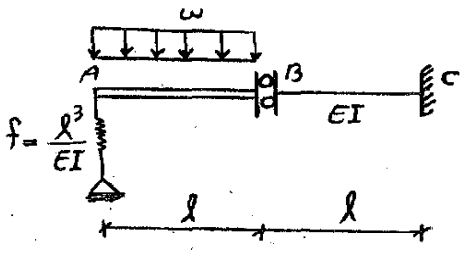
۳) ۰/۲۵

۴) ۰/۱



آزاد ۹۲

۷۱- انرژی سازه نشان داده شده کدام است؟ (قسمت AB صلب و نرمی فنر $f = \frac{\ell^3}{EI}$ می‌باشد)



۱) $\frac{2}{5}\frac{\omega^2\ell^5}{EI}$

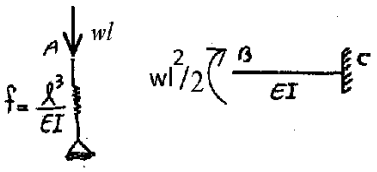
۲) $\frac{3}{8}\frac{\omega^2\ell^5}{EI}$

۳) $\frac{5}{3}\frac{\omega^2\ell^5}{EI}$

۴) $\frac{5}{8}\frac{\omega^2\ell^5}{EI}$

گزینه ۴ – مفصل B برش منتقل نمی کند و نیروی فنر برابر wl خواهد بود. از طرفی به عضو BC در نقطه B لنگر $\frac{wl^2}{2}$ وارد می شود.

$$U = \frac{wl\left(\frac{wl^4}{EI}\right)}{2} + \frac{\frac{wl^2}{2}\left(\frac{\frac{wl^2}{2}l}{EI}\right)}{2} = \frac{5}{8}\frac{w^2l^5}{EI}$$



آزاد ۸۷

۵۹- انرژی کرنشی تیر زیر چقدر است؟ (طول تیر l و صلبیت خمشی آن EI است.)

۱) $\frac{M^2l}{6EI}$

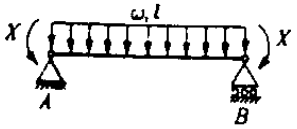
۲) $\frac{Ml^2}{3EI}$

۳) $\frac{M^2l}{4EI}$

۴) $\frac{M^2l}{12EI}$

آزاد ۸۷

۶۰- x چقدر باشد تا انرژی کرنشی تیر زیر مینیمم شود؟ (EI = Con st)



۱) $\frac{wl^2}{2}$

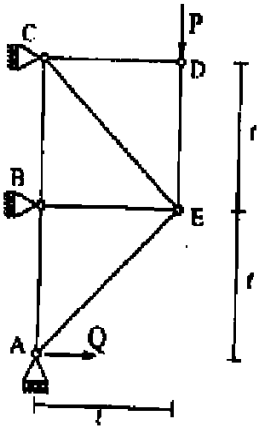
۲) $\frac{wl^2}{4}$

۳) $\frac{wl^2}{12}$

۴) $\frac{wl^2}{8}$

دکتری ۹۲

۱۸- در خرپای روبه‌رو، نیروی Q برحسب P کدام است تا انرژی تغییر شکل سازه حداقل شود؟ صلبیت محوری اعضای AE و CE برابر $EA\sqrt{2}$ و صلبیت محوری سایر اعضا برابر EA می‌باشد.



۱) $0/5P$

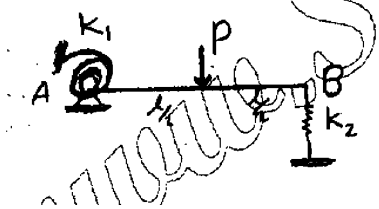
۲) $0/4P$

۳) $0/6P$

۴) $0/7P$

آزاد ۹۱

۷۹- اگر در تیر نشان داده شده مقادیر سختی فنرها (k_1, k_2) به گونه‌ای در نظر گرفته شوند که انرژی سازه حداقل گردد آنگاه لنگر فنر پیچشی A کدام است؟



۱) $\frac{P\ell}{16}$

۲) $\frac{P\ell}{12}$

۳) $\frac{P\ell}{8}$

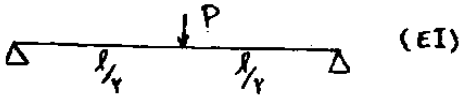
۴) $\frac{3P\ell}{16}$

گزینه ۴

برای حداقل شدن انرژی، سختی فنرها باید بینهایت بزرگ باشند که در این صورت سازه به یک تیر یک سرگیردار و یک سر مفصل تبدیل می شود. و بنابراین (با استفاده از شیب افت) لنگر در فنر برابر است با: $M_A = 1.5 \times \frac{PL}{8} = \frac{3pl}{16}$

آزاد ۸۴

۳۶- انرژی پتانسیل نیروی P در تیر ساده زیر کدام است؟



۱) $\frac{P^2l^3}{144EI}$

۲) $\frac{P^2l^3}{64EI}$

۳) $\frac{P^2l^3}{96EI}$

۴) $\frac{P^2l^3}{48EI}$

آزاد ۸۵

۶۹- انرژی کرنشی تیر زیر چقدر است؟

۱) $\frac{4M^2l}{3EI}$ ۲) $\frac{7M^2l}{3EI}$ ۳) $\frac{7M^2l}{6EI}$ ۴) $\frac{8M^2l}{3EI}$

$3M = (4\theta_A + 2\theta_B)\frac{EI}{L}$ (I)

$M = (2\theta_A + 4\theta_B)\frac{EI}{L}$ (II)

(I) − 2×(II) → $M = (0 - 6\theta_B)\frac{EI}{L}$ → $\theta_B = -\frac{ML}{6EI}$

(II) → $M = \left(\frac{2\theta_A EI}{L}\right) - \frac{2M}{3}$ → $\theta_A = \frac{5ML}{6EI}$ → $U = \frac{1}{2}(3M\theta_A + M\theta_B) = \frac{L}{2EI}\left(\frac{15M^2}{6} - \frac{M^2}{6}\right) = \frac{7M^2L}{6EI}$

آزاد ۸۹

۵۹- در انتهای یک تیر طره با مقطع دایروی لنگر خمشی M اعمال می‌شود. اگر این لنگر بصورت پیچشی در انتهای تیر اعمال شود انرژی کرنشی ذخیره شده در تیر چند برابر می‌شود؟ ($\nu = 0.2$)

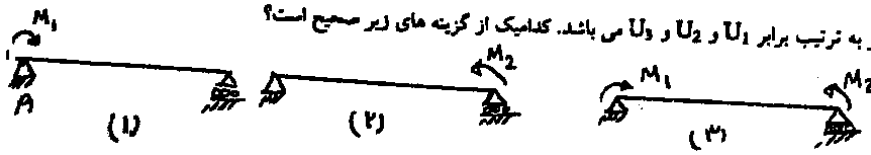
۱) ۱/۲ ۲) ۱/۶ ۳) ۲ ۴) ۲/۴

$$U_1 = \frac{M\left(\frac{ML}{EI}\right)}{2}, \quad U_2 = \frac{T\left(\frac{TL}{GJ}\right)}{2}$$

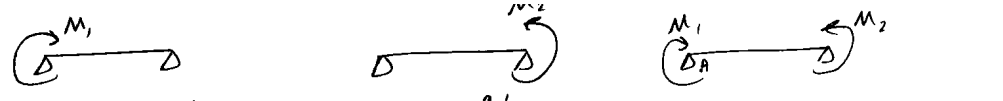
$$\left.\begin{matrix} J = 2I \\ G = \frac{E}{2.4} \\ M = T \end{matrix}\right\} \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{EI}{GJ} = \frac{2.4}{2} = 1.2$$

آزاد ۸۵

۷۹- انرژی کرنشی تیرهای ۱ و ۲ و ۳ در شکل زیر به ترتیب برابر U_1 و U_2 و U_3 می باشد. کدامیک از گزینه های زیر صحیح است؟ (طول تیرها l و صلبیت خمشی آنها EI است.)



۱) $U_3 = U_1 + U_2$ ۲) $U_3 < U_1 + U_2$ ۳) $U_3 > U_1 + U_2$ ۴) هیچکدام



$U_1 = \frac{1}{2}M_1\left(\frac{M_1 L}{2EI}\right) = \frac{M_1^2 L}{6EI}$ (θ_A)

$U_2 = \frac{M_2^2 L}{6EI}$

در بازه جدید هم θ_A و هم θ_B افزایش می یابند

بنابراین ← $U_3 > U_1 + U_2$

$M_1 = 4\theta_1 + 2\theta_2$

$-M_2 = 2\theta_1 + 4\theta_2$

$\theta_1 = \frac{M_1 L}{3EI} + \frac{M_2 L}{6EI}$

$\theta_2 = \frac{-M_2 L}{3EI} - \frac{M_1 L}{6EI}$

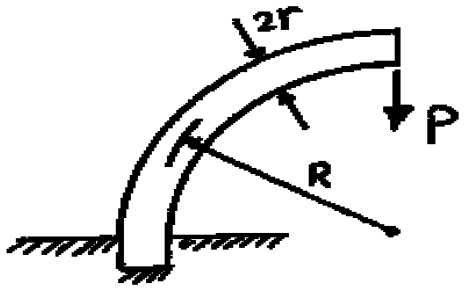
راحل دقیق با بازه ای

$$\rightarrow U_3 = \frac{M_1\theta_1 - M_2\theta_2}{2} = \frac{M_1^2 L}{2EI}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) + \frac{M_2^2 L}{2EI}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) + \frac{M_1 M_2 L}{2EI}\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right)$$

$$= \frac{M_1^2 L}{6EI} + \frac{M_2^2 L}{6EI} + \frac{M_1 M_2 L}{6EI}$$

سراسری ۹۳- دکتری

۴- یک میله الاستیک به شعاع r (مقطع دایره‌ای) به شکل یک ربع دایره به شعاع R مطابق شکل خم شده و تحت بار قائم P قرار می‌گیرد. نسبت تغییر مکان قائم نقطه اثر بار (لبه آزاد جسم) ناشی از نیروی محوری ایجاد شده در میله به لنگر خمشی ایجاد شده در آن کدام است؟



۱) $\frac{2r^2}{R^2}$

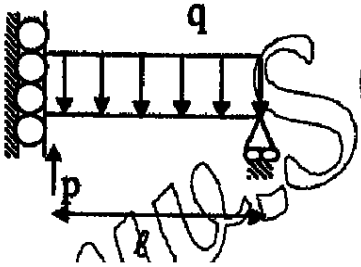
۲) $\frac{r^2}{R^2}$

۳) $\frac{4r^2}{R^2}$

۴) $\frac{1}{4}\frac{r^2}{R^2}$

تمرین: آزاد ۹۳

۶۸- نیروی P چقدر باشد تا انرژی داخلی سازه کمترین باشد؟



۱) $\frac{5q\ell}{384}$

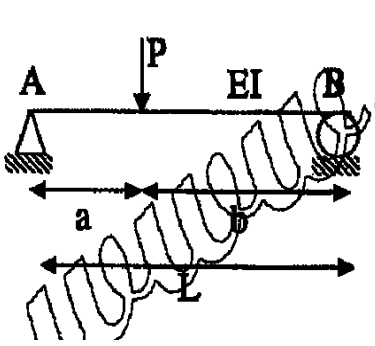
۲) $\frac{3q\ell}{8}$

۳) $\frac{5q\ell}{8}$

۴) $\frac{3q\ell}{384}$

تمرین: آزاد ۹۳

۷۳- میزان انرژی خمشی در تیر مقابل کدام است؟



۱) $\frac{p^2a^2b^2}{16EIL}$

۲) $\frac{p^2a^2b^2}{3EIL}$

۳) $\frac{pa^2b^2}{6EIL}$

۴) $\frac{p^2a^2b^2}{6EIL}$

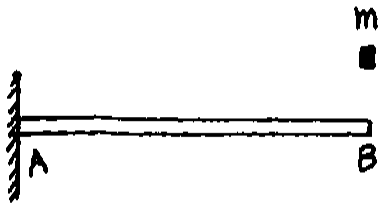
آزاد ۸۶

۵۸- در یک سازه تحت اثر وزن خود اگر همه ابعاد سازه α برابر شود چگالی انرژی کرنشی سازه چند برابر می شود؟

۱) α^2 برابر ۲) α^4 برابر ۳) α برابر ۴) چگالی انرژی کرنشی ثابت می ماند.

آزاد ۸۴

۲۸- ماکزیمم تغییر شکل تیر زیر اگر وزنه m به جرم 10 kg از فاصله ۱۰ سانتی متری انتهای تیر سقوط کند چقدر است؟ $(l = 100\ cm,\ EI = 10^7\ kg.cm^2)$



۱) 0.33 cm
۲) 2.94 cm
۳) 1.72 cm
۴) 3.12 cm

انرژی پتانسیل $= mgh$

انرژی تغییر شکل $= \frac{P \times \Delta}{2} = \frac{(k\Delta)\Delta}{2}$

$mg \uparrow$

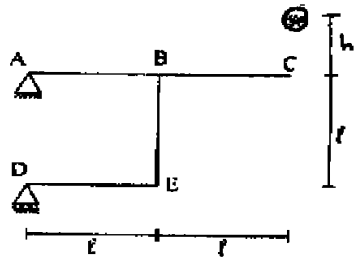
$100 \times (l_0 + \Delta y) = k \times \frac{\Delta y^2}{2} \longrightarrow 100 + 10\Delta y = 15\Delta y^2 \longrightarrow \Delta y = \begin{cases} 2.94\ cm \\ -2.27\ cm \end{cases}$

ارتفاع سقوط l_0

$\frac{3EI}{L^3} = 300\ N/cm$

دکتری ۹۲

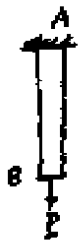
۱۱- وزنه‌ای به وزن ۲ تن از ارتفاع $h = 1\ m$ رها شده و به نقطهٔ C اصابت می‌کند «شکل زیر». حداکثر تغییر مکان قائم این نقطه چند سانتی‌متر است؟ (EI اعضا ثابت و برابر $EI = 10^5\ t.m^2$ و $\ell = 3m$ است).



۱) ۷٫۳
۲) ۹٫۳
۳) ۸٫۳
۴) ۱۰٫۳

آزاد ۸۸

۵۹- انرژی کرنشی میله استوانه ای زیر که تحت اثر وزن W و نیروی متمرکز P در انتهای آن قرار دارد چقدر است؟

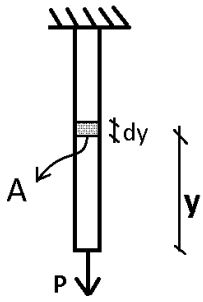


۱) $\frac{P^2l}{2AE}+\frac{PWl}{4AE}+\frac{W^2l}{6AE}$

۲) $\frac{P^2l}{2AE}+\frac{PWl}{6AE}+\frac{W^2l}{6AE}$

۳) $\frac{P^2l}{2AE}+\frac{PWl}{2AE}+\frac{W^2l}{6AE}$

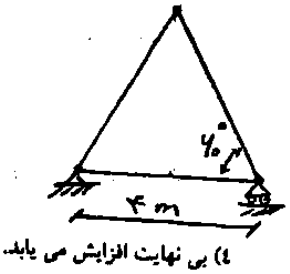
۴) $\frac{P^2l}{2AE}+\frac{W^2l}{6AE}$



$$U=\int\frac{p^2dy}{2EA}=\frac{1}{2EA}\int\left(P+W\frac{y}{L}\right)^2dy=\frac{1}{2EA}\int\left(P^2+\left(\frac{W}{L}\right)^2y^2+\frac{2PW}{L}y\right)dy$$
$$=\left(\frac{P^2L}{2EA}+\frac{W^2L}{6EA}+\frac{PWL}{2EA}\right)$$

آزاد ۸۵

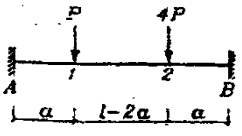
۸۹- در خرپای رویرو اگر دمای تمام اعضاء از ۱۰ درجه به ۲۰ درجه افزایش یابد انرژی کرنشی آن چقدر تغییر می کند؟ سطح مقطع تمام اعضاء ۱۰ سانتی متر مربع و $E=2\times10^6\ kg/cm^2$ می باشد.



۱) ٤ برابر می شود.
۲) تغییر نمی کند چون سازه معین است.
۳) ۲ برابر می شود.
٤) بی نهایت افزایش می یابد.

آزاد ۸۹

۶۰- در تیر زیر تغییرمکان نقاط ۱ و ۲ تحت بار قائم P در نقطه ۱ بترتیب برابر Δ و $\frac{\Delta}{4}$ می‌باشد. اگر بارهای قائم P و 4P بطور همزمان در نقاط ۱ و ۲ وارد شوند انرژی کرنشی تیز چقدر می‌شود؟



۱) $8/5\ P\Delta$
۲) $6/5\ P\Delta$
۳) $9/5\ P\Delta$
٤) $7/5\ P\Delta$

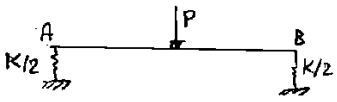
اگر هر دو بار همزمان وارد شوند، تغییرمکان نقطه ۱ و ۲ به ترتیب برابر Δ و $\frac{1}{4}\Delta$ خواهد بود. بنابراین انرژی کرنشی آن برابر است با:

$$U=\frac{P\times2\Delta}{2}+\frac{4P\times\frac{17}{4}\Delta}{2}=9.5\Delta P$$

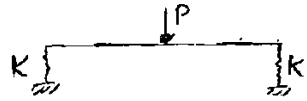
سراسری ۸۵

در کدام یک از سازه‌های زیر انرژی پیشتری ذخیره می‌شود؟ (EI در کلیه تیرها یکسان است.) P در وسط قرار دارد.

۱)

۲) 

۳)

۴) 

$U_1 = \frac{P_K\left(\Delta_{\text{تیر}} + \frac{\Delta_{\text{فنر}}}{2}\right)}{2} = \frac{P}{2}\left(\Delta_{\text{تیر}} + \frac{F}{2K}\right)$

$U_2 = \frac{P}{2}\left(\Delta_{\text{تیر}} + \Delta_{\text{فنر}}\right) = \frac{P}{2}\left(\Delta_{\text{تیر}} + \frac{F}{K/2}\right)$

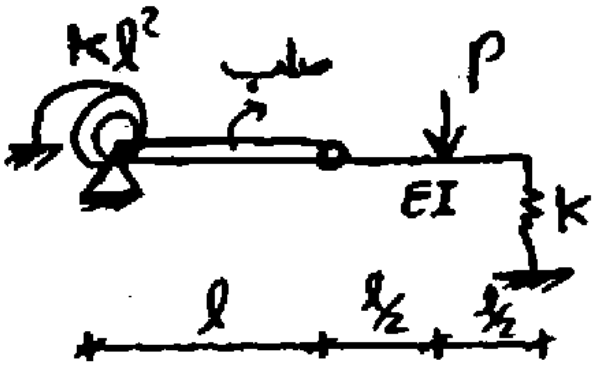
$U_3 = \frac{P}{2}\left(\Delta_{\text{تیر}} + \frac{\Delta_{\text{فنر}} + \Delta_{\text{فنر}}}{2}\right) = \frac{P}{2}\left(\Delta_{\text{تیر}} + \frac{F/K + F/K/2}{2}\right)$

$U_4 = \frac{P}{2}\left(\Delta_{\text{تیر}} + \Delta_{\text{فنر}}\right) = \frac{P}{2}\left(\Delta_{\text{تیر}} + \frac{F}{K}\right)$

کار کمتر است

آزاد ۸۸

۷۲- انرژی کرنشی سازه نشان داده شده چقدر است؟

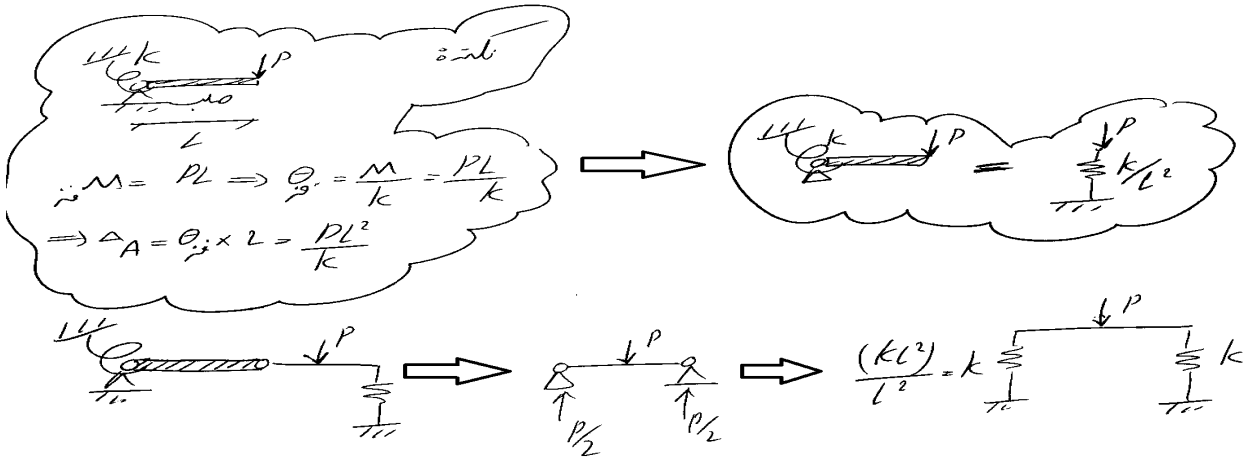


۱) $\frac{P^2l^3}{48EI} + \frac{P^2}{K}$

۲) $\frac{P^2l^3}{3EI} + \frac{P^2}{4K}$

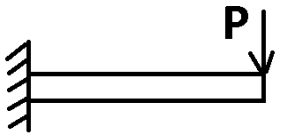
۳) $\frac{P^2l^3}{96EI} + \frac{P^2}{K}$

۴) $\frac{P^2l^3}{96EI} + \frac{P^2}{4K}$



$\Delta = \Delta_{\text{تیر}} + \frac{Pl^3}{48EI} = \frac{P}{2k} + \frac{Pl^3}{48EI} \rightarrow U = \frac{P\Delta}{2} = \frac{P^2}{4k} + \frac{P^2l^3}{96EI}$

۱۵-۱- قضیه کاستلیانو



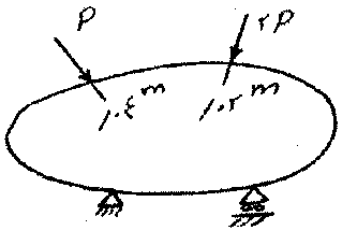
$$U = \frac{P^2 L^3}{6EI}$$

$$U = \frac{3\Delta^2 EI}{2L^3}$$

$$\frac{\partial U}{\partial P} = \frac{\partial\left(\frac{P^2 L^3}{6EI}\right)}{\partial P} = \frac{PL^3}{3EI}$$

سراسری ۸۹

۶۰- سازه‌ی الاستیک خطی مطابق شکل مفروض است. اگر انرژی تغییر شکل این سازه را برحسب نیروهای وارده **P** بیان کنیم، $\mathbf{U = U(p)}$ کدام رابطه صحیح است؟



۱) $\frac{\partial U}{\partial p} = ۰/۰۵\text{m}$

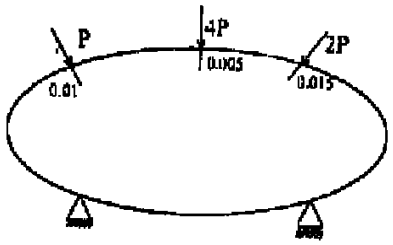
۲) $\frac{\partial U}{\partial p} = ۰/۰۴\text{m}$

۳) $\frac{\partial U}{\partial p} = ۰/۰۶\text{m}$

۴) $\frac{\partial U}{\partial p} = ۰/۰۸\text{m}$

دکتری ۹۲

۱۳- جسمی مطابق شکل زیر، دارای رفتار خطی (رابطهٔ نیرو ـ تغییر مکان در آن جسم خطی است) مفروض است. تغییر مکـان در امتداد نیروی P، ۴P و ۲P به ترتیب برابر ۰٫۰۱m ، ۰٫۰۰۵m و ۰٫۰۱۵m است. V را انرژی تغییر شکل جسم برحسب متغیر P فرض کنید. $\frac{\partial V}{\partial P}$ چند متر است؟



۱) ۰٫۰۱

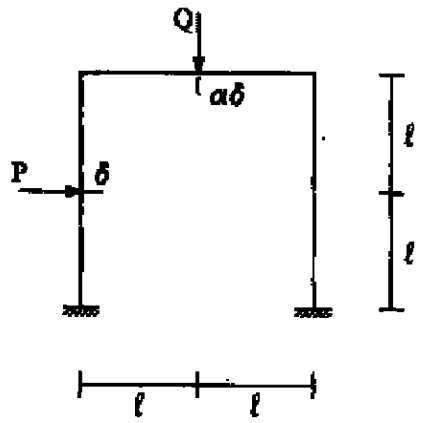
۲) ۰٫۰۳۲۵۰

۳) ۰٫۰۱۸۷۵

۴) ۰٫۰۶

دکتری ۹۱

۱۴- انرژی تغییر شکل در سازهٔ مطابق شکل را U فرض می‌کنیم. $U = U(\delta)$، $\frac{\partial U}{\partial \delta}$ چقدر است؟



۱) $P+\alpha Q$

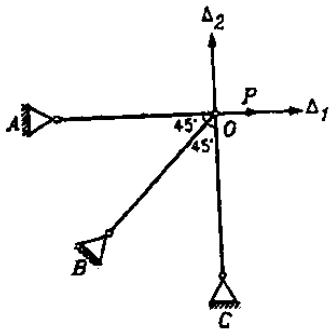
۲) $\alpha P+Q$

۳) $P+\frac{1}{\alpha}Q$

۴) $\frac{1}{\alpha}P+Q$

آزاد ۸۶

۵۹- انرژی کرنشی خرپای زیر بصورت $V=\frac{AE}{4l}(3\Delta_1^2+3\Delta_2^2+2\Delta_1\Delta_2)$ می باشد که Δ_1 و Δ_2 به ترتیب تغییر مکان افقی و قائم مفصل O هستند. قدر مطلق نسبت $\frac{\Delta_1}{\Delta_2}$ برای بارگذاری داده شده چقدر است؟

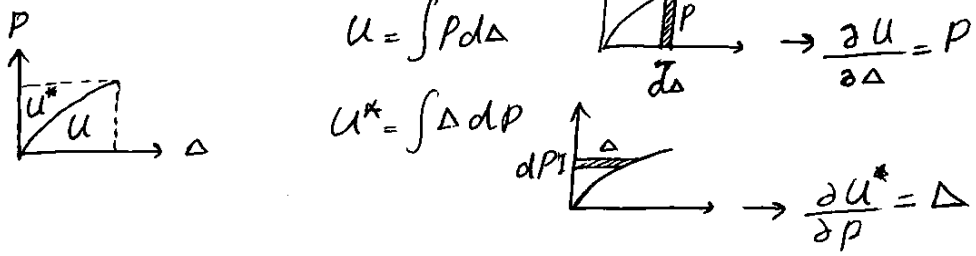


۱) ۳/۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۲/۵

آزاد ۸۴

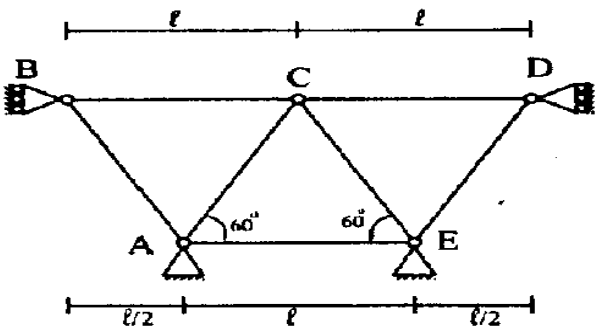
۲۹- برای یک تیر الاستیک انرژی کرنشی تیر را با U و انرژی مکمل را با U^* نشان می دهیم. کدام عبارت زیر تغییر مکان در راستای نیروی P را نشان می دهد؟

۱) $\frac{\partial U^*}{\partial P}$ ۲) $\frac{\partial U}{\partial P}$ ۳) $\frac{\partial}{\partial P}(U+U^*)$ ۴) $\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial P}(U+U^*)$



سراسری ۹۳

۵۸- در خرپای مطابق شکل صلبیت محوری و طول اعضا یکسان و به ترتیب برابر EA و ℓ می‌باشد. اگر مفصل C به اندازهٔ Δ بصورت افقی به سمت راست حرکت کند، انرژی تغییر شکل در خرپا برابر کدام است؟



۱) $\frac{5\Delta^2 EA}{2\ell}$

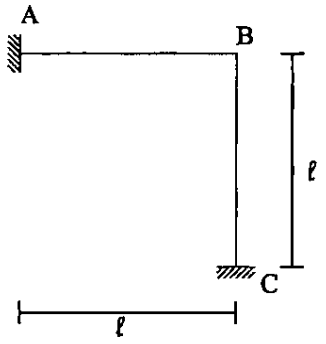
۲) $\frac{7\Delta^2 EA}{4\ell}$

۳) $\frac{7\Delta^2 EA}{2\ell}$

۴) $\frac{5\Delta^2 EA}{4\ell}$

سراسری ۹۲

۶۲- سازهٔ زیر مفروض است. اگر نقطهٔ **B** به اندازهٔ $0/02\ell$ به سمت بالا و به اندازهٔ $0/01\ell$ به سمت راست و به اندازهٔ $0/01$ رادیان در جهت مثلثاتی دوران کند، انرژی ذخیره شدهٔ خمشی در سازه چقدر است؟ **EI** همهٔ اعضا ثابت است.



۱) $21\times10^{-4}\frac{EI}{\ell}$

۲) $14\times10^{-4}\frac{EI}{\ell}$

۳) $7\times10^{-4}\frac{EI}{\ell}$

۴) $28\times10^{-4}\frac{EI}{\ell}$

$$\left.\begin{aligned}\curvearrowright M_{AB}&=\frac{2EI}{L}\times(-0.01)-\frac{6EI}{L^2}\times(-.02L)=\curvearrowright 0.1\frac{EI}{L}\\ \curvearrowright M_{BA}&=\frac{4EI}{L}\times(-0.01)-\frac{6EI}{L^2}\times(-.02L)=\curvearrowright 0.08\frac{EI}{L}\\ \downarrow V_{AB}&=0.18\frac{EI}{L^2}\\ \uparrow V_{BA}&=0.18\frac{EI}{L^2}\end{aligned}\right\}\quad U_{AB}=\frac{-M_{BA}\times0.01+V_{BA}\times0.02L}{2}=\left(\frac{-0.08\times0.01+0.18\times0.02}{2}\right)\frac{EI}{L}$$

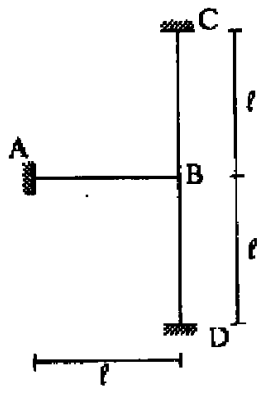
$$U_{AB}=0.0014\frac{EI}{L}$$

$$\left.\begin{aligned}\curvearrowright M_{CB}&=\frac{2EI}{L}\times(-0.01)-\frac{6EI}{L^2}\times(+.01L)=\curvearrowright -0.08\frac{EI}{L}\\ \curvearrowright M_{BC}&=\frac{4EI}{L}\times(-0.01)-\frac{6EI}{L^2}\times(+.01L)=\curvearrowright -0.1\frac{EI}{L}\\ \rightarrow V_{BC}&=0.18\frac{EI}{L^2}\\ \leftarrow V_{CB}&=0.18\frac{EI}{L^2}\end{aligned}\right\}\quad U_{BC}=-M_{BC}\times0.01+V_{BC}\times0.01L=\left(\frac{0.1\times0.01+0.18\times0.01}{2}\right)\frac{EI}{L}$$

$$U_{AB}=0.0014\frac{EI}{L}$$

دکتری ۹۲

۲۰- در سازهٔ روبه‌رو نقطهٔ **B** به اندازهٔ $0/01\ell$ به سمت راست و به اندازهٔ $0/02\ell$ به سمت پائین و به اندازهٔ $0/01$ رادیان در جهت مثلثاتی دوران می‌کند. انرژی تغییر شکل خمشی ذخیره شده در سازه چقدر است؟ **EI** برای همهٔ اعضا ثابت است؟



۱) $36\times10^{-4}\frac{EI}{\ell}$

۲) $27\times10^{-4}\frac{EI}{\ell}$

۳) $63\times10^{-4}\frac{EI}{\ell}$

۴) $54\times10^{-4}\frac{EI}{\ell}$